

50639

N. 49.

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESÍTŐ.

A M. TUD. AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA.

A BUDAPESTI
M. KIR. ÁLLAMI MÁRIA TERÉZIA LEÁNYGIMNÁZIUM
TANÁRI KÖNYVTÁRA.
SZERKESZTI

KÖNIG GYULA
OSZTÁLYTITKÁR.

TIZENKILENCZEDIK KÖTET.

1901.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA.

1901.



TARTALOM.

| | Lap |
|--|-----|
| ALMÁSY GYÖRGY: Jelentés tiensani tudományos utazásomról | 196 |
| BUGARSZKY ISTVÁN: A bróm és æthylalkohol egymásra hatásának sebes- ségéről | 128 |
| — — A hőmérséklet befolyása a bróm és æthylalkohol egymásra hatá- sának sebességére | 257 |
| DADAY JENŐ: A magyarországi Eylais-fajok | 74 |
| FARKAS GYULA: Általános mechanikai elvek az æther számára | 99 |
| FEJÉR LIPÓT: A Poisson-féle integrál elméletéhez | 394 |
| HARKÁNYI BÉLA báró: A Nova (3. 1901) Persei photometriai megfigyelése az ó-gyallai observatoriumon | 372 |
| HOLLÓS LÁSZLÓ: Új Gastromyceta-fajok Magyarországból | 504 |
| HOOR MÓR: Ujabb adatok a dielektromos testek fizikájához | 332 |
| HÓGYES ENDRE: A budapesti Pasteur-intézet 1900. évi működése | 513 |
| JENDRÁSSIK ERNŐ: Élettani és klinikai adatok az ép és kóros járás isme- retéhez | 1 |
| KALACSINSZKY SÁNDOR: A szovátai meleg és forró konyhasóstavak mint természetes hőaccumulatorok | 450 |
| KLEIN GYULA: Ujabb adatok a keresztes virág alkatáról | 405 |
| KORDA DEZSŐ: Az elektromos kemenczében előállítható fémvegyületekről | 441 |
| KÖVESLIGETHY RADÓ: Az égi testek fejlődése és a föld kora | 178 |
| MELCZER GUSZTÁV: Adatok a korund kristálytani és optikai ismeretéhez | 470 |
| ÓNODI ADOLF: A Highmorüreg viszonya az iköbölhöz és a legmellsőbb rostasejtekhöz | 123 |
| PEKÁR DEZSŐ: Oldatok molekuláris felületi energiájáról | 210 |
| RIGLER GUSZTÁV: A vér lúgosságának ingadozása ép és fertőzött állatok- nál, valamint embereknél | 249 |
| SCHULLER ALAJOS: A fémek potentialkülönbségéről | 434 |
| STAUB MÓRICZ: A Cinnamomum-genus az ősvilágban | 417 |
| SZILI AURÉL: Beszámoló az emberi iris hátsó rétegének anatómiája és fejlődése körül tett vizsgálatok eredményéről | 498 |
| Ifj. SZILY KÁLMÁN: Síkmozgású érdes testek ütközése | 286 |
| TANGL FERENCZ: Vizsgálatok a Ca, Mg és P forgalmáról növényevő állatokban | 233 |
| WINKLER LAJOS: A gázok oldhatósága vízben | 52 |
| ZEMPLÉN GYÖZÖ: Próbamérések a gázok belső súrlódási együtthatójának egy új kísérleti módszerrel való meghatározásához | 399 |

ELETTANI ÉS KLINIKAI ADATOK AZ ÉP ÉS KÓROS JÁRÁS ISMERETÉHEZ.

Hat táblával.

JENDRÁSSIK ERNŐ lev. tagtól.

Székfoglaló értekezés.



Mélyen tisztelt Akadémia!

Mielőtt székfoglaló értekezésembe kezdenék, fogadja a mélyen tisztelt Akadémia levelező taggá való megválasztásomért hálás köszönetemet. Talán nem csalogdom, ha felveszem, hogy az Akadémia jóindulatát a további munkásságomba vetett bizalomnak köszönhetem s ez bizonyára serkentőleg fog hatni rám a jövőben. Az Akadémia tagjává lennem már azért is a legnagyobb megtisztelés rám nézve, mert e diszes és tudós Társaságban bold. Atyám emlékét is feltalálom.

I. Bevezetés. A járás hibáinak analízise mind körjelzési, mind gyógyítási szempontból nagy fontosságú. A klinikai észlelésben egyes járási hibákat, mint kifejezett kórtüneteket ismerünk ugyan, de igen gyakran nehéz megmondani, hogy voltaképpen miben is rejlik az adott esetben a járás hibásságának oka; a kevésbé kifejezett esetekben meg egyáltalában nehéz a működési hibának részleteit, jellegző sajátságait észrevenni. Hasonló nehézségek előtt állunk, ha gyógyító vagy javító beavatkozásról van szó; nem ritkán látunk olyan eseteket, a melyekben a működési hibának egyes tényezőit kellene ismerni, hogy a készítenő támasztó készülék, in-metszés, in-átültetés czélszerűsége felől határozhatunk; már azért is, mert minden kóros járás-*alak nem annyira a beteges elváltozásnak közvetetlen következménye, hanem inkább az egyéni kompenzációszerűségnek felel meg.* A hibás járás tanulmányozása azonban az

ép járás mechanikájának analízise szempontjából is igen értékesnek bizonyul; eltekintve az élettani határokon belől mutatkozó ingadozások megítélésétől, a melyre képessé tesz, még azért is fontos, mert a járás egyes részleteinek megismerésére a figyelmet különösen felhívja.

Ezen gyakorlati kívánalmakkal szemben az ép járásnak tanulmányozásáról bővebb adatokkal birunk, mint a kóros járásról, sőt ez utóbbi buvárlatok megfelelő számu kóresetekben nem is történtek, de még módszertani tekintetből sem mondhatók kielégítőknék. A vizsgálati módszer megválasztásának nehézsége azonban már elejétől kezdve uralkodott e kérdésen s a szerzők legnagyobb része nehézkes, egyoldalú, sőt tökéletlen módszerrel végzett kísérleti vizsgálatokra alapítja tanait.

A járás tudományos vizsgálatának megkezdése a WEBER testvérek érdeme (1836). A mai élettannak születése éveiben ezen kutatók szigorúan fizikai gondolkodásuk irányelveit alkalmazták a vizsgálataikra; méréseket végeztek a járás közben beálló törzsök hajlásokra nézve, továbbá meghatározták az alsó végtagokon a sarok távolságát a csipőizülettől a lépés különböző szakaszaiban, kiszámították azon viszonyt, melyben a lépés hosszúsága a lépés idejéhez áll, s végre vizsgálatokat eszközöltek az alsó végtag ingó mozgásainak időtartására. Vizsgálataiknak egyik kimagasló tétele az, a melyben állítják, hogy a haladó láb nem annyira izomösszehúzódások segítségével jut előre, hanem csak nehézsége folytán, hasonlólag a nyugalmi helyzetéből kimozdított ingó rúdhoz. A WEBER testvérek vizsgálati módszere abban állott, hogy a vizsgálendő egyént egy, mintegy 40 méter hosszú úton járatták, a lépéseket megszámlálták, továbbá megfelelő órakészülékkel meghatározták azon időt, a mely alatt a láb a talajt érintette. Ezen idő részleteket levonva a lépés idejéből, megkapták azon időt, a melyre az előhaladó lábnak szüksége volt, hogy ismét a földre kerüljön. Ezen időmeghatározásokból kiderült, hogy az alsó végtagnak egyszerű ingómozgása kétszer annyi időbe tellett, mint a leggyorsabb járásban a lépés (teljes vagy kettős lépés — jobb és bal láb —) ideje. A WEBER testvérek ezen felfogását azonban nem osztották a következő szerzők, ezek között első sorban MAREY és tanítványa CARLET, a kik kísérleti vizsgálatok, DUCHENNE pedig kór-

esetek alapján döntötték meg az előhaladó lábnak a földvonzásból származtatott erő kifejtése tanát. DUCHENNE észleleteiből, továbbá BOUDET DE PARIS tanulmányából nyíltan kiderült, hogy az ileo-psoas és a tensor fasciae latae, továbbá a sartorius az előhaladó lábnak elkerülhetetlenül szükséges mozgatói. Végre az előhaladó láb leírt útjának időbeli feljegyzése is kitüntette, hogy az ingó súlynak egyenletesen gyorsuló leszállása és aztán lassubbodó fel-emelkedése sincs jelen az alsó végtagon. Ezzel a WEBER testvérek azon tetszetős theoriája, hogy a lépések pontos egyenletességét az ingó mozgás szabályozná, elvesztette hitelét.

CARLET (1871) a MAREY-féle kymographion eszes felhasználásával vett fel görbéket egészséges egyénről, ezen görbék az alsó végtagok, a medencze, a törzsök egyes részeinek mozgás irányát és e mozgások időbeli összevágását tüntették fel. Ezen vizsgálatok legfontosabb eredménye volt a medencze oscilláló mozgásainak kimutatása járás közben. CARLET a járás közben előálló mozgás-vonalnak igen pontos leírását adja, azon egyes eltérések, a melyek a későbbi észlelők adataival szemben állanak, alig tekinthetők egyebeknek, mint egyéni járás-eltéréseknek, a mihez talán még hozzátársult az, hogy CARLET kísérleti egyéne körívben mozgott.

Nagy gonddal, de kevésbé szerencsés eszközökkel végezte H. VIERORDT (1881) járás-vizsgálatait, a mely célra festőfolyadékot csöppentő cipőt szerkesztett, a felsőbb testrészek mozgását pedig hasonló folyadéknak bizonyos testrészekhez erősített kiömlő csapokból való kiáramlásával (Spritzmethode) gondolta feljegyezhetőnek. Ezen nehézkes és igen tökéletlen módszere dacára számos egyént, köztük kóreseteket is megvizsgált, s a járás apróbb szabálytalanságait s bizonyos később említendő kóros eltéréseket felismert. Módszerével, ha nem is elegendő pontossággal, az oldal mozgásokat is feljegyezhetette; végre a járás időbeli viszonyainak felderítését villamos jelzőkészülékkel eszközölte.

Némileg hasonló módszerrel, de egyszerűbb kivitelben dolgozott, az ú. n. *lenyomati eljárás* segédelmével GILLES DE LA TOURETTE (1885). A járás feljegyzése céljából a mezítelen talpakat bekente ferrioxyd-porral s azután a földre terített durvább papíroszávon járatta a vizsgálandó egyéneket. Kétségtelen, hogy ezen eljárás könnyen alkalmazható s betegeken is lehet ezen módszerrel

kísérleteket végezni, de az is kétségtelen, hogy ezen módszerrel alig lehet többet feljegyezni, mint a mennyit szemünk is követni s felismerni képes. Mindkét szerző behatóan foglalkozik a két láb *előlépési hosszúságának* méretével. E szerzők ezen tényezőt a két láb lépési hosszúságának mondják, mi helyesebbnek véljük az előlépés kifejezést használni, miután azon lépésméretről van szó, a mely mindig a két láb közé esik. VIERORDT úgy találta, hogy a *bal* láb nagyobb téren kerül a jobb elé előlépése alkalmával (a különbség saját személyét illetőleg 32·8 mm. volt átlagban), GILLES DE LA TOURETTE ellenben nagyobb számú esetben végezve meghatározásait, férfiakon átlagban 16·8 mm.-rel, nőkön pedig 3 mm.-rel találta hosszabbnak a jobb láb előlépését. Mindkét szerző iparkodik magyarázni leletét: VIERORDT a jobb láb erősebb izomzatában találja okát annak, hogy a test a bal láb mozgásának irányában hathatósabban tolatik előre, GILLES DE LA TOURETTE ellenkezőleg a jobb láb erősebb előreemelkedésével okolja meg a saját leletét. A mi magát az előlépés hosszúságát illeti, úgy az kétségtelenül egyéni különbségeket tüntet fel, már VIERORDT meghatározásaiban egyik-másik eset ellenkezőképen viselkedett, mint azt a saját lábain végzett vizsgálatok is tanusították s így oly határozott szabályt, a milyent ezen szerzők felállítani megkíséreltek, egyáltalában nem lehet elfogadni. Ezen irányban átnézve saját felvételeimet, határozottan azon eredményt kaptam, hogy egyes egyéneknek inkább a jobb, másoknak inkább a bal előlépése nagyobb. Később lesz szó arról, hogy minek lehet ezen különbségeket tulajdonítani, már itt kiemeljük azonban a katonaviselt egyének szabályos lépéshosszúságát, a járásnak egyébként eltorzított volta mellett.

GILLES DE LA TOURETTE kóreseiteiben figyelmét kiterjesztette a lépés hosszúságára, a lábak egymástól való távolságára, végre a talpak hosszasági átmérőjének a járás irányával való szögletére. A kísérletekből azon általános tételt vezeti le, hogy a kóros járásban a lépések sokkal szabályosabb egyöntetűséggel következnek egymásután mint az ép járásban, e szerző szerint a kóros járásban nem az egyén, hanem a betegség lépeget. Nagyrészt ugyanezen módszer alapján dolgozott F. MORITZ, továbbá írta meg P. BLOCQ munkáját a különféle idegbajokban előálló járás-zavarokról. E munka azonban inkább általános összeállítás, mintsem önálló vizsgálatok

sorozata, s újabb adatokat alig tartalmaz. Teljesen hasonló eljárást alkalmaztak legújabbán MÖNKEMÖLLER és KAPLAN.

Ezen eljárásokkal szemben MAREY módszerei tetemesen tökéletesebbek. MAREY eleinte írókészülékekkel, a melyeknek feljegyző hengerét a vizsgálándó egyén kezében hordta (odograph), vagy pedig maga előtt asztalkán tolta, jegyezte fel a lépés egyes szakaszait. Ezen módon a test egyes részeinek mozgási irányát tüntette grafikailag elő s ezen módszerekkel dolgoztak tanítványai CARLET, DEMÉNY és QUÉNU is. Csakhamar azonban, felbuzdulva MUYBRIDGE amerikai fotogrammjain, a fényképezés módszereit alkalmazta mozgási tanulmányaira. MAREY módszerét gazdagon felszerelt laboratóriumában részletesen kidolgozta, vizsgálati eredményei sok tekintetben tanulságosak. Eljárása, a *chronophotographia* abban állt, hogy mozgó vagy álló érzékeny lemezre rövid időközökben mehanikailag meg-megnyitott pillanat-zár segítségével a pillanatos felvételeknek sorozatát állandósította. Miután bennünket ez idő szerint csak az emberen végzett kísérletei érdekelnek, a többi felvételeinek ismertetését mellőzzük. MAREY a vizsgálándó egyént, ha járását akarta tanulmányozni, fekete ruhába öltöztette s fekete háttér mellett járatta erős napfényben. A vizsgálándó egyén ruhájának a test és a végtagok középvonalát jelző helyein keskeny, fényes fehér vonal volt megerősítve. Az ilyen felvétel egy fellépésnek 20—25 szakaszát jegyezte fel; a képen természetesen csak a fehér vonalak sorozata látszott meg, az egyén nem. Gyorsabb mozgásban, mint futás, ugrás stb. már ezen eljárással is lehetséges volt az egész testet felvenni, a nélkül, hogy az alakok sokasága egymásba folyt volna. MAREY ezen eljárása nem nagyon alkalmas a klinikai buvárlatra: minden egyes betegnek megfelelően szabott ruhára volna szüksége, továbbá költséges készülékek mellett is napos műteremben vagy a szabadban kellene a felvételeket eszközölni. Végre az eredmény sem volna megfelelő. Azon néhány kísérletben, a midőn nem is külön ruhára, hanem magára a beteg bőrére alkalmaztam a jeleket: csakhamar meggyőződtem, hogy e jelek mozgás közben igen eltolódnak s így tévedésekre adnak alkalmat.

MAREY főleg a módszert dolgozta ki, közölt felvételei is inkább a módszer feltüntetésére alkalmasak, semhogy valóban

értékesíthetők lennének. Nem találunk egyetlen használható s a rendes ép járásnak megfelelő görbét sem közléseiben.

A tökéletességre való törekvés BRAUNE és FISCHER német kutatókat még szövődöttebb eljárások kidolgozására serkentette. E szerzők a vizsgálandó egyént szintén feketébe öltöztették, a MAREY-féle fehér sávokat azonban Geissler-csövekkel helyettesítették, felvételeiket éjjel, sötétben akként eszközölték, hogy az előzetesen beállított fotografáló készülékben az érzékeny lemez a szabályos megszakításokkal meg-megvillanó Geissler-csövek fényhatásának volt kitéve. Ilyen módon szintén vékony fehér sávok keletkeztek a képen hasonló sorozatban, mint MAREY felvételein. Hogy azonban ezen módszer nehézségeit már itt kiemeljem, felemlitem, hogy 11 GEISSLER-csővet hordott magán a kísérleti egyén, a melyek egy Ruhmkorff-induktor áramába voltak csatolva. Az indukált áram nagy feszültsége arra kényszerítette a vizsgálókat, hogy a vezetékeket gondosan elszigeteljék, s a csövek alá több réteg guttaperchát tegyenek. E csövek tehát nem is feküdtek közvetlenül az egyén testén. Ezen berendezés egyes részleteit nem soroljuk fel, de elegendő arra, hogy az ilyen vizsgálatok fáradságos voltát jelezzük, ha kiemeljük, hogy a felvételek minden egyes alkalomára az egyén *felöltöztetése* 6—8 órába telt! Az áram megszakítását oly hangvilla eszközölte, a melynek rezgése minden 0.0383 mp.-ben adott egy felvételt. Egy ugyanazon időben négy helyről, tehát négy különböző (és nem is egyenlő távolságba állított) kamarával végezték a felvételeket, és pedig az egyén két oldaláról külön-külön két felvételt vettek föl, egyet oldalról (90° szögletben), egyet a járásirányra 30° szöglet alatt. Ezen eljárással természetesen koordináták alakjában szerkeszthették meg a járás egyes részleteit s összesíthették a két oldalt is ugyanazon táblázatban. FISCHER (1899) újabban az általános testsúlypont és az egyes testrészek súlypontjára is átvitte e tanulmányt. Ezen módszernek, sok jó tulajdonsága mellett, csak általános tájékozásra alkalmasak az eredményei s még így is csak igen korlátolt számban végezhetők e meghatározások: hiszen a felvétel már jelzett nehézségei eltörpülnek a nyert képeknek a helyes mértékre s megfelelő koordinátákra való átszámítása óriási munkája mellett. Így FISCHER csupán egy egyénnek három felvételét dolgozta ki s erre alapítja az ép viszo-

nyok tárgyalását. A ki különböző egyének járását megfigyeli, csakhamar igen jelentékeny egyéni különbségekre talál, sőt csakhamar felismeri, hogy az a fogalom, a melyet rendes, ép, fiziológiai járásnak mondhatnánk, aránylag kevés emberre illik. Hozzájárulnak ehhez a vizsgálandó egyén elfogultsága, sötétben járása, a rája alkalmazott műszerek akadályozása s más mellékkörülmények, a melyek miatt az ilyen, csak egy egyén egy-két lépésén végzett meghatározásra szorító adatokat gondos bírálat alá kell vetnünk. Sajnosan látjuk, hogy FISCHER görbéi már azért sem adhatják meg az ép járás normáját, mert a vizsgálata tárgyául szolgáló egyén közepmagasságával (167 cm) ellentétben túlnagyokat lépett: 80 centiméter féllépés-hosszúság már átmenet a futási lépésalakba, főleg, ha még hozzá vesszük, hogy ezen kísérleti egyén a kísérlet ideje alatt percenkint 120 lépés gyorsasággal haladt előre; továbbá a Geissler-csővek jelezte ízületi helyek és végtag-tengelyek sem voltak a valósnak pontosan megfelelők, a mi kiviláglik a rajzban feltüntetett koordináták egyes állásaiból; így a térdízület az előlépő lábon hyperextenzióba kerül. Végre a kísérleti egyén legkisebb eltérése a járásirányból a járásgörbét meghamisítja, ezt a felvett képeken pedig már nem lehet kijavítani, mert a görbékből ezen eltérés ki nem olvasható. Mindezek dacára azonban FISCHER adatai igen értékeseknek tekintendők, a melyekre még többször visszatérünk.

A fotografálás módszerét más összeállításban alkalmazta LONDE, CHARCOT klinikájának nagyképzettségű fényképező művésze. LONDE oly fotografáló kamarát szerkesztett, a mely 24×30 -as lemezt 12 részre osztott (8×7.5) s minden ilyen résznek egyenlő gyújtótávolságú külön lencséje volt. Ezen lencsék mindegyikét a villamosan kiváltható LONDE-DESSOUEIX szerkesztette pillanatzárr zárta el, ezen készüléknek szabályos kiváltását pedig óraművel lehetett beállítani. Így egy mozgó alakról tetszés szerint való gyors egymásutánban lehetett 12 fényképet felvenni. A módszerben rejlő hibákat LONDE is beismeri: az eszköz költséges, a képek, ha nem nagy távolságból vették fel, különböző szöglet alatt kerültek a kamarába és így nem voltak teljesen összehasonlíthatók, ha pedig nagyobb távolságból kerültek a kamarába, akkor az egyes alakok igen kicsinyek lettek. Hozzájárul mindehhez, hogy ilyen készülékhez nem lehet nagy és drága lencsákat alkalmazni (12 egyenlő lencse-

rendszerrel lévén szó), hanem be kell érni kisebb, kevésbé éles és világos képet adó lencsékkel, minek következtében napfényben kell a felvételeket eszközölni. Közlött járási felvételei nem is igen értékesek, de alkalmat adott ezen módszer RICHER-nek igen tanulságos dolgozatára az állásról. RICHER, kit igen kiváló művészi képességei is hivatottá tettek ezen tanulmányra, megállapította a fennálló test súlyvonalát, a szerint, a mint az illető sarkán, talpán (azaz sarkán és lábujjain) s végre lábujjain — illetőleg metatarsal csontjai distal végén — áll s kóresetekre is támaszkodva kifejti, hogy az egyenes függőleges állásban izomműködésre jóformán nincsen szükség. Habár ezen tételét ilyen általánosságban nem is fogadhatjuk el, mégis el kell ismernünk, hogy úgy az álláshoz, mint az egyenes talajon való járáshoz is igen kevés izomműködés már elégséges. Az állásban a medence és csomócsont izületének, továbbá a térdizületnek szalagjai támasztókul szolgálhatnak, miután az egyenes állásban a térd a lehetőségig teljesen feszített tartásban van, s azon bénulásokban, a melyek a csonttrögzítőkre terjednek, a beteg a medencéjét annyira előre engedi, hogy így csípő izülete is a feszítés (hátrahajlítás) lehetőségének szélső határát eléri s itt is a szalagtámasztás jut hatásba. A lábtőizületben ugyan ilyen végső állása az izület mozgathatóságának nem használható fel, de a beteg segítségére jön az Achilles-innak (tulajdonképen a lábikra izmoknak) az ilyen esetekben igen gyakori megrövidülése. Mindamellett azonban ezen megtámasztott helyzetekben is csak úgy tudja egyensúlyát az ember megtartani, ha annyi izomerő áll rendelkezésére, a mennyi ezen helyzetben való megtartásra szükséges. Hiában támasztanánk meg a teljes paraplegiában levőnek (vagy a holttestnek) lábtőizületét, az ilyen egyén fennálló helyzetét betartani nem tudná. RICHER kóresetében, a melyet P. LONDE és H. MEIGE, továbbá HUET ismertetnek, tulajdonképen csak paresiséről, nem teljes bénulásról van szó.

Ezen kérdéssel már 1853-ban foglalkozott H. MEYER s közel hasonló nézetet vallott, azonban már HENKE is kifogásolta az állásban az izomműködés szükségességének tagadását. Különben is az az állás, a melyet dystrophiás betegen mutatott be RICHER, egyáltalában nem kényelmes az ép emberre; a test súlypontja előredül s a láb lehajtójának igen erős összehúzódását provokálja. BRAUNE

és FISCHER is megkísérelték a «*kényelmes állás*» tanulmányozását, de R. du Bois REYMOND helyesen utalt arra, hogy ezen, két lábra támaszkodó ú. n. «*kényelmes állás*» egyáltalában nem a nyugalmi állás. Ezen utóbbiban az illető testsúlyát egyik alsó végtagjára helyezi, ellenkező medencze felét lesúlyeszti: ez a francziák *position hanchée*-ja. K. VIERORDT (1864) már tanulmányozta ezen állásmódot s számos okot sorolt fel ezen állás nyugalmi voltának megfejtésére, ezen okok között főleg olyanok szerepelnek, a melyek az egyensúlyi helyzet megfelelő eltolása révén az izomműködéseket kisebb fokban teszik szükségessé. R. du Bois REYMOND kissé egyoldalúlag referál ezen adatokról (az egyensúlyérzésre vonatkozókat emelve ki) és a maga részéről fontos adatként hozzászólni kívánja VIERORDT tételeihez a testnek hátradőlését s ezzel a lábikraizomzat munkájának megkönnyítését. Ezen utóbbi körülmény azonban nem új adat, mert már VIERORDT kiemelte, hogy az illető a nem megterhelt, de támaszkodó lábat kissé előre csusztatja s így a kellő egyensúlyt amúgy is létesíti. Nem eléggé veszi észre azonban e két szerző azt, hogy ezen állásban a leglényegesebb körülmény abban van, hogy az illető tényleg iparkodik szalagjaira támaszkodni s ezt legsikeresebben akkor éri el, ha oly irányban engedi hatni a nyomást ízületeire, a melyben azok már egyáltalában nem mozgékonyak. Az egyén medenczéjét a támaszkodó lába fölött úgy tolja oldalt, hogy czombesontja a legerősebben addukált állásba kerül, csipője oldalt kiugrik, de a szalagok ellenállása miatt ez irányban további mozdulás nem lehetséges. E mellett a test súlyvonala úgy esik aláfelé, hogy a kifeszített térd ízületének oldalt a külső oldalon kellene széttérni e nyomás alatt, ez irányban szintén a szalagok védik. Végre a bokaizületre áll K. VIERORDT és R. du Bois REYMOND magyarázata: a másik láb megtámasztása felmenti a lábikraizomzatot az erősebb összehúzódás alól. Mindezek daczára ez a nyugalmi állás sem valami nagyon kellemes, a szalagok nem jól tűrik a hosszú megfeszülést s az ember kénytelen váltogatni kényelmi állását. De senkinek nem juthatna eszébe a dystrophias beteg állásmódját kényelmi állásul elfogadni, az kényszer-állás, a melyből egyáltalában nem lehet arra következtetni, hogy az állás az izommunkát nélkülözheti.

RICHER a járást is tanulmányozta főleg ép viszonyok között;



a lépést beosztotta a kettős és egyes támaszkodás szakára, az utóbbi szakban a járó csak egyik lábán áll, másik lába ellenben leng. A merőleges állás pillanatában az oscilláló láb térdben meghajlítva halad hátulról előre épen a megtámasztott láb mellett. Ezen függőleges tartás előtt levő szakaszt *hátsó lépésnek* nevezi —, miután az előhaladó láb hátulról a középvonalig halad alatta —, a függőlegest elhagyva ellenben *elülső lépéssé* lesz. RICHER megfigyelte még a medence oldalhajlásait is s egy későbbi közlésében (1898.) leírja az ép járás azon alakbeli változatait, a melyek súlyok hordása, emelkedő talajon haladás, lépcsőn járás, nehéz teher eltolása közben jelentkeznek. RICHER ezen közlései főleg a művészeti anatomia szempontjából érdekesek.

Nagyon tanulmányosak azon járási képek is, a melyeket DERCUM közöl MUYBRIDGE felvételei alapján. Ezen felvételek két helyről ugyanazon időben történtek s így a járás legkülönbözőbb részleteiről is adhatnak felvilágosítást.

Végre a legújabb időben MARINESCO a *kinematograph* segítségével vett fel járástanulmányi képeket. Sajnos, ezen szerző eredeti képet nem közöl, csak felvételei után készített rajzokat, pedig ezen új módszer értékének megbíráását valóban kívánni lehetne, annyiival is inkább, mert a mennyire ez ma ismeretes, az egyes kinematografiák két okból nem látszanak nagyon alkalmasnak ilyen fajta tanulmányra. Először azért, mert a felvételek igen kicsinyek, s MARINESCO képeit is tetemesen nagyítva rajzolta a felvételek után, az ilyen nagyítások csak a pontosság rovására történhetnek. Másodszor pedig ismeretes, hogy a kinematograph képek egyáltalában nem nagyon pontosak, minek oka a gépezet folytonosan ismétlődő megrázkódásaiban keresendő; e két ok miatt az eddigi kísérletekben a kinematograph tudományos vizsgáló módszernek még nem vált be, s ha MARINESCO mégis használta, úgy ennek magyarázatát nem a pontosságra való törekvésben, hanem abban találjuk meg, hogy ezen buvár utánrajzolásra alkalmasnak találta a felvételeket. Látni fogjuk, hogy azon adatok, a melyek ilyen módon nyerhetők, nem adnak több felvilágosítást, mint a klinikai észlelés maga. MARINESCO dolgozatában azonban a kiinduló pont is hibás, az a járásfelvétel, a melyet már két ízben, mint ép járást összehasonlítás végett közölt, nem alkalmas az összehasonlításra. Eltekintve

ezen egyén végtagjainak, bizonyára rajzolási hibából eredő aránytalan szélességétől: ezen egyén nem egyenes irányban haladva, hanem féloldalt elfordulva vonul el szemeink előtt; a szerző ugyanis oldalról tekintve óhajtotta felvenni az ép járást, s így a felvétel helyére függőleges síkban járatta emberét, ez azonban e mellett arcczal a felvevő felé fordult, ezen módon eltorzítva járását. MARINESCO kóros esetek felvételeiből eddig a hemiplegiára és a paraplegiára vonatkozókat közölte, eseteire még vissza fogok térni.

II. Saját vizsgálataim. Saját vizsgálataimat e téren 1895-ben kezdtem meg a módszer kidolgozásával. Klinikai célokra alkalmas módszernek lehetőleg egyszerűnek kell lenni, sajnos már azért is, mert az ilyenféle vizsgálatoknak csak nagyon nehezen találjuk meg a megfelelő helyi viszonyokat s berendezési költségeket. E nehézségek dacára sikerült a technikai berendezést a következő módon kielégítő alakban létesítenem.

Felvételi helyül, alkalmas atelier hiányában, a II. belklinika tantermét használtam, a melynek dél-nyugot felé néző ablakain elég világosság szűrődik át, úgy hogy diffúz napfényvel dolgozhattam. Közvetetlen napsütésre nem szorultam, persze ezt nem is lett volna módomban ezen viszonyok közt felhasználni. A felvétel céljából ezen ablakok felé fordítva fekete szövetel bevont háttérrel állítottam fel, ezen háttér magassága 250 cm., hosszúsága 370 cm. volt. A háttér hosszában a járás helyét szintén fekete szövetel fődtem le. Rendelkezésemre állott így egy 370 cm. hosszú falterület, a mely mellett a felveendő egyén járt; a felvételre ezen területből azonban csak mintegy 3 m. kerülhetett. Ezen területen átlag 4—8 félépést végzett a vizsgált egyén. A felvevő (Mackensteen-féle) kamarát a járó alaktól 860 centiméternyire állítottam fel, így az egész járási terület 9×12 -ös lemezen jól elért. E kamara Zeiss Anastigmat II. 250 mm. lencsével volt ellátva; diaphragmát nem használtam, mivel a lencse legszélő részeit a pillanatvár úgy is elfogta s lehetőleg sok fény bebocsátásra volt szükségem. E kitűnő lencse különben igen tiszta képeket adott ilyen távolságból. Pillanat-zárként az ismert «Automatique» egyszerű szerkezetével értem be. Ezen zár mintegy 0.01—0.015 mp.-nyi exponálással működött; kiváltását a rendes gummilabda-megnyomással eszközöltem. Ezen egyszerű berendezéssel a következő módon jártam el. A felveendő

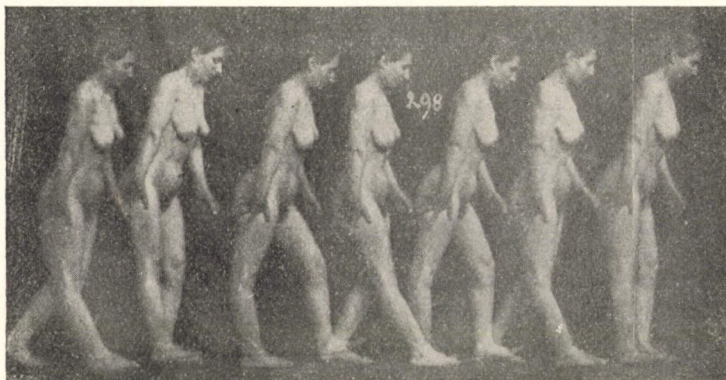
egyént néhányszor próbaképen járattam a nélkül, hogy lépésgyorsaságát, lépéseinek nagyságát befolyásoltam volna; ezen próbakísérletek alatt azonban egy metronom ingásait akként állítottam be, hogy annak minden harmadik vagy negyedik ketyegése (a melyet e metronom halk csengéssel jelzett) egygyel többször ismétlődött, mint a hányat az egyén lépett a kísérlet helyén. Természetesen ezen szakaszok az ismétlésekben nem estek éppen össze, de a gyakorlati tapasztalat azt tanúsította, hogy 4—6 lemez felhasználásával elegendő lépés-szakot sikerült rögzíteni. Mialatt ugyanis a vizsgált egyén a fal mellett elhaladt, én a metronom jelezte időközökben kézzel működésbe hoztam a pillanatzárr gépezetét s így 4—6 lépésről 5—8 felvételt nyertem egy lemezre.¹ Ezen felvételek egymást alig, vagy nem is érintő igen tiszta alakokat adtak, a melyeknek mérete az eredeti nagyság $\frac{1}{33}$ -ad részének felelt meg (165 cm. magas alak 5 cm.-es képet adott), az egyes alakokon csak a mozgó láb volt gyorsabb tempójú járásban kissé elmosódott szélű (l. az 1. ábrát).

Ezen felvételeken az egyes alakok nem következtek azon egymásutánban, a mint az a lépésben tényleg történik s nem is voltak az egyes szakaszok egy ugyanazon lépésre vonatkoztathatók. Miután azonban a két szomszédos alak megtámasztott lába között levő területről a lépés hosszúságát meg lehetett esetről-esetre határozni: az adott lépési viszonyokat ugyanazon méretre átszámítani nem volt nehéz, de még alkalom nyílt ezen felvételekben az egyes lépések hosszát s annak befolyását a lépésre is tanulmányozni, sőt a külalaknak módosulását az egyes lépési szakokban igen híven feltüntetve látni. Sikerült továbbá az egyes alakok egymásutánjának rendezésével összeállított klinikai képet adni a lépés lefolyásáról ép és kóros állapotokban. (L. a táblákat.)

¹ Felvételeimet számos előtanulmány után Schleussner-féle lemezekre eszközöltem. Eleinte a gyárból közvetlenül kértem igen érzékeny emulsióval készült lemezeket, később azonban ezen kitűnő gyárnak a kereskedésben kapható minden doboza alkalmasnak biznnyult. A képek kifejtését amidollal, a szokottnál kissé tömöttebb oldatban eszközöltem kevés brómkálium jelenlétében. A lemezek erősítésére csak akkor volt szükség, ha kénytelen voltam nem egészen kedvező napszakban, vagy nem egészen tiszta időben fotografálni.

Ezen eljárással számos (8) egészséges egyénről s több mint 44, járásában hibás betegről vettem fel képeket, gyűjteményemben járó alak — oldalról tekintve — eddigéle mintegy 1400 van. Az 1. ábra egy ilyen felvételt mutat be a módszer illusztrálására.

Eljárásomat azonban még a járás előlről és hátulról való felvételére is alkalmassá tettem. Ha nem is érhettem el azt, a mit MUYBRIDGE, FISCHER és BRAUNE már megkísérlettek, hogy ugyanazon lépés azonos részeit vették fel egyidejűleg oldalt és hátulról: mégis sikerült egyszerű módon a lépés ilyen képeit is felvennem; a



1. ábra. Egyik eredeti felvételemről; az autotypia természetesen nem mutatja a felvétel összes finomságait.

mit ezen felvételeimben azonban igen értékesnek vélek, az az, hogy aránylag nagy alakokkal dolgozhattam. Ezen felvételeimben ugyanis a méret a természetes nagyságnak csak kb. egy huszonötöde volt (tehát a 165 cm. magas alak 6.6 cm. magas képet adott) s a felvétel mindig éles képben volt eszközölhető, míg az eddigi hasonló felvételekben a járó alak a focust mozgása közben elhagyta, mert vagy távolodott a lencsétől, vagy közeledett hozzá.

Ezen eljárásom abban állott, hogy a kamarában, annak lencsáját a vízszintes síkban lehetőleg oldalra tolva, egy 9×18 -as lemezt úgy helyeztem el a némileg módosított kazettába, hogy egymás mellett hat, 3—3 cm. széles felvételt nyerhettem a kazettának kézzel való eltolása segédelmével. A felveendő egyén

fekete háttér és alap mellett vagy a kamara felé, vagy attól elhaladt s azon pillanatban, a midőn épen a beállítás helyére ért, a pillanatzárt működésbe hoztam. Természetesen minden egyes felvétel után a kazettát odább kellett tolni s az egyént újra járatni, de eközben kiinduló pontját mindig a fellépés hosszúságának $\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{2}$ -ével odább választva meg, a lépésnek más és más szakát kaptam az éles beállítás pontján.

Ezen röviden vázolt módszerek klinikai használhatósága a legnagyobb mértékben bevált s az eddigi eljárásokkal szemben határozottan jobbnak bizonyultak a képek nagysága, a képek élessége szempontjából és azon, klinikailag kétségtelenül hasznos tulajdonságuk alapján, hogy ezekkel az egész testalakot, nemcsak egyes, a testre mesterségesen alkalmazott vonalakat vehetni fel.

Mielőtt az egyes felvételek eredményeit tárgyalnám, tisztába kell jönnünk azon kérdésekkel, a melyek a járás tanulmányozása körében felmerültek. Már említettem, hogy a járás egyes szakaszait legcélszerűbben úgy oszthatjuk be, ha megkülönböztetjük a megtámasztott lábat és a lengő (oscilláló) lábat, ez utóbbi előre halad, a másik tulajdonképen hátra felé; a két láb együttesen minden fél-lépés elején és végén érinti a földet, tehát ekkor mindkettő megtámasztott láb; az egyoldalú megtámasztás szakát a függőlegesbe érkezés pillanata, a midőn a két ellenkező mozgású alsó végtag egymást keresztezi, osztja ketté; a francziák ezen két rész elsejét a hátulsó és másodikat az elülső lépésnek nevezték el, az elnevezést a függő lábról véve. A megtámasztott láb visszafelé irányított útjában is két félre osztható pályát ír le, a függőleges állás előtt levő elülső és mögötte levő hátulsó szakasznak megfelelőleg.

Tanulmányunk kiindulási pontja természetesen az ép egyén járása volt. E végből a leirt eljárással négy férfi és négy nő járását vettük fel. E felvételek tervezése alkalmával már kitűnt, hogy, legalább a rendelkezésünkre állott anyagban, mily nagy nehézséggel lehetett olyan egyént találni, kinek járása ne lett volna eltorzítva. Még a nők járására elég könnyen találtunk elfogadható egyéneket, de a mesteremberek hanyag testmozgása, miközben azok vállukat, törzsöküket ide-oda vetik s lábukat mintegy maguk után vonszolják, a katonaviselt egyéneknek pedig szögletes, mintegy rángatódászokra berendezett mozdulatai a törzsöknek természetellenes me-

reven tartásával igen megnehezítette a férfi-járás tanulmányozására alkalmas egyén kiválasztását. Klinikai célunk lévén azonban a hasonló társadalmi rendben előforduló kóresetek analizise: mégis el kellett fogadnunk ezen járások jellegét, hisz az összehasonlításnak alapul csak így szolgálhattak.

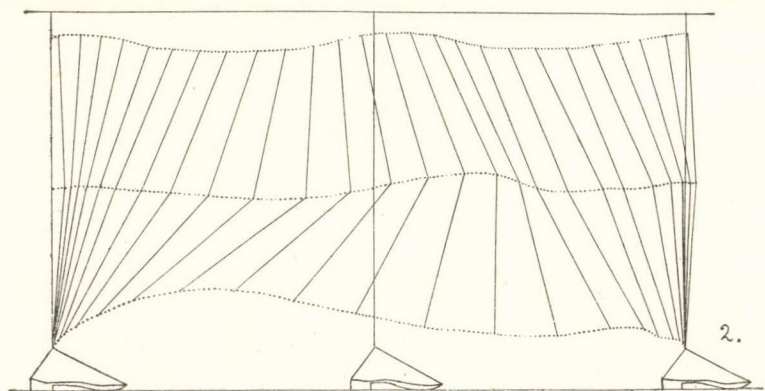
Csaknem összes felvételemet meztláb járó egyéneken eszközöltem. Ez talán a járás hibáinak, sőt az ép járásnak megítélésére nem a legegyszerűbb, mert a cipő tetemesen megkönnyíti járásunkat s annak ma már kiegészítő része, de mégis kétségtelen, hogy a természetes viszonyokat leghívebben cipő nélkül tanulmányozhatjuk. Ezen képeken igen jól szembetűnik a cipő szerepe a járásban. A sarok meghosszabbítja az alsó végtagot, meghosszabbítja továbbá a lábat is, a melynek ujjai meztláb csak kevésbé vesznek részt a megtámasztásban, míg a cipőtálp csaknem végig érvényesül, végre a cipő a lépést is meghosszabbítja. A cipő további befolyásáról alább még lesz szó.

Azon körülmény, hogy a járás egyes szakaszainak összeállításában nem egy és ugyanazon lépést vettem alapul, természetesen bizonyos kisebb-nagyobb eltéréseket okoz, de ezek az eltérések, eltekintve talán itt-ott véletlen félrelépéstől, igen jelentéktelenek voltak, sőt ellenkezőleg valóban inkább meglepett az a körülmény, hogy nem is egyforma hosszúságú lépések egyes megfelelő fázisai mennyire pontosan illettek egymásba; természetesen a nem egyenlő hosszúságú lépések egyes szakaszait megfelelő arányban át kellett számítani.

Az adott körülmények között az élettani viszonyokat az ide-mellékelt három felvétel (két férfi, egy nő) mutatja be, mindkét ábrán a jobb láb egy lépése (fállépés) van érzéktve a fényképekről átrajzolt és kisebbitett méretű görbék alapján. Ezen képeken az áttekinthetőség kedvéért csak az alszár és czomb van kirajzolva, a láb csak itt-ott feltüntetve. Összehasonlíthatók e képek az I. tábla 1, 2 képeivel.

Ezen felvételeim nem egyeznek teljesen sem RICHER sémáival, sem BRAUNE és FISCHER nagyon egyenletesen lefolyó görbéivel. A főeltérés a csipőizület haladásának alakjában van. Ezen izület a függőleges síkban természetesen bizonyos ingadozásoknak van kitéve s a szerint, a mint a megtámasztott alsó végtag függőleges

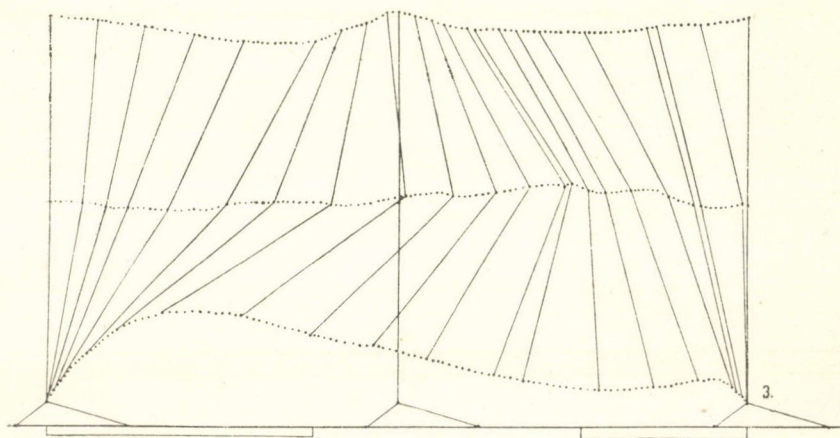
vagy részut helyzetet foglal el, az előbb említett rajzokban majdnem egyenletesen emelkedő és süllyedő hullámvonalat ír le; ezen hullámvonal két, csaknem részarányos kettős hullámból áll. FISCHER és BRAUNE ugyan azt állítják, hogy egy teljes (kettős) lépésre három félhullám esik, ez azonban tévedés, miután ők két negyedhullámot nem vesznek észre, pedig ezek kezdik meg s végzik be a kettős lépést; így tehát minden féllépésre két félhullám esik. Ezen két hullámvonal, a mint az a 2. ábrán (BRAUNE és FISCHER felvételeiből átrajzolt ép egyén járása cipőben) látszik, nem vág teljesen össze; az elülső, kissé rövidebb, ingása nagyobb, de mind



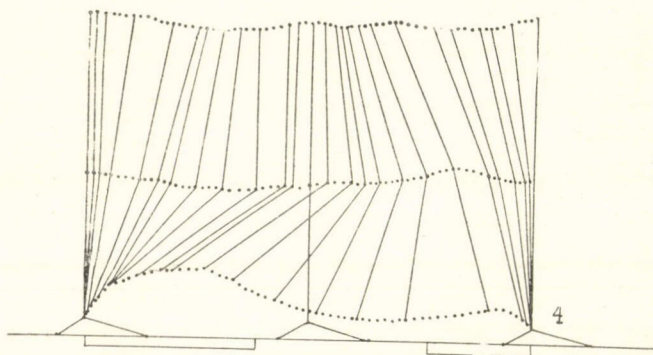
2. ábra. Ép férfi járása cipőben (FISCHER és BRAUNE után).

a kettő igen lapos. Felvételeimben ezen vonalmenet az előbbtől jelentékenyen eltér (1. a 3., 4., 5. ábrákat), a különbség némileg egyéni jellegben, de főképen a mezítlábon járásban találja magyarázatát, legjobban kifejezett ezen magatartás a 3. ábrán (férfi járás), a melyen a csipővonal hullámzata tágabb határok közt ingadozik, a két hullámpár csaknem egyenlő hosszú, úgy, hogy a középső hullámhegy legmagasabb része a középső függőlegesen (a másik, megtámasztott láb bokájának merőlegesen) vonul át, míg a cipős lábon ez később, már a függőleges után történik meg; a hullámvölgy legmélyebb része ellenben a mezítlábon járás közben nem esik a függőleges állások között a középre, hanem kissé előrébb s aztán igen meredeken emelkedik s tetőpontját még valamivel a

függőleges előtt éri el; a hullámvölgy a lépés elülső felében pedig sekélyebb, a görbe lefolyása itt sem egészen részarányos, néha a hullámvonal mintegy megkettőzött ezen részben (l. 4. ábrán).



3. ábra. Ép férfi járása mezítláb.

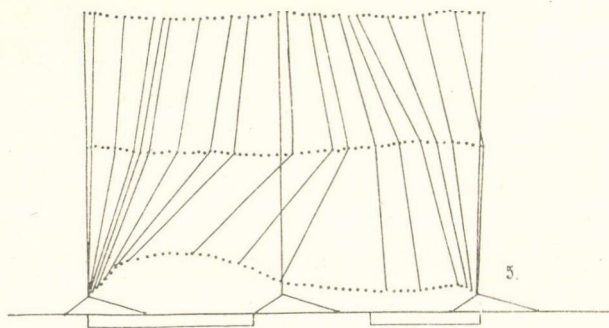


4. ábra. Ép nő járása mezítláb.

Minek tulajdonítandók ezen kétségtelenül élettani eltérések?

Első sorban bizonyára ama körülménynek, hogy a példaként idézett szerzők cipőben járatják kísérleti egyéneiket, én pedig mezítláb; főleg a saroknak hiánya olvasható ki e görbék hátulsó felének egyenetlenségeiből. Ime, a cipősarok jelentőségének ma-

gyarázata; a természet hiányos berendezésének ezen pótlásával részarányosabbá tesszük a járást, testünk emelkedéseit simábbá, egyenletesebbé alakítjuk. Másodsorban azonban utalnom kell itt is a járásnak azon egyenetlenségeire, a melyek az élettani határon belől észlelhetők. Ha megfigyeljük a mezítelen állapotban járó egyének hátát, feltűnik a gerincoszlopnak igen különböző mértékű oldalingadozása; abban a pillanatban, a midőn a földre kerülő láb átveszi a testsúly viselését, de még inkább, a midőn a másik láb elhagyja a talajt s lengő lábbá lesz, a megterhelt lábbal ellenkező oldalon a gerincoszlop mellett hatalmas izomösszehúzódások állanak elő. Egyes egyéneknek a kis és közép glutens izmok, vala-



5. ábra. Ép nő járása.

mint a meg nem támasztott oldal hosszú hátizmainak erőteljes összehúzódása daczára a medence és a gerincoszlop minden egyes lépésszakváltozással meg-megbillen (egy időben az alsóbb néposztályokban divatos is volt e járásmód). Ehhez járul még egyes egyéneknek az a szokása — a mely kóros esetekben kompenzáló értékű —, hogy a középvonalon áthaladó lábnak mintegy elősegítve dolgát, a megfelelő medencefélte felemelik s midőn ezen lengő láb az előlépés végén a talajhoz közeledik, az ugyanazon oldali medencefélte előre fordítják, ez által megnyújtva a lépés hosszúságát.

A medencefélte ezen előrefordítása azonban más tekintetben is érdekes; ez magyarázza meg az előlépés átlagos különbségét egyes egyéneknek. Nem annyira az egyik végtag erőteljesebb izomzatában rejlik annak oka, hogy egyes egyéneknek a két láb elő-

lépése nem egyenlő hosszú, a mint azt VIERORDT és GILLES DE LA TOURETTE akarják magyarázni, hanem főleg a medence ferde tartásában s egyenetlen előretolásában a lépés közben. A nők, legalább azok, kik nem végeznek egyoldalúlag megerőltető munkát, alig lépnek nagyobbab egyik lábukkal, mint a másikkal, de az oly mesteremberek, a kiknek foglalkozása egyoldalúlag erőltetett testmozgással van egybekötve, járás közben egyik medencefelőket erősebben tolják előre, mint a másikat.

A görbéknek BRAUNE s FISCHER görbájától további eltérése abban áll, hogy — eltekintve egy-két enyhébb kivételtől — a lengés végén az alsó végtag térdben kifeszített helyzetben éri a talajra, míg a nevezett buvárok erőltetett járású egyéne a földre érkezés és a függőleges állásba jutás közt még egyszer meghajlította a térdét. Ezen sajátosságnak oka BRAUNE és FISCHER esetében az egyénre alkalmazott igen nehézkesnek látszó cipőben és az egyén erőltetett előhaladásában találja megfejtését.

Az egyes görbék között bizonyos eltérés mutatkozik a bokaizületnek emelkedése tekintetében. A boka ugyanis körülbelül a hátulsó szak közepe táján (az előre induló lábat értve) éri el a talaj fölé való emelkedésének legnagyobb magaslatát. Ezen emelkedés mértéke az alsó végtag hosszához viszonyítva FISCHER esetében 14.9 %, III. és IV. esetemben 14.1 és 14.3 %, II. esetemben csak 10.6 %, míg az első sz. férfiban 22 %-ot tett ki. A lábnak ilyen magasra felrántása is a katonasági kipeczkézett járás eredménye. A boka emelkedése a középvonalon való áthaladás idejében élettani körülmények között olyan, hogy a lábtalp a talajhoz igen közel maradva vonul át, ezután a saroknak a földre érkezése előtt van a boka második, itt már kisebb emelkedése. A cipősarok nem igen változtatja meg a bokaizület pályáját, csupán annyiból, hogy e pálya a sarok és talp vastagságának megfelelőleg kissé magasabb síkban megy végbe.

A láb hajlásait már kevésbbé lehetett feltüntetni e rajzban s így erről inkább egyes kóresetek tárgyalása alkalmával lesz szó. Itt csak jelzem, a mint az már egyébként is ismeretes, hogy járás közben a két láb talpa egyszerre nem éri a földet, a ~~midőn~~ az egyik láb ujjai még nem érkeztek le a talajra, a másik láb sarka már emelkedni kezd.

Igen tanulságos és az összehasonlításra alkalmas eredményeket ad a lépés egyes időbeli szakaszainak megfigyelése. Ha irányadóul a csipőizület helyzetét tekintjük - s ez, mivel ezen ízület csaknem egyenletes sebességgel halad előre, a leghelyesebb is -, úgy azt találjuk, hogy a fellépés idejének 61—70 %-a a kettős megtámasztásra esik, nevezetesen:

| | |
|---------------|--------|
| az I. esetben | 62.5 % |
| a II. „ | 68.7 „ |
| a III. „ | 61.0 „ |
| a IV. „ | 70.0 „ |

BRAUNE-FISCHER esetében kiszámítva ellenben 56.1 „ ;

marad tehát czipő nélkül az egyoldali megtámasztásra 30—39 %-a, czipővel kb. 44 %-a* a lépés hosszúságának. Ha az egyszerű megtámasztás azon részleteit vesszük külön-külön, a melyek a lépés elülső és hátulsó szakaszaiban mutatkoznak s határu a bokán át vont függőlegest tekintjük, akkor az elülső lépésre eső szak mindig hosszabb, az arány kb. olyan, mint 100 : 70-hez ; de ha nem a bokán át vont függőlegest vesszük határu, hanem azon vonalat, a mely a test súlyvonalának felel meg, s a mely egyenesen álló helyzetben a boka és a metatarsal csontok elülső vége közé esik : akkor a nyugodt, lassú járásban teljes pontossággal egyenlővé válik az egyoldali megtámasztás elülső és hátulsó részlete. A test tehát, mint egy ingó rúd, egyoldali megtámasztása idején ugyanoly utat ír le súlypontja előtt, mint utána. Az ép járásnak ezen szabályossága eddigelé elkerülte a figyelmet.

Az egyes lépések hosszúságának egymás közt való ingadozása ép egyéneimen 18—20 %-ot tett ki, a mint már említettem volt, az előlépés nagysága a jobb és bal lábon csak kevéssé különbözött s nem látszott mindig a jobb láb nagyobb lépését bizonyítani.

Ép esetekben a törzsök csak kevéssé ingadozik a sagittal síkban. Legmeredekebb a testtartás azon pillanatban, midőn az elől lengő láb a talajra érkezik.

* Itt azonban ismét hangsúlyoznom kell, hogy BRAUNE és FISCHER kísérletében csaknem futólépésben haladt a vizsgált egyén.

Igen tanulságos ezen felvételekben megállapítani azon szög-nagyságot, a melynek megfelelő körívet a czombcsont és az alszár megírnak. A függőlegesen lelógó czomb a lépés elején bizonyos szögletben eleinte hátrafelé mozdul (legyen ez a szöglet), aztán előre halad és a függőleges elé kerül s ismét bizonyos fokig előre emelkedik (b szöglet); az alszár hasonlóképen a függőleges mögött (c szög) és előtte (d szög) bizonyos körívet ír le. A czombcsonton ezen két ($a^0 + b^0$) szöglet összege egyszersmind a teljes mozgás-szöglet nagyságát adja, az alszáron ellenben a függőleges nem lehet mértékadó a behajlás nagyságát illetőleg, mert ezt ez esetben nem a függőleges síkhoz, hanem a czombcsonthoz kell viszonyítani. Miután az alszár legnagyobb kifeszítése 180° , ehhez kell mérni a legerősebb behajlítást (e szöglet). A következő táblázatban eseteimről ezen szögletek nagyságát és még a lépés nagyságát a csipőizületnek a földtől való magasságához viszonyítva hányadosban ($L : M$) is feltüntettem:

| Szám | a | b | $a+b$ | c | d | e | $L : M$ |
|---------------------|-----|------|-------|-----|------|-----|---------|
| 1. | 28 | 31 | 59 | 56 | 18.5 | 60 | 1.6 |
| 2. | 8 | 25 | 33 | 42 | 18 | 49 | 1.2 |
| 3. | 9 | 21 | 30 | 55 | 13 | 56 | 1.3 |
| 4. | 7.5 | 27.5 | 35 | 43 | 12 | 47 | 1.3 |
| 5. (Fischer-Braune) | 21 | 28.5 | 49.5 | 56 | 26 | 57 | 1.8 |

Ezen számsorozatból kitűnik, hogy az 1. és 5. egyén (férfiak) aránylag jóval nagyobbat lépett, mint a többi három (a nők); e két férfi a szöglete jelentékenyen túlhaladja a három másikat, középszámban $24.5 : 8.1$; a többi szögletet illetőleg ilyen feltűnő különbség nincsen, kivéve az 5. egyén d szögletét, a mit kétségtelenül a cipő befolyásának kell tulajdonítani. Ezen adatok ugyanis azt bizonyítják, a mit egyébként is könnyű ellenőrizni, hogy a lépés nagyságát nem az előrenyúló végtag erősebb vagy gyengébb beidegzése, hanem a hátulsó megtámasztott végtag munkája határozza meg. Ez viszi fel a törzsököt a hullámvonal emelkedő lejtőjén, míg a hullámvonal süllyedő részén már a föld vonzása is segíti. Az előlépő végtag nagyobb vagy kisebb felemelése — az előlépés szöglete — függ ugyan a lengő láb izomzatától, de az előlépés hosszúságára fontosabb a medenczének, illetőleg a csipő-izületnek

térbeli helyzete azon pillanatban, a midőn a láb a földre érkezik. Az előbbi az izommunka erősebben befolyásolja, mint az elülső láb helyzetét, a melyet a végtag hosszúsága és a medenczének esetleg (szintén a megtámasztott végtag izommunkájától függő) súlyezett helyzete szab meg. Ha hosszabbat akarunk lépni, akkor nem előbbre tesszük lábunkat, hanem hátul levő lábunkat hagyjuk tovább megtámasztva (annak segítségével messzebbre toljuk előre törzsökünket), így meghosszabbítjuk az egyoldali megtámasztás területi szakát, vagyis később ejtjük le elülső lábunkat a földre.

A valóságban az egyes szögletek kissé nagyobbak lehetnek, miután a módszer nem biztosít arról, hogy felvételünket éppen a legszélső határ-állásban eszközöltük, a különbség azonban néhány fokon túl nem terjedhet; hasonló hiba állhat elő abból is, ha a végtag nem mozog teljesen azonos síkban.

A test súlypontjának tekintetbe vétele is igen fontos volna ezen tanulmányban. FISCHER meg is állapította az egyes lépésszakaszokra a végtagok és a test általános súlypontjának helyzetét, de azon súlypontok, a melyeket járó alakjába belé rajzolt, a valóságnak csak azon esetben felelnének meg, ha a járó járásának egyes szakáiban meg-megállana s valamiképen megtámasztatnák (súlypontján felfüggesztetnék), mert az egyoldali megtámasztás szakasza alatt a testet egyensúlyában azon lendítő erő tartja meg, a melyet a test nagy részben éppen megtámasztva volt lábától, kis részben törzsökének előre vagy hátradőlése és karjainak lóbálása útján szerez. Ha tehát az egyoldali megtámasztás bizonyos szakaszában a valóságos súlypontot akarnánk meghatározni, úgy tekintetbe kellene venni azt a lendületet (a test tömegének adott kinetikai energiát), a melylyel a test előhalad; ilyen módon a test súlypontja jelentékenyen előre kerül, sőt nagyobb sebesség alatt, ugrás közben sokkal a test elé jut. Ezen tényező értelmezi a pillanatos felvételek sajátosságos, majdnem lehetetlennek látszó alakjait; a fotográfia rögzíti az alakot olyan állásban, a midőn a test súlypontja tulajdonképen nem a szemünknek megfelelő helyen van s ezért látásunk nem fogadhatja el a képet helyes egyensúlyi viszonyban levőnek. Ha magát a mozgó alakot nézzük, úgy a mozgásban fellelő képzeletünk a kellő egyensúlyi tényezőt. Ha a súlypont eltolódásának ezen tényezőjétől el akarunk tekinteni, úgy meg kell

figyelnünk a járást a leglassúbb mozgásokból összetéve. Ezen esetben egészen más képét nyerjük a járásnak. Ha kiindulási pontul itt is azon állást veszszük, a melyben az egyik alsó végtag a hátulsó, a másik az előlő megtámasztásában van: úgy a csipőizület nem írja le többé ilyen körülmények között csaknem egyenletesen előre futó pályáját, sőt ellenkezőleg, ezen izület a hátulsó láb előre kerülése alatt visszafelé halad, ellensúlyozandó a mozgó lábat; a midőn ez előkerült, a csipőizület hirtelen követi, mialatt a láb a talajra esik s csak ezután, a kettős megtámasztás szakaszában megy a csipőizület gyorsabban előre.

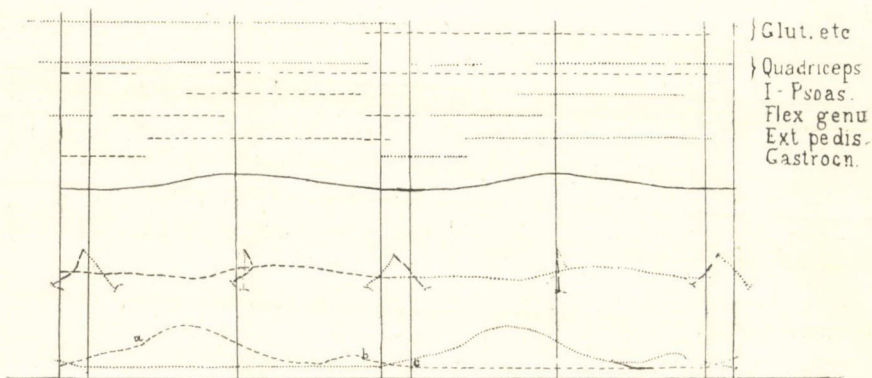
Az egészen lassan végzett lépéssel tett ezen kísérlet kimutatja, hogy sík talajon járás közben jóformán csak gastrocnemius izmaink azok, a melyek működnek, egyéb izmok hozzájárulása csak annyiból szükséges, hogy az egyes izületeknek támasztóul szolgáljanak s a meg nem terhelt (lengő) alsó végtagot előre hozzák. A megterhelt végtag térdizületében azonban (nem túlságos gyors járás közben) ki van feszítve, a mely helyzetben szalagai védik s izomműködés hozzájárulására — legalább a függőlegeshez közel álló helyzetben — alig van szükség. A csipőizületben pedig csak látszólagos a megtámasztott alsó végtag hátravonulása, ez a nagy glutens feladata volna, de ezen izom egyáltalában nem képes a törzsököt előre mozditani és csak akkor vesz részt a járásban, ha körívben haladunk, ha testünk felső részeit előre hajolva tartjuk járás közben s nagyokat lépünk. Ekkor rögzíti a medencze és czombesont egymáshoz való viszonyát azon pillanatban, midőn a hátulsó láb éppen elhagyja a talajt, mindaddig, a míg a czomb a függőlegesbe tér, esetleg görbe úton járás közben fordítja a törzsököt a czombizületben.

A testet a kettős megtámasztás alatt a hátulsó alsó végtag gastrocnemiusa segíti át a középvonalon: egy darabon tényleg tolás útján, aztán pedig bizonyos lendületet adva ezen kinetikai erővel. A midőn továbbá ezen végtag elhagyja a talajt s a psoas, quadriceps segítségével előre leng, ezen mozgással szintén lendületet ad a testnek. Ha a gastrocnemius munkáját megghiusítjuk (pl. hátul levő lábunk egész talpával maradv a talajon s aztán egyszerre felemelve talpukat vagy sarkunkra állva) és medenczenket sem emeljük, csak igen kicsit tudunk előre lépni; ha

ellenben teljesen ki akarjuk használni gastrocnemiusunkat, úgy alkalmat kell adnunk, hogy ezen izom testünknek minél több kineztikai erőt adhasson át, ezért lábujjainkon gyorsuló mozgással lehetőleg magasra emelkedünk; ha még több erőt akarunk adni ezen szakaszban testünknek, úgy még térdünket is meghajlítjuk, ekkor quadricepsünk is csatlakozik a mozgáshoz és hosszabb úton kísérik testünket gyorsuló mozgással előhaladó pályáján (pl. ugrás alkalmával).

Az egyszerű, nyugodt, sík talajon való járásban tehát a mozgató (hátsó megtámasztási szakasz) alsó végtagon a gastrocnemius dolgozik, a lengő lábon az alszár behajlító, a láb felhajlító, a psoas, majd a quadriceps jönnek működésbe, a lengő lábat a mozgás szakaszának megfelelőleg rövidítve, majd hosszabbítva, e mellett a testnek előre irányított lendületet kölcsönözve. Természetes, hogy a gastrocnemius erős munkájával szemben ezen utóbbi izomzat munkája jelentékenyen könnyebb, bár a quadriceps az elülső lépési szakban, sőt lefelé menéskor a hátsóban is erősen dolgozik. Előre dülő állásban a quadricepsnek alig van részvétele a járásban, hátradülő helyzetben igen, ekkor ezen izom is hozzájárul a medenczerögztítéshez. Lényeges izomműködést fejtenek még ki a járás alatt a tibialis ant., a melyet a lábujjfeszítők is támogatnak (a láb feszítők = felhajlító) azon időszakban, a midőn az elülső lépési szakban levő láb a földre érkezik s a midőn a láb felhajlítása céljából máris összehúzódtott extensor izomzat a test egész súlyát átveszi s zökkenés nélkül, enyhén a talajra leengedi, mialatt a láb egész hosszával a talajra kerül. Hasonlóan fontos a közép (ezt már helyesen RICHER is kiemelte) és a kis gluteus, továbbá a hosszú hátizmok működése is, ezek a medenczének és a törzsöknek sagittal tengelye körül, a biceps és a hasizmok a medence haránttengelye körül való helyzetét rögzítik — tehát csupán kisegítő izmokul tekintendők, a karizomzat végre ismét könnyű munkával enyhíti a lábakra izomzat nehéz feladatát. Mind ezen izomcsoportok időbeli működését az 1. esetem kapcsán a 6. ábrán kíséreltem meg föltüntetni. Ezen kísérlet nem óhajt egyelőre teljes lenni, csak a főbb izomcsoportokra vonatkozik; a legcsekélyebb eltérés a járás egyenes irányától, a testtartás kissé változtatott alakja már számos más izom működését is kiváltja, eze-

ket tehát külön kellene tanulmányozni. Az időbeli viszonyok feltüntetése céljából e rajzot kissé át kellett alakítani; a függőleges irányok ugyanis mint idő-abcissák, itt összeeső fázisokat tüntetnek fel, ezért módosult a térd és a bokaizület görbéje. Ezen utóbbit illetőleg *a* azon pont, a melyben a láb a talajt elhagyja s lengővé lesz, *b*-ben érkezik ismét a földre, *c* pedig azon pillanat, midőn a láb egész talpával kerül a földre. A két láb egymáshoz való viszonyát a megfelelő időszakokban a belé rajzolt séma tünteti fel. Kiindulásul szolgál (épp úgy, mint az e munka végén közölt táblákon is) azon időpont, midőn a hátsó láb sarka már elhagyta a



6. ábra. A járásközben működő izomcsoportok.

talajt, az elülsőn azonban a lábujjak még nem érkeztek a földre. Az ábrán csak a járásra legszükségesebb izmok vannak feljegyezve, a felvételek tanulmányozása és járás közben az egyes izmok tapintása alapján. Az ábra nem vág teljesen össze BOUDET DE PARIS rajzával. Ezen szerző MAREY-CARLET grafikai módszerével dolgozott; sajnos, ezen készülékek nem igen erősíthetők meg megbízható módon a mozgó végtagon, de meg ezen kísérleti sorozatban a kísérleti egyén körben is mozgott, a mi jelentékenyen megmásítja az izommozgások képét.

Emelkedő járásban vagy lépcsőn felmenés közben nagy súlyt fektetnek könyveink a gluteus maximus közreműködésére, ez azonban éppen nem felel meg a valóságnak; a gluteus maximus összehúzódására csak akkor van szükség, ha törzsünk előre dül,

ennek ellensúlyozására szolgál a nagy gluteus, de nem segíti a testet felemelkedni egyik lépcsőfokról a másikra. Így, ha hátradülő, vagy nagyon egyenes testtartásban megyünk felfelé a lépcsőn, a gluteus maximus egyáltalában nem jön összehúzódásba. Már fontosabb szerep jut ezen izomnak, ha görbe úton járunk, midőn a czombot hátul abdukálja s így a járás irányát megváltoztatja, hasonlóképen gyorsított járás közben, midőn a törzsök előre is hajlott és a midőn sietve eresztjük le a földre előlépő lábunk sarkát; ilyenkor a sarok sülyesztésének előmozdítására felhasználjuk a nagy gluteust s a bicepszt; az ataxiás beteg is ezen izmaival rántja le sarkát a földre. A gluteust illetőleg sajátoságos körjelzési hibába esett HÖSSLIN, a ki egy esetben, a melyben a beteg igen előre hajlott s lordosisos testtartással tudott csak állani és járni, míg fekvő helyzetben szabadon mozgatta alsó végtagjait: a gluteusok bénulását vélte felvehetni, a testtartás mechanikáját véve felvétele alapjául. Ez az alap téves, minden hibás testtartás kompenzáló jellegű, nem egyszerűen mechanikai természetű. Ha HÖSSLIN megkísérlette volna saját magán betegének testtartását, azonnal meggyőződhetett volna, hogy az említett testtartás a glut. maximusnak igen erős összehúzódása mellett lehetséges csupán, sőt jóformán ez az egyedüli részarányos állás, a melyben ezen izom közreműködése okvetlenül szükséges. A nagy gluteusok mozgási iránya annyira laterális, hogy ezen izom leginkább a féloldali megtámasztás alatt, tehát egyoldalúlag működik. Lehetne ugyan a biceps gyengülésére gondolni hasonló esetben, mert fennálló helyzetben ezen izom és nem a nagy gluteus az, a mely a medencze tartását nyújtott alsó végtag mellett rögzíti a haránttengely körül, de a gluteus maximus kétségtelenül ép volt, sőt miután ugyanezen beteg egyidejűleg sajátoságos járásával egészen könnyen tudott órákon át rendes testtartásban tánczolni: kétségtelen, hogy nem izombénulás, hanem neurastheniás kényszertesttartás volt a bajának oka.

Az ép járás izomműködésének ezen magyarázatát a kóros esetekből vett észleletek is támogatják, másrészt pedig ezen viszonyok tekintetbe vételével sikerül a kóros járás egyes hibáinak értelmezése. Ehhez azonban még értékes adatokat csatolhatunk, ha azon eltorzított járásmódokat tanulmányozzuk, a melyekkel

kisegíthetjük magunkat egyes izmaink fel nem használása daczára. Így pl. a gastrocnemius nélkül is járhatunk, ilyenkor a közreműködő izmok a lengő láb oldalán a medencezete felé felemelik, ezzel rövidítik meg a lengő lépésben levő alsó végtagot, de egyzersmind a hátulsi lépésben levőt a megtámasztás végén a medencezete süllyesztésével hosszabbítják. Legjobb példája ennek a falábon járás; kóreseteknk közül a 9. számú ábra. Ilyenkor egész járásunk végbe megy a medencezete emelése és süllyesztésével. A láb felhajításnak elkerüléséről alább lesz szó.

Az izomműködések ezen megfigyelése kimutatja, hogy a test előbbre vitele, bármely járásalakot vegyünk is, egyrészen aktív tolás útján jön létre, míg másik részlete az egyensúlynak előre helyezéséből (előre hajlott testtartás vagy kinetikai energia alakjában) származik. Ép egyéneken az aktív előre tolás térbeli aránya a passzív előrehaladáshoz olyan, mint 1·0 -1·6 az 1-hez.

Az ép viszonyokban a medencezete útjának egyes térbeli szakaszai csaknem pontosan megfelelnek, a mint az FISCHER és BRAUNE, továbbá MAREY chronografiai felvételeiből kiderül, az időbeli szakaszoknak is; van ugyan némi gyorsulás a függőleges állások között s ez mintegy 10 -15%, de az ép egyéneken ez oly egyenletes, hogy csaknem elhanyagolható. A kóros esetekben azonban ez az egyenletesség megszűnik; de miután felvételeim az időbeliségre alig vonatkoznak: csupán térbeli szakaszokról szólhatok a továbbiakban. A térbeli előhaladás jelzésére a csipőizület helyzete szolgál.

Lássuk ezen ép viszonyok tárgyalása után, miben mutatkozik eltérés az egyes kóralakok szerint.

A) Hypertoniás járásalakok.

Ezen járásalak fokozott inreflexekkel kapcsolatban észlelhető a hemiplegiás és az u. n. merevgörcsös járásban.

a) Hemiplegiás járásszavar.

A féloldali bénulásnak hét esetét vettem fel, ezek között három gyermekkori volt, kettő kifejezett végtagcontracturával, három

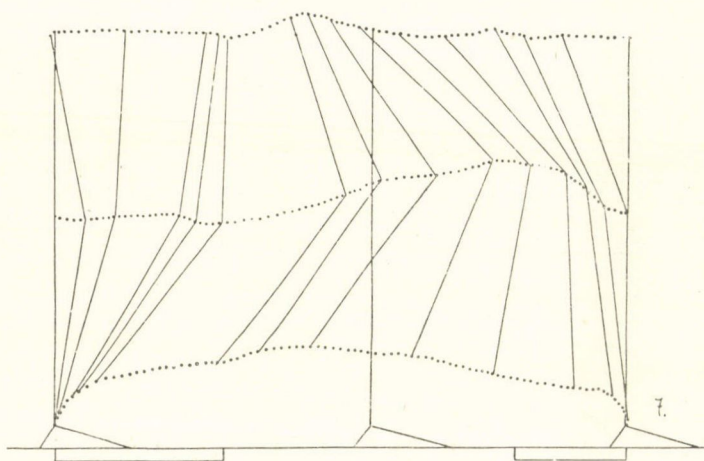
pedig athetosisos mozgásokkal volt egybekötve. Az esetek röviden részletezve: 1. B.-né 46 éves asszony, apoplexiás hemiplegia jobb oldalon, enyhe contracturákkal (I. tábla 4.); 2. Sz. J. 16 éves férfi, baloldali hemiplegia agyvelődaganat folytán, a hemiplegián és némi contracturán kívül mozgási tünetények nem voltak (I. tábla 3.); 3. G. 23 éves nő, gyermekkori eredetű hemiplegia, athetosisal (II. tábla 5.); 4. R. 6 éves leány, három év óta fennálló hemiplegia infantilis; 5. Gy. 5 éves fiú, két év óta fennálló hemiplegia infantilis (II. tábla 6/a); 6. W. 10 éves leány, hét hónapos korában betegedett meg, ugyanazon kóralak, az utóbbi kettő kifejezett athetosisal, végre 7. G. 13 éves leány, kinek régen lefolyt nyultvelői gyulladás után visszamarad kétoldali hemiplegiája volt. Ezen esetben a hemiplegiás jelleg úgy a járásalakban, mint a járásközben hozzácsatlakozó karcontracturákban is nyilvánult.

Ezen esetekben a lépés hosszúsága általában rövidebb volt a rendesnél, az előlépés hat esetben rövidebb volt a bénult oldalon, egy esetben a beteg béma lábával néha jobban előlépett, mint az éppel, de ezen nagyobb előlépése nem volt állandó, sőt itt is többnyire kisebb volt a kóros oldal előlépése. Ezen egy esetben, a melyben a béma végtag előlépése volt nagyobb, feltűnő volt a beteg törzsökének egyenes, sőt kissé hátradőlt tartása s valóban ezen tartás az époldali térd meghajlítása mellett együtt jár az elülső lépés megnyúlásával. A kétoldali hemiplegia esetében a lépés hosszúságát tekintve nem volt számbavehető különbség a két oldal között.

Már MARINESCO kiemelte a hemiplegiás járásmódok különböző voltát, mely eseteim tanúsága szerint főleg abban találja kiindulását, hogy mennyire hajlítja a beteg járása közben a térdét. A hemiplegiás oldalon ugyanis az ízületek hajlékonysága az izmok fokozott tonusa miatt többé-kevésbé korlátozott, hogy e mellett a járás lehetséges maradjon, a beteg kénytelen bizonyos *kompenzáló módosításokat* tenni járásmódjában s az egyes alakok eltérése a rendestől főleg ezen kompenzáló mozgásoknak tudandó be.

Igen kifejezett a járás eltorzulása már a 7. számú görbén (2. eset), jóllehet ezen esetben a térd hajlékonysága még eléggé megmaradt volt. Feltűnő az elváltozás a csípőízület vonalmenetében, a mennyiben a hátulsó lépésnek éppen azon a helyén, a melyen ép állapotban a legnagyobb súlyedés mutatkozott, itt hirtelen föl-

emelkedik a csípőizület s e helyen valamennyi hemiplegiás görbén ismétlődő hullámhegy áll elő. Ezen emelkedés átvonul a másik, megtámasztott láb függőleges helyzetén, s az elülső lépés közepén túl hirtelen süllyedésbe megy át. Magyarázatát leli ezen sajátságos alakulás abban, hogy a térdben nem eléggé meghajló alsó végtagnak, a mely még a láb plantarflexioja folytán is meghosszabbodott (s ezen esetben inkább ezen körülmény szerepelt), a medenczefél emelésére van szüksége, hogy a másik láb mellett átvonulhasson s e közben a talajba ne akadjon. Az elülső rész süllyedése a pes equinus tartás



7. ábra. Sz. hemiplegiás férfi járása.

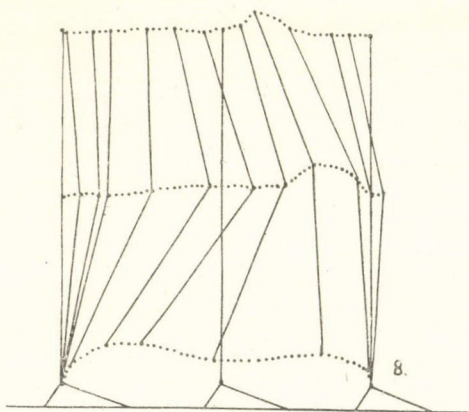
következése, mert ez esetben a láb ujjai, vagy legalább talpa érinti előbb a földet s nem a sarka, így tehát a bokaizület a lépés alatt inkább visszafelé tolul, semminthogy az ép viszonyoknak megfelelőleg a saroknak emelőhatása alapján előre kerülne. A térdizület pályája is megváltozott: míg ép viszonyok között ezen izület igen csekély ingadozással járó görbét ír le, addig a hemiplegia ezen alakjában a lépés elülső szakában igen magasra emelkedő körívben halad ezen izület. A bokaizületnek rendes viszonyok között szép görbéje itt eltorzult, az emelkedés maximuma a másik lábot metsző ponton van, az elülső lépés másodlagos emelkedése helyett csak a süllyedés van jelen. E süllyedés beleesik a megtámaszkodó bokára

helyezett függőleges vonalba. A bénult lábnak ezen eltorzult vonalmenetére világot vet az egyes képek megfigyelése. A midőn a bénult alsó végtag indulni kezd, a medenczefél erősen visszamarad (ez kivehető a görbén abból, hogy míg rendes viszonyok között a czomb függőleges helyzetbe csak a kereszteződéshez közel jut, addig ezen esetben jóval előbb), mindaddig, a míg a lengő láb a kereszteződéshez ért; ekkor emelkedik fel és előre a medenczefél s viszi előre a lábat.

Sokban hasonló a 8. sz. görbe (1. eset), a mely a hemiplegiás járásnak leggyakoribb alakja; a csipőizület hemiplegiás emelkedése az elülső lépés első

felében mutatkozik, a lelépő láb egész talppal egyszerre érinti a talajt s így a boka elülső görbéje meredeken esik alá.

A kétoldali hemiplegiás leány járásán hasonló viszonyok vannak jelen, természetesen némileg módosulva. A medence ez esetben nem végzett oly erős oldalfordulásokat, ennek következtében a lengő czomb függőleges állása a

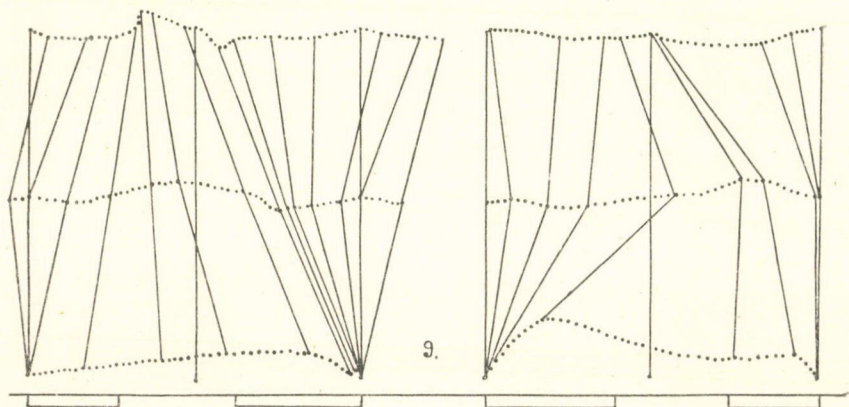


8. ábra. Hemiplégiás nő járása.

rendes helyre került, viszont a medenczeemelkedés eltolódott, át az elülső lépésszakaszba. A térd, a boka ugyanazon jelenségeket tüntetik fel, mint az előző esetben.

Lássuk a 9. számú ábrát. Ezen felnőtt egyén gyermekkorából eredő hemiplegiában szenvedett, karjában athetossissal, bénult alsó végtagja két em.-rel rövidebb volt mint az époldali. Hemiplegiástérde genu recurvatum helyzetbe jutott, ha teljesen kifeszítette. Ezen esetben a térd járásközben egyáltalában be nem hajlott, a járásnak egy részletében túlfeszítetté vált, a midőn t. i. a földet érte, addig a míg a testsúly rátámaszkodott; a sarok emelkedése kezdetén kiegyenesedett a térd s így került azután előre is. A csipővonal ez esetben is kidomborodik a keresztezés előtt, ez után azonban hir-

telen lesülyed, mert a beteg ekkor meghajlítva másik térdét, mintegy előrecsusztatja mereven kinyújtott végtagját. Ennek megfelelő a bokavonalon az emelkedésnek áttolódása az elülső lépésszakba.

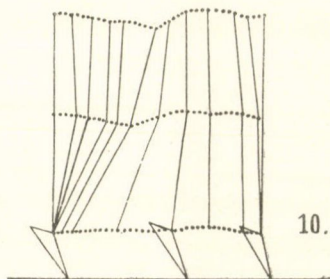


9. ábra. Hemiplegiás nő járása, balról a bénult, jobbról az ép alsó végtag.

Ezen betegnek különben ép bal alsó végtagja sem haladhat egészen rendes módon, térdizületét a megtámasztás ideje alatt behajlítva kell tartania.

Vége a 10. sz. görbén egy kis fiú hemiplegiás járása látható, ez esetben a bénult oldalon szintén rövidebb volt a beteg alsó végtagja, lábát pedig teljes pes equinus állásban tartotta erősen nyújtott térdel s egyszerűen mankó gyanánt használta. A csipővonal itt is kimutatja nagy emelkedését az előlépés szakában.

A járás egyes időpontjainak meghatározása ezen esetekben sokkal nehezebb, mert a törzsöknek oldalfordulásai miatt a csipőizület helyzetét tulajdonképpen a másik, a megtámasztott oldalról kellene számítani. 9. sz. esetünkben azonban ezen számadatok elég jól kivehetők, kitűnik ebből, hogy a kétoldali megtámasztás ideje a rendesnek megfelelő 65⁰%, az ép oldalon,



10. ábra. Hemiplégiás fiú járása.

ugyanezen betegen 67.5% ; a kettős megtámasztás megoszlása azonban nagyon megváltozott: míg rendes körülmények között, ha a számítást a bokán átvont függőleges alapján tesszük, az elülső kettős megtámasztás rövidebb mint a hátulsó, itt éppen megfordítva az utóbbi a rövidebb $30:22$, míg ugyanezen egyén ép alsó végtagján az arány megfordított $21:32$. A test súlyvonalát ezen esetben, sajnos, nem határozhattam meg, s a betegnek jelentékenyen előre hajlása miatt azt a rendes helyen átvonulónak nem vehetjük. A boka emelkedésének maximuma úgy ezen esetben, mint az 5. számúban is 16% -a volt az alsó végtag hosszának.

Az alsó végtag megtámasztott szakában általában a térd többé-kevésbé hajlított, az ép oldalon mindig s nem ritkán erősebb fokban, mint a kóroson. Az ép térdnek ezen meghajlása nem tekinthető egyébnek, mint kompenzálásnak, s nem osztom MARINESCO nézetét, a ki ezen térdhajlásban az ép oldal együttes megbetegedésének jelét látja. A térdizület ezen meghajlított volta okozza, hogy a kettős megtámasztás időszakában a két láb egyidőben nagyobb felületen érinti a talajt, mint ép viszonyok között, a mit persze még előmozdit azon körülmény is, hogy a bénult láb egész talpával kerül egyszerre a talajra. Éppen ezen ok miatt, hogy t. i. a kóros láb talpával kerül a földre, kell a betegnek meghajlítani ép térdét, másképpen a lépés igen rövidre esnék ki; a beteg nemcsak gastrocnemiusával, hanem quadricepsével is lendületbe hozza testét.

A törzsök ingadozása is igen kifejezett; általában inkább előrehajlott s kissé az ép oldal felé húzódó testtartás a leggyakoribb, a mint azonban a csipőizület hemiplegiás fölemelkedése megtörtént, a test felsőbb részei hátrafelé dőlnek, illetőleg a testtartás egyenesebb le szm mindaddig, a míg az elülső lengő láb a talajt eléri, ekkor ismét előre dől a törzsök.

Érdekesek az egyes izületek mozgásszögleteinek adatai. Ha eltekintek a 9. sz. esettől, melyben a térd visszahajló hibája miatt egészen más viszonyok támadtak, úgy az *a* és *d* szögletek jelentékeny csökkenése volt leginkább feltűnő; az *e* szöglet ellenben inkább nagyobb volt, mint az ép esetekben. A térdizület behajlítása tehát nagyobb fokban történt, a mint az az ép állapotban szokott behajlani, de a csipőizületben a hátrahajlás (*extensio*) kisebb volt s az alszár a

függőlegesen túl alig ment előre. A lépés hosszúságának a csipőizület magasságához való viszonya is jóval kisebb számot adott a rendesnél. (L. a táblázatot végül.)

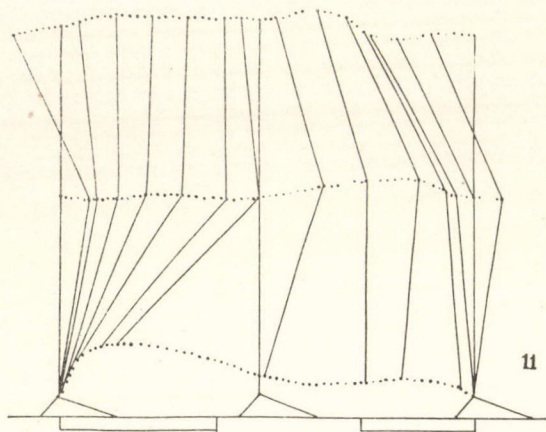
Ha az izmokat vesszük tekintetbe, úgy kitűnik, hogy a kóros oldalon a lábfelhajlító és a quadriceps működnek gyengébben, ellenben a psoas és a gastrocnemius aránylag erősebben. Az előlépésnek a bénult oldalon kisebb volta nem az ép gastrocnemius gyengébb voltából származik, hanem az előlépő béma láb quadricepse és lábfelhajlítóinak gyengült voltából. Érdekes végre a bénult oldal kontrakturás gastrocnemiusának erős működése; a 9. sz. esetben a bénult oldalon a gastrocnemius nem vett részt a járásban, itt a lépés aktív mozgását a medencze- és a törzsökizmok végzik el.

b) Merevgörcsös járászavar.

Ezen csoportban csak a tisztán ide való eseteket veszem tekintetbe, a melyekben izomsorvadás nem volt jelen s a merevgörcs mindkét oldalt közel egyformán volt kimutatható. Hat idevágó eset járását vettem fel: 1. V. 35 éves férfi, régi keletű paralysis (spin.) spastica; 2. Schr. 14 éves fiú; 3. K. 8 éves leány, öröklött merevgörcsös bénulás esetei; 4. D. 6 éves fiú, valószínűleg Little-kórból eredő merevgörcsös megbetegedés; 5. és 6. 12 éves fiú és 9 éves leány, testvérek, átöröklött merevgörcsös kóralakkal.

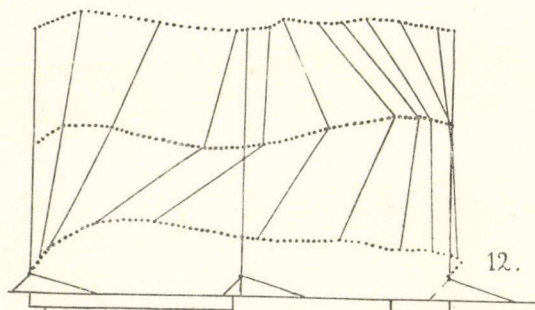
A csipő-, térd- és bokaizület görbéinek eltérését a rendes pályától bemutatja a 11. és 12. ábra (1. és 4. eset). A lépés hátulsó részletében feltűnő a csipőizületnek emelkedő görbéje, a helyett hogy, a mint az a rendes viszonyok között szabály, a függőlegesen túl sülyedő lenne. Összefügg ezen emelkedés azzal, hogy a boka már igen korán kezd emelkedni (a pes equinus nem hagyja a sarkat a földön, mihelyt a test nem nehezedik egész súlyával az Achilles-inra). A másik láb függőleges síkja előtt a csipőizület görbéje kissé alászáll, de a hemiplegiáéhoz hasonlóan csakhamar új, hirtelen emelkedésbe megy át, a mely összefügg a lábnak az elülső lépési szakon való átvonásával. Ezután a csipőizület görbéje vagy egyenletesebben sülyed alá, ha a térdizület többé-kevésbé kiegyenesedik (12. ábra) vagy ha a térdizület állandóan hajlítva marad,

úgy az elülső lépés első felében hirtelen sülyedés áll be (11. ábra). A czombnak a függőlegesbe kerülési időpontja a 11. ábrán látszólag a rendes, de ezen esetben a medenczefél épp úgy, mint a hemi-



11. ábra. Merevgörcsös férfi járása.

plegiások hemiplegiás oldalán visszamaradt, s a megtámasztott alsó végtag megfelelő csipőizülete jóval előbb volt ugyanezen lépés-



12. ábra. Merevgörcsös fiú járása.

szakban. A 12. sz. ábrán a medencze csak kevés oldalmozgást végzett, itt a czomb már a megtámasztott alsó végtag függőleges síkján túl érte el a függőleges lengési helyzetet, tehát később, mint ép viszonyok között; ennek főoka abban található meg, hogy a beteg

járásának előmozdítása végett előre dül, testének súlypontját előbbre helyezi, megtámasztott térdét meghajlítja s gastrocnemiusát lehetőleg soká kihasználja. Valóban az aktív járási viszony a passzív járáshoz ezen esetekben 2·5 — 2·8-ra emelkedik. A térdizület magasabbra emelkedik, a bokaizület a lépés hátulsó szakában igen meredeken emelkedik, az emelkedés magassága nem kisebb a rendesnél (a 11. sz. ábrában az alsó végtag hosszának 13⁰/₀-a, a 12. sz. ábrában, kis fiú esete, 20⁰/₀); a lépés elülső részében azonban ellapul, a beteg nem ejti sarkára a lábát, hanem a 11. sz. ábrán mintegy elötolja, csusztatja lábát. A 12. sz. ábrán még érdekesebb a bokaizület görbéje, itt az erősebben kifejezett pes equinusnak megfelelőleg a beteg lábujjaival érinti először a földet s ezen központtal bíró körívben visszafelé esik le a boka a függőleges helyzetnek megfelelőleg. Itt tehát az utolsó görbék egymást szelik, a mi ép viszonyok között egyáltalában nem fordul elő.

A láb magatartása is figyelmet érdemel. Azon pillanatban, midőn a láb a hátulsó lépésben a talajt elhagyja, távolról sem áll oly függőlegesen, a mint az az ép viszonyok között történik; daczára a pes equinus tartásnak, daczára a térd meghajlított voltának a talp csaknem párvonalosan marad a talajhoz.

A test egyensúlyvonala ezen esetekben is nehezen határozható meg, a 11. sz. esetben a kettős megtámasztás ideje 65⁰/₀, az egyes megtámasztásé 35⁰/₀, a 12. számúban a kettős támaszkodás 66⁰/₀-ot, az egyes 34⁰/₀-ot tesz ki. Mindkét esetben az egyes megtámasztás szakaszának nagyobb része az elülső lépésszakba esik, a 12. számúban csaknem teljesen. A test súlyvonala kétségtelenül a rendesnél előbbre van ezen esetekben, a mit még az Achilles-in megfeszített volta is fokoz, a mennyiben a beteg jóformán csak metatarsal csontjainak elülső részére támaszkodik. Ez okozza a 12. számú esetben az egyoldali megtámasztásnak oly előre tolt időpontját, míg a 11. számú esetben a testnek nagyobb súlya az Achilles-inat erősebben megfeszíti. Végre ezen esetben is tulajdonképen előbbre jut az egyes megtámasztás ideje, mint a hogyan az az ábrából kiderül, mivel a medence oldalelhajlása, illetőleg a lépés hátulsó szakaszában való visszamaradása a középállásban még egészen kiegyenlítve nincsen, csak azután kerül ezen medenczefél megfelelően előre; ha tehát a lépés szakaszát, a mint kellene, a

megtámasztott alsó végtag csipőizületétől számitanók, úgy ez esetben is jóval előbbre kerülne az egyes megtámasztás időpontja; igaz, hogy egyuttal ezen szakasz meg is rövidülne.

A lépés hossza mindkét esetben 82·5 cm. volt, daczára, hogy az egyik esetben felnőtt, középtermetű egyén (158 cm. testmagasság), a másik esetben kis gyermek (112 cm. testmagasság) volt a vizsgálat tárgya; az utóbbi esetben a lépések hosszúsága, sőt a két oldal előlépési hossza is igen közel egyenlő volt, míg az előbbiben jóval hosszabb lépések is előfordultak, s a jobb alsó végtag előlépése kissé hosszabb volt átlagban, mint hátulsó lépése (43:39·5 cm.).

A kettős megtámasztás szaka igen érdekes, a beteg meghajlított térde mellett hátulsó lépésben lévő megtámasztott lábának már ujjaira emelkedik, a midőn elülső lába sarkával épen a földet éri, ép viszonyok mellett ilyenkor a térdizület teljesen nyújtott állapotban volna. A meghajlított térd miatt egyik-másik lépésszak a futóember benyomását kelti. (Lásd II. tábla 8. kép.)

A törzsök a járás síkjában élénk lengést végez, legfüggőlegesebb állásban azon pillanatban van, a midőn az elülső láb a talajt eléri, előredülése a legkifejezettebb a megtámasztott láb függőleges elhelyezésének szakaszában.

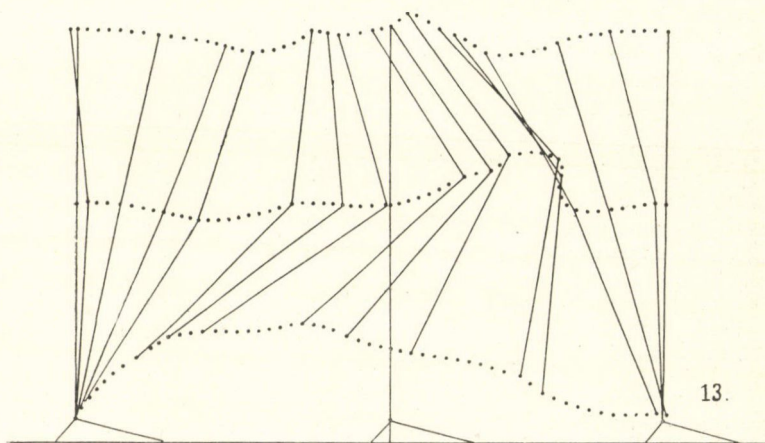
A járás elősegítésében élénk részt vesznek a felső végtagok is, főleg azon pillanatban, a midőn a visszamaradt medenczefél kell elősegíteni. Mindez az ábrákból jól kitűnik.

A mi a csipőizület és a térdizület szögletahajlásait illeti, úgy jelentékeny különbségek vannak az egyes esetek között; míg a 11. sz. görbe valamennyi szögletében kisebb számokkal tűnik ki (főképen az *a* és *d* szögletek kicsinyek), addig a 12. számú esetben a czomb- és térdhajlás nagyon tág határok között járt, ez esetben jóformán csak a gastrocnemiusban volt a merevgörcsös állapot erősen kifejezve. Ennek megfelelőleg a 11. eset lépésnagysága a csipőizület-hez képest kisebb (1·0), a másik esetben ellenben jó nagy volt (1·5). Az aktív járási szakasz tetemesen megnyuult.

B) Hypotoniás járás.

A mozgászavarnak ezen alakját részben izomsorvadásos, részben egyes izombénulásos esetekben figyeltem meg. Ide tartozó ész-

leléseimben a következő esetek voltak: 1. B. 35 éves férfi gyermekbénulás folytán visszamaradt járászavarral, a mely a *stepper*-járás alakjában nyilvánult (kétoldali peroneus bénulás); 2. H. 48 éves asszony, baloldali peroneus bénulással (polyneuritis után); 3. S. 12 éves fiú és 4. Sz. 18 éves férfi dystrophia musculorummal; 5. I. 15 éves férfi syringomyeliával, az alsó végtagon főleg bénulásos jelenségek kíséretében; 6. M. 22 éves nő, gyermekkori eredetű gerinczvelőbénulás, a melyben főleg a jobb alsó végtag legtöbb izma sorvadt volt; 7. R. 12 éves leány hasonló bántalommal és 8. Z. 10



13. ábra. *Stepper* járás.

éves leány, gyermekkori gerinczvelő bénulásnak csak a jobb alsó végtagra szorítókozó esete, ezen esetben azonban a jobb alsó végtagon a quadriceps, a lábfelhajlító teljesen bénultak voltak, a többi izom pedig nagymértékben gyöngült.

Természetes, hogy ezen, részben különböző kórokon alapuló, részben pedig különböző izomterületre kiterjedő bénulások némileg eltérő jelenségekkel jártak, mindazonáltal általában véve eléggé megegyező görbékkel adtak.

A *stepper*-járású férfi példája igen tanulságos. (L. a 13. ábrát.) Mind a csípőizület, mind a térd és boka görbéje jelentékenyen megváltoztak. A csípőizületnek különben oly egyszerű sinusoid görbéje számos kisebb-nagyobb hullámot ír le, ezek legkimagas-

lőbbja a függőleges lengési időszak után azonnal áll be, a boka-izület görbéje is ellaposodik s a lépés végén hurokszerűen visszafordul (a lábujjak érvén előbb a talajra); az alszár irányvonalai itt metszik egymást. Legsajátosabb a térd görbéje, a mi természetes, ha meggondoljuk, hogy éppen ez adja meg a stepper-járnak főjellegét. A térdizület a lépés hátulsó szakában rendes lefolyást mutat, az elülsőben ellenben a térd igen magasra kerül s aztán hirtelen fordulattal lesülyed, úgy hogy ezen helyen a czomb irányvonalai egymást keresztezik. Az izületi mozgásszögletek s főleg a *b* szöglet jelentékenyen nagyobbodtak, a *d* szöglet ellenben igen kicsiny.

Ezen esetben a lépés hossza 117 cm. volt, a jobb alsó végtag hátulsó lépése (és a bal elülső lépése) valamivel nagyobb volt, mint ugyanazon végtag elülső lépése: 62·5:54·5 cm. átlagban. A boka emelkedésének maximuma 23⁰/₀ volt, tehát a rendesnél valamivel több. Az elülső lépésben hiányzik a második emelkedés. A térd magassági ingadozása ép viszonyok között alig 7⁰/₀-a az alsó végtag hosszának, ezen esetben 17⁰/₀. A kettős megtámasztás időszaka a lépés útjának 71⁰/₀-a, az egyoldali megtámasztás csak 21⁰/₀, tehát az egyoldali megtámasztás rövidebb a rendesnél. Az egyensúlyvonalat ezen esetben a beteg egyenes testtartásánál fogva a rendes határon kellene képzelnünk, de az egyoldali megtámasztásnak nagyobbik feleesik ezen egyensúlyi vonalmögé, bár a medencze részut tartása is közbefoly. Ezen magatartásnak magyarázatát megadja a betegnek igen egyenes testtartása, a melylyel túlhizott hasát és az előlépésben túl magasra emelt czombját kell ellensúlyoznia. Az aktív járási szak nem nagyobb a rendesnél (1·1), de a czomb magasra emelése, az alszár gyors előreindítása jelentékeny kinetikai energiával tölti meg a gastrocnemius munkáját.

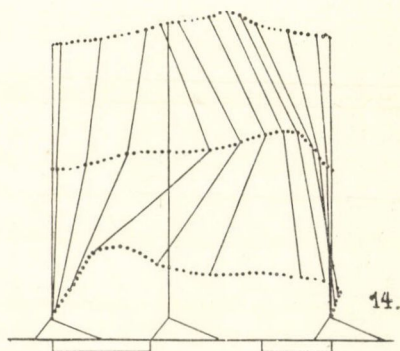
Sok tekintetben hasonlít a 14. sz. dystrophiás görbe az előbbihez. A csipőizület emelkedése a lépés elülső szakában, a térdizület görbéjének nagy domborulata ugyanazon szakában, végre a boka-izület hurokszerű görbéje a stepper-járás analogonjai. A lépés hossza ezen esetben tág határok közt ingadozott, a jobb alsó végtag elülső lépése átlag nagyobb volt, ez 30—44·5 cm. közt, a jobb hátulsó lépés 18—32 cm. közt ingadozott. A medenczefél élénk részt vett a czomb előbbrevitelében akként, hogy a hátulsó lépés ideje alatt visszamaradt előhaladásában s azon pillanatban, a

midőn a megtámasztott láb függőleges'sikját elhagyta, hirtelen előrefordult. A bokának emelkedése mindaddig, a míg a láb a talajt elhagyta, igen kevés volt, ekkor a bokaizület $23^{\circ}/_{0}$ emelkedést irt le. Ezen nagy emelkedéssel a beteg mintegy lendületet iparkodik adni alszárának, a melyet a gyöngült quadriceps csak nehezen tud kinyújtani a lengés szakának a végén.

Érdekes az egyoldali megtámasztás szakasza, ez ezen esetben feltűnően hosszú, az egész lépésnek $41^{\circ}/_{0}$ -a (a kettős megtámasztás szaká lévén $59^{\circ}/_{0}$). A testsúlyvonalat a rendes irányban képzelve, az egyoldali megtámasztásból a hátulsó lépésre $12^{\circ}/_{0}$, az elülsőre $29^{\circ}/_{0}$ esik, tehát a megoszlás nem felel meg az épéleti viszonyoknak.

Magyarázatát leli e körülmény abban, ha meggondoljuk, hogy a hátulsólépés egyoldalilag megtámasztott szakában a csipőizületnek felfelé kellvén emelkedni, erre csak akkor lesz képes, ha a még a földről éppen fölemelkedő láb elegendő lendületet adott a testnek. A test ugyanis abban a helyzetben, a melyben ép viszonyok között a hátulsó lépésnek idején a lengővé váló láb pillanatában van, egyensúlyát megtartani nem tudná, hanem, ha az előhaladásra lendülettel nem bírna, okvetetlenül hátra esnék; olyan izomműködés, a mely ezen helyzetben a testet megtarthatná vagy még előre segíthetné, nincsen. Kaphat ugyan némi segítséget a test a megfelelő kar heves előrelóbálásában, de ez is csak a lendületadás kinetikai erejével bír, egyszer kihasználva már nem értékesíthető.

Elképzeltető tehát, hogy mindazon esetben, a midőn a hátulsó lépésben levő végtag propulzáló ereje csökkent, a beteg kénytelen minél kisebbre hagyni a hátulsó egyoldali megtámasztás szakát, s ez még kifejezettebb az ilyen dystrophiás esetekben, a midőn a lesoványodott felső végtag gyöngült izomzata is csak kevésbé segítheti az amúgy is bizonytalan egyensúlyi helyzetben járó. Megnehezíti még az egyoldali megtámasztás hátulsó részletét ezen ese-

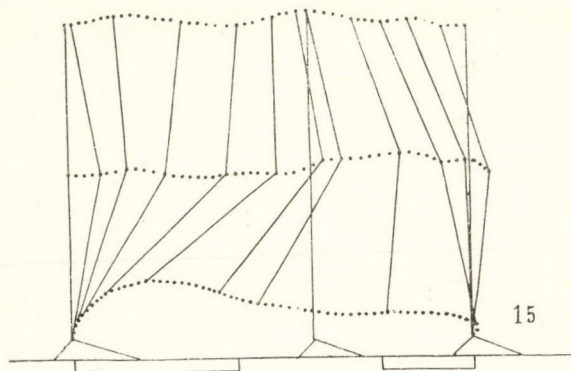


14. ábra. Dystrophiás járás.

tekben a jelentékeny lordosis, a mely miatt a testsúlyvonal is hátrább esik, mint a rendes körülmények között. Az elülső lépés egyoldalilag megtámasztott részletében az előredülő test már nehézségénél fogva is haladhat előre, itt tehát hasonló akadály nem forog fenn.

Az ízületi hajlásszögletek csaknem teljesen megfelelnek a női járás átlagos számainak, tehát a legkevesebb izommunkával beérő járásnak, persze ezt is nagy fáradsággal végzi a dystrophiás.

A 15. számú esetben a vonalmenetek csak kisebb mértékben tanusítják ugyanazon hibákat, ámbár a beteg járása igen rossz volt



15. ábra. Petyhüdtlen benuált izmokkal járó nő jobb alsó végtagja.

s főleg a feltüntetett jobb lábát használta nagy nehézséggel. Ezen esetben azonban a járáshibának főoka a quadriceps gyengesége és a lábizmok sorvadása volt, a beteg bizonytalanul járt, nehézkesen, felső testével erősen inogva, de alsó végtagjait elég rendesen emelve. Ezen beteg, úgy mint egy másik is, kompenzálásul kezével nyomást gyakorolt jobb csombjára a testsúly ráhelyezése pillanatában. Még biztosabbnak érezte magát, ha ezen időpontban botra támaszkodva, a bottal térdét hátra nyomhatta. Másik betegünk csak kezével támaszkodott így csombjához, de oly erővel, hogy néhány hónap alatt vastag téli kabátján lyuk támadt a támaszkodás helyének megfelelően. Ezen megtámasztás célja a quadriceps ellen-súlyozása, a beteg kissé behajlított térdére támaszkodik s nem érez elég erőt négyfejű izmában arra, hogy testsúlyát elbirja, a térdének

bebicsaklása veszedelmében van. Az ilyen beteg psoasával emeli czombját, de térdizületet nem tudja kifeszíteni. E járás tehát a kéz nyomásának ellensúlyozó befolyása alatt vétetett fel. A törzsök mindezen esetekben erősen inog nemcsak a sagittal síkban, hanem oldalt is, a térdizület nincs teljesen kifeszítve egyik szakban sem.

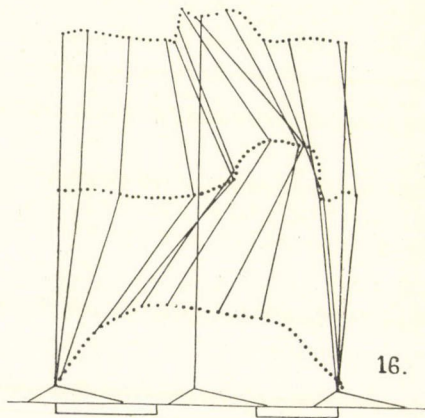
Az ízületek hajlásszöglei inkább a rendes alatt vannak, kivéve néha a czomb emelkedésével járó nagyobbodását a *b* szögletnek. Az aktív járási szak tetemesen megnyúlt.

C) Vegyes alakok. (Myelitises járás.)

A hypertonia és hypotonia kevert alakjaival találkozunk a myelitis eseteiben; gyakran fokozott inreflex mellett többé-kevébbé bénult izmok különféle sorozatban csatlakoznak egymáshoz. Igaz, hogy nem ritkán nehéz meghatározni az egyes félbénult izmokban a bénulás fokát, s ezért rendszeres analysisre ezen esetek nem nagyon alkalmasak.

Vizsgálataim czéljára szolgáltak a következő esetek: 1. T. 32 éves férfi (I. III. tábla 10.); 2. B. 20 éves nő (III. tábla 9.); 3. K. 49 éves férfi (III. tábla 11.) Mindhárom esetben jelentékeny járási nehézség állott fenn, a peroneus terület kifejezett gyöngeségével, a harmadik esetben egyszersmind a myelitisek ezen alakjában nem nagyon ritka genu recurvatummal kapcsolatban.

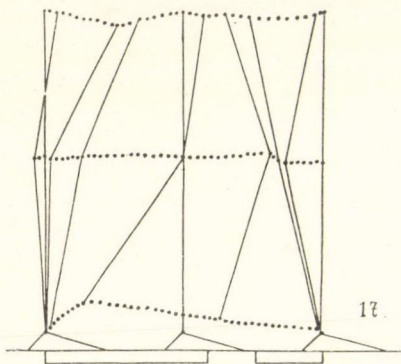
A myelitises járásnehézségeket élénken tolmácsolja a 16. sz. görbe, a melynek néhány szabálytalansága egyszersmind tanúsítja a járás bizonytalanságát és egyenetlenségét. Ez esetben is találkozunk a medenczefélnek már többször jelzett emelkedésével, sőt ezen emel-



16. ábra. Myelitis transversában szenvedő nő járása.

kedés kettős hullám alakjában vonul át a megtámasztott másik láb függőleges síkján, ezen kettőzöttség főleg a test oldalingadozásából származik. A térdizületen is ismétlődik e nagy emelkedés, a melyre szüksége van a betegnek, miután nem rendelkezik elég erővel alszárának egyébként való kinyújtására. A bokaizület igen magasra emelkedik ($22^0/0$), az elülső lépésben való második emelkedése hiányzik s némi hurokszerű visszaesés van jelen. Az egyes alakoknak a medence hossztengelye körül való ingadozása igen feltűnő.

A féllépés hosszúsága 27 cm., a két oldalon megközelítőleg egyenlő.



17. ábra. Myelitis transversában szenvedő férfi járása.

A 17. sz. ábrán ismét a «mankójárás» példáját látjuk; ezen beteg bár bot nélkül, de igen nehezen járt; lábait, a melyeknek áthajló térde még megnehezítette járását, mintegy mankókul használta. Kis lépésekben (féllépés 33 cm. 165 cm. testmagasság mellett), törzsökének ide-oda hajlítása mellett rakta csak térdben alig meghajlított alsó végtagjait egy-

más elé, e közben felső testét erősen előre hajlítva tartotta.

Ezen esetben az egyoldali megtámasztás ideje igen rövid volt s teljesen az elülső lépés szakába esett, a mi a beteg erősen előre hajlott helyzetének meg is felelt. A kettős támaszkodás szaka $79^0/0$, az egyoldalié csupán $21^0/0$ volt. A bokaemelkedés ellenben csak $10^0/0$ -a volt az alsó végtag hosszúságának.

Harmadik betegünkön, a 16. számhoz egyébként hasonló járás alakja mellett, feltűnő volt a kettős támaszkodás rövid volta, $58^0/0$; ez azonban magyarázatát leli abban, hogy a beteg bottal járt s a botjával így a többszörös megtámaszkodás idejét tetemesen megnyújtotta.

Az izületek hajlásszögletei igen különbözőképen alakulnak, a szerint, a mint a járás különböző akadályait legyőzheti a beteg.

MARINESCO közlésében feltüntetett esetek nem felelnek meg a

myelitises járás legjellegzetesebb alakjának s felvételei nem is illusztrálják eléggé ezen mozgászavart. Nem értek egyet ezen szerző azon állításával sem, a midőn a genu recurvatumba hajló térdet az alszár hajlítói gyöngeségének tulajdonítja; a térdet a tulságos feszüléstől szalagjai óvják meg, nem ezen izmok, a melyek ép viszonyok között a kifeszített végtagon egyáltalában nem, vagy csak bizonyos körülmények között húzódnak össze.

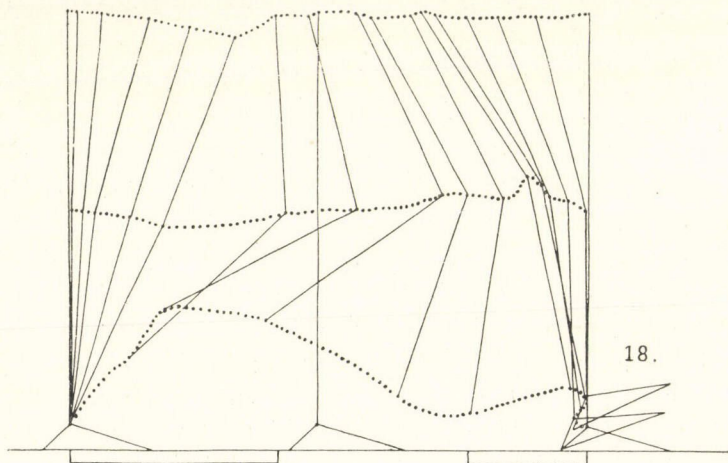
1/) Ataxiás járás.

A tabesos ataxiának kilencz esetét vettem fel, ezek közül kettőben arthropathia is volt jelen s így ezek külön csoportba valók. A kilencz eset közül nem mind tartozott az ataxiának legkifejezetebb példája sorába. A tabesos járászavarnak a valódi ataxia nem is a leggyakoribb alakja, igen sok esetben van az astasia-abasiához hasonló járásképtelenség jelen, a midőn a beteg fekvő helyzetében elég jól mozgatja még lábait, sőt két bottal fölfegyverezve csaknem rendes módon végzi járását, míg bot nélkül helyéből mozdulni sem képes, a legelső próbánál összezsugorodik lábai. Egy részében a tabesos betegeknek inkább a cerebellaris tántorgó járás van jelen, végre egy csoportban csak járási bizonytalanság, kifejezetten hibás mozgás nélkül észlelhető. Általában véve ezen egyének egyenes testtartással, sőt kissé hátradőlve járnak, még azon esetekben is, a melyekben a beteg nyakát előre nyújtja s tekintetét lábaira szögezve, fejét lehorgasztja. (L. az V. táblát.)

A 18. sz. görbét egy kifejezetten ataxiás beteg (B. 35 é. férfi) járásáról szerkesztettem. A csipőizület a hátulsó lépésben már meglehetősen jellegzetes alakban indul, a minek oka abban rejlik, hogy a sarok csak nagyon elkésve kezd emelkedni, de aztán igen hirtelen száll föl. Így a beteg mintegy előre esik a csipőizület görbéjének lejtőjén lefelé, az aktív lépésszak a hátulsó lépésszaknak csak igen rövid ideje alatt (aktív: passív = 0.2:1) megy végbe, a midőn a csipőizület hirtelen fölemelkedik s az elülső lépésben sajátságosan egyenes marad apró hullámzásokkal. A térdizület kissé szabálytalanabb görbét ír, a lengési szak vége felé kis hirtelen emelkedés áll elő. Legjellemzőbb azonban a bokaizület görbéje, a mely szokatlan magasra emelkedik, mihelyt elhagyta a láb a földet,

úgy, hogy e helyt a görbe másodlagosan kiöblösödik. Az emelkedés e helyen megfelel az alsó végtag hossza 30%-ának, olyan emelkedés ez, a melyet más kórállapotokban nem észleltem. Sajátságos a lengési szak végén a bokaizület alászállása, a melyben a tabesos betegnek sarkára lépése s a saroknak meredeken le-, sőt némileg visszahuzódólag leesése jól kivehető.

Az ataxiás mozgászavarban tehát a mozdulat az illető végtagban elkésve indul meg, de akkor nagy sebesen rohan céljának,



18. ábra. Tabesos ataxia.

úgy hogy az utolsó pillanatban ismét ellenkező beidegzésnek kell segítségül jönni. A lengő láb ilyen túlsebes előhaladása fölvételeim egynéhányán mint részben elmosódott kép jelent meg, a sebesség ezen helyeken 8—10-szer is túlhaladta az élettani sebességet.

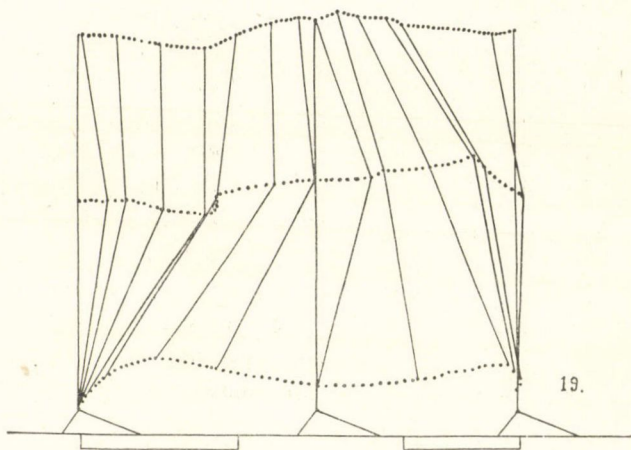
A lépések hosszúsága ezen esetben igen egyenlőtlen volt, a jobb alsó végtag előlépése 33—70 cm., a balé 30—56 cm. közt ingadozott; a kettős megtámasztás időszaka 63% volt, a jobb alsó végtagot illetőleg nagyrészt az elülső lépésszakra esett; az egyensúlyvonalat tekintve, az egyoldali megtámasztás szakasza az elülső részben hosszabb volt (16·5 cm : 21·5 cm.).

A törzsök az egyes alakokon eléggé ingadozóknak látszik, de

ezen ingadozás nem ismétlődik szabályszerűen bizonyos lépésszakaszokban.

A 19. számú görbe tabesos arthropathiás betegtől való (R. 45 éves férfi, de ez nem azon eset, a mely a IV. tábla 15 sz. a. mint az arthropathiás tabesos járás példája szerepel), itt némileg enyhébb alakban (a beteg bottal járt) ismétlődnek ugyanazon sajátosságai a görbének, mint az előző esetben.

Az ízületi hajlásszögletek közül kiválik az előbbi tisztán ataxiás esetben a *c* szöglet nagy volta (60°) és az *e* szögleté (81°), a



19. ábra. Tabesos ízületbajos férfi járása.

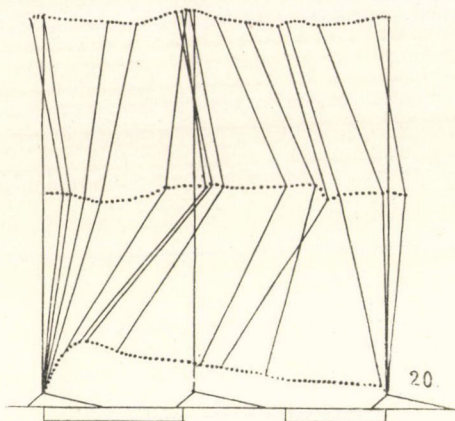
melyet csak a stepper-járású beteg ért el. Az arthropathiás persze a rendesnél is kisebb szögletfokokat tüntetett fel.

E) Cerebellaris ataxia.

Ezen mozgászavar tanulmányozására négy esetet használtam fel, ezek közül kettő sclerosis polyinsularisban szenvedett (Cs. 30 éves nő, B. 32 éves nő), egy malum suboccipitaleban (K. 22 éves nő, VI. tábla 20. á.), egy kisagyi daganatban (M. 20 éves nő).

A felvett alakok egyik-másikán igen feltűnő a beteg düledező helyzete, de ezen mozgászavar természetében rejlik, hogy nem

minden lépés alatt zavarja a járást s folyton igen változó mértékben és fokban van jelen. A felvett görbe általában a rendes viszonyokat tünteti elénk, kivéve néhány tagját, a melyeknek eltorz-



20. ábra. Kisagyvelői ataxiás járás.

lása könnyen észrevehető, kettő metszi is egymást, továbbá feltűnő a térdnek hajlított helyzetben maradás.

A lépések hosszúsága is igen különböző volt, a jobb alsó végtag átlagban hátul 30, elül 38 cm.-nyi utat tett meg, de egymás mellett hirtelen fordulnak elő igen nagy eltérések, így 11.5 cm. és 45 cm., 20—50 cm., 19—42 cm. stb., a leghosszabb fél-lépés volt

57.7 cm. Az egyoldali megtámasztás szakaszát a súlyvonal kissé nagyobb elülső és kisebb hátulsó félre osztotta.

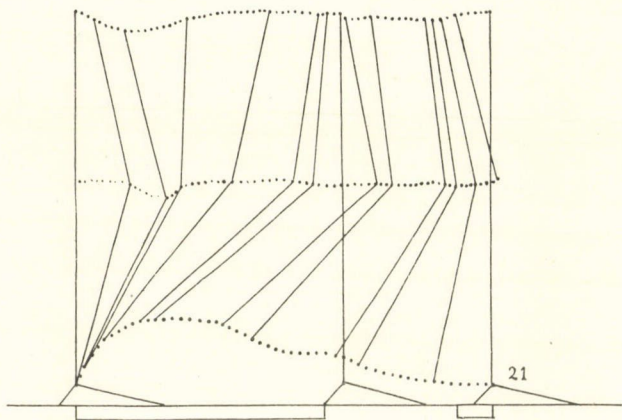
A törzsök nemcsak jelentékeny ingadozásokat végeztek, hanem még a gerincoszlop behajlásai, kiegyenesedései is leolvashatók a képeken.

A felvett görbék egyikét a 20. ábra tünteti elő.

F) A paralysis agitansos beteg járása.

Vizsgálataimat három betegen eszközöltem (W. 46 éves férfi, P. 63 éves férfi, L. 60 éves férfi), a kik közül kettő igen kifejezett eset volt, a harmadik pedig a retropulsio jelenségét elég hiven tükrözte elénk. A táblázaton közölt eset (21. ábra) itt feltüntetett görbéi az első pillanatra nem sokat mondanak, és mégis ezen görbéről, összehasonlítva azt az ép egyénről felvettekkel, ezen bajnak nagyon sok sajátosságát lehet leolvasni. Feltűnő első sorban a térdnek állandóan meghajlított volta, de még inkább, hogy a czomb, a lépés elülső szakában, még mielőtt az alszár kifeszítettetett volna, a függőleges álláshoz közeledik s az elülső lépés legelején, a midőn a láb már-

már érinti a talajt, a czomb olyan állásban van, a milyenben a rendes körülmények között csaknem egy lépésszakkal hátrább, a hátulsó lépés végén találjuk. Ez a sajátság, hogy az elülső lépés elején a lengő alsó végtag nem feszül ki s nem emelkedik, adja meg a járásnak ezen bántalom egyik sarkalatos jellegét: az előredülést és csoszogást. Valóban azon alakok, a melyeket a felvétel ezen lépési szakban talált, az eldülő ember benyomását keltik. Az alszár egyáltalában nemhogy előrekerülne kifeszített helyzetében, hanem még csak a függőleges állást sem éri el, a beteg csípőizületével



21. ábrán. Paralysis agitansban szenvedő férfi járása.

halad előre s csak a midőn ez elérte már-már az előlépés határát, akkor érkezik meg rézsut, minden utólagos emelkedés nélkül a földre a lengő láb. Maga ez a körülmény már kétségtelenné teszi, hogy ezen járászavarban az egyoldali megtámasztás ideje erősen előre tolódott; kezdődik a hátulsó lépésszak legvégén s tart az elülső lépésszaknak csaknem elejéig. Az aktív lépésszak látszólag erősen megnyúlt, mert a beteg csípőizületével már csaknem a középpállásba érkezik, a midőn lábujjai elhagyják a talajt, de ez alatt a testsúly annyira előrejött, hogy a beteg járásának legnagyobb részét a föld vonzó hatásának befolyására bizza s nem aktív izomerővel tolja magát előre. Az egyoldali megtámasztás ezen esetben a lépés 32%-a. Ezen beteg jobb lábának előlépése 25—36 cm.,

hátsó lépése ellenben 46—72·5 cm. között ingadozott, az utóbbi tehát állandóan nagyobb volt.

Ezen rajzból még egy körülmény derül ki. Ha ugyanis a hátsó lépésszakban levő láb oly soká marad a talajhoz kötve, azt kellene várni, hogy a medencének a lépésszak második felében jelentékenyen kellene lesülyedni. Ez azonban tényleg nem következik be, mert a meghajlított térdizület és még inkább a törzsöknek ide-oda ingása ellensúlyozzák és megmáskítják e görbét.

A törzsök, mint ismeretes, ezen betegségben jelentékenyen előhajló állást foglal el, ezen előhajlásában járás közben ingadozik is, de nem igen tág határok között, legerősebb az előredülése azon pillanatban, a midőn a lengő láb a földre kerül.

Az ízületek hajlásszöglei valamennyien, az *e* szöglet kivételével, jelentékenyen a rendes szám alatt maradnak, leginkább a *d* szöglet, a mely -1° -on marad, azaz az alszár a függőleges vonalat sem éri el.

G) A hysteriás járás.

Két eset szolgált ezen tanulmány alapjául; az egyik 16 éves leány (R.), kinek bal lábán a lábujjak flexiós contracturája volt jelen (I. VI. tábla 23. sz.); a másik 32 éves nő (V.), a kinek hysteriás ízületi neurosis volt csipőizületében. Igen kifejezetten látható a táblázatban az előbbi járászavar, a contracturás leány bal lába némileg a peroneus bénulás járásának típusára emlékeztet, azon különbséggel, hogy a beteg ezen lábán még a megtámasztás szakában sem érezte jól magát s csaknem ugornia kellett ép lábával a hátsó megtámasztásból az elülsőbe; ennek megfelelőleg ép lábát soká tartja a hátsó megtámasztásban, térdét e közben erősen behajlítja s azután ezen lábával nem messze lép előre. Görcsös lábát ellenben jó messze nyújtja ki előre, hisz addig ép lábán áll.

A csipőizületi neurosisban, hasonlóan az ischiásos járáshoz, igen óvatosan, apró lépésekkel, a karokkal gondosan ügyelve az egyensúly fönttartására lép a beteg, erősen meghajlított törzsökkel s lehetőleg kevésbé mozgatva meg csipőizületét.

A hysteriás járáshibák, valamint egyéb felvett kóreseteim, a melyek különféle difformitásból származtak, oly különfélék, hogy

azokat a jelen szempontunkból, legalább ez időszerint, tárgyalni nem látszik czélszerűnek.

*

Az ezen dolgozatunkban felhozottakkal adatokat óhajtottunk nyújtani az ép és kóros járás ismeretéhez. Az egyes adatok nem alkalmasak arra, hogy röviden összefoglaljuk azokat, de hangsúlyozni óhajtjuk még végül azon tételt, a melyet főleg a mechanikai hibák elbírálásakor nem szabad figyelmünkkel elkerülni: hogy *a kóros járás alakulása nem a járás hibásságát okozó körülményt tükrözi elénk, hanem a beteg kompenzálását.*

A leírt módszert alkalmasnak véljük a klinikai czélokra s úgy hiszszük, hogy egyes járászavaroknak tanulságos illusztrálására is szolgálhat.

*

A részletesebben tanulmányozott esetek egyes izület-hajlásszögleiteinek táblázata :

| E s e t | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>a+b</i> | <i>c</i> | <i>d</i> | <i>e</i> | <i>L:M</i> |
|----------------------|----------|----------|------------|----------|----------|---|------------|
| Férfiak átlaga | 24·5 | 30 | 54·2 | 56 | 18·5 | 58·5 | 1·65 |
| Nők átlaga | 8·1 | 24 | 33 | 47 | 14 | 50 | 1·3 |
| Sz. Hemiplegia | 9 | 44 | 53 | 40 | 6 | 69 | 1·36 |
| B. „ | 1 | 23·5 | 24·5 | 35 | 3 | 54 | 0·8 |
| G. „ bénult oldal | 19 | 20 | 39 | 11 | 23 | 18 | 0·9 |
| G. „ ép oldal | 4 | 35 | 39 | 47 | 10 | 68 | 0·9 |
| G. Bi-hemiplegia | 9 | 34 | 43 | 42 | 1 | 66 | 1·25 |
| Gy. Hemiplegia | 13 | 6 | 19 | 30 | 1·5 | 17 | 0·77 |
| V. Paral. spast. | 1 | 28 | 29 | 43 | 4 | 49 | 1·0 |
| D. „ „ | 24 | 40 | 64 | 53 | 4 | 62 | 1·5 |
| B. Stepper-járas | 20 | 42 | 62 | 55 | 22 | 81 | 1·4 |
| B. Myelitis | 1 | 40 | 41 | 39 | 7 | 67 | 0·8 |
| M. „ | 7 | 21 | 28 | 52 | 9 | 52 | 1·1 |
| K. „ | 26 | 18 | 44 | 34 | 14 | $\left. \begin{smallmatrix} 25 \\ -14 \end{smallmatrix} \right\}$ | 0·8 |
| B. Ataxia | 20 | 33 | 53 | 62 | 12 | 81 | 1·1 |
| R. Arthropathia tab. | 6 | 33 | 39 | 34 | 22 | 25 | 1·0 |
| K. Kisagyi ataxia | 11 | 23 | 34 | 38 | 12 | 50 | 0·9 |
| W. Paralysis agitans | 11 | 13 | 24 | 49 | —1 | 60 | 1·0 |



A táblák magyarázata.

Sorozatos járási felvételek térbeli szakaszok szerint egy teljes lépésről.

- I. tábla.* 1. ép férfi; 2. ép nő; 3. hemiplegiás férfi; 4. hemiplegiás nő, közönséges alak.
- II. tábla.* 5. hemiplegiás nő, gyermekkori eredetű bénulás genu recurvatummal és athetosis-sal.
6 a) hemiplegiás fiú; 6 b) fiú paralysis spastica-val.
7. 12 é. leány kétoldali hemiplegiával; 8. férfi paralysis spastica-val.
- III. tábla.* 9. és 10. myelitis transversa.
11. myelitis transversa, genu recurvatum paralyticum.
12. leány, gerinczvelői gyermekkénulásból származó bénulása a jobb alsó végtagnak.
- IV. tábla.* 13. Stepper-járás.
14. Dystrophia musculorum.
15. Tabes arthropathia.
- V. tábla.* 16—19. Ataxia, legkifejezettebben a 17. számúban.
- VI. tábla.* 20. Cerebellaris ataxia (malum suboccipitale).
21. és 22. Paralysis agitans.
23. Hysteriás contractura a bal lábon.

★

Irodalom: W. WEBER und E. WEBER: Mechanik der menschl. Gehwerkzeuge. Göttingen, 1836. — H. v. MEYER: Das aufrechte Stehen. Archiv f. Anat. u. Physiologie. 1853. — HENKE: Anatomie und Mechanik der Gelenke. 1863. — K. VIERORDT: Physiologie. 1864. — ZENKER: Allg. Zeitschrift f. Psychiatrie. XXVI., XXVII. 1870. — CARLET: Essai expérimental sur la locomotion humaine. Thèse. Paris, 1872. — MAREY: La machine animale. Paris, 1873. — BOUDET DE PARIS: Les actes musculaires dans la marche. Progrès médical. 1880. — H. VIERORDT: Das Gehen des Menschen. Tübingen, 1881. — BEAUNIS: Physiologie. Paris, 1881. — MAREY: Comptes rendus de l'Académie des sciences 1882, 1883, 1890. — GILLES DE LA TOURETTE: Études cliniques sur la marche. 1885. — Ugyanaz: Nou-

velle Iconographie de la Salpêtrière. 1888. -- DEMÉNY et QUÉNU : Comptes rendus de l'Académie des sciences. 1889. — MAREY : La photographie du mouvement. Paris, 1892. -- PAUL BLOCQ : Les troubles de la marche. Paris, 1892. -- P. RICHER : Nouvelle iconographie de la Salpêtrière. 1894. — LONDRE : Internationale med.-photographische Monatsschrift. 1894. — DERCUM : A text-book on nervous diseases. Edinburgh and London, 1895. — BRAUNE und FISCHER : Der Gang des Menschen. I. Sächs. Abh. 1895. — R. DU BOIS-REYMOND : Archiv f. Anat. und Physiologie. Physiol. Abth. 1897. 376. — P. RICHER : Nouvelle iconographie de la Salpêtrière. 1898. -- MARINESCO : Semaine médicale. 1899. — FISCHER : Der Gang des Menschen. II. Sächs. Abh. 1899. — MARINESCO : Semaine médicale. 1900. — FISCHER : Der Gang des Menschen. III. Sächs. Abhandl. 1900. — O. MÖNKEMÖLLER u. L. KAPLAN : Eine neue Methode. Neurolog. Centralblatt 1900. p. 798.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1900. április 23.-án tartott üléséből.)

A GÁZOK OLDHATÓSÁGA VÍZBEN.

(Harmadik közlemény.)

WINKLER LAJOS 1. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

IV. Levegő vízben.

Második idevágó értekezésemben * az atmosphaericus nitrogen-** és az oxygen-gáz vízben való oldhatósági viszonyait tárgyaltam. Ismerve az atm. nitrogen- és oxygen-gáz absorptio-coefficiensét, a HENRY-DALTON-féle törvény alapján a levegő absorptio-coefficiense (β) és oldhatósága (β') egyszerű módon kiszámítható. A számítások eredményeit a következő táblában találjuk:

| t | β | β' | t | β | β' |
|-------|---------|----------|--------|---------|----------|
| 0 C ° | 0·02881 | 0·02864 | 14 C ° | 0·02085 | 0·02052 |
| 1 " | 2808 | 2790 | 15 " | 2045 | 2011 |
| 2 " | 2738 | 2719 | 16 " | 2005 | 1972 |
| 3 " | 2670 | 2651 | 17 " | 1970 | 1932 |
| 4 " | 2606 | 2585 | 18 " | 1935 | 1895 |
| 5 " | 2543 | 2521 | 19 " | 1901 | 1860 |
| 6 " | 2482 | 2459 | 20 " | 1869 | 1826 |
| 7 " | 2424 | 2401 | 21 " | 1838 | 1794 |
| 8 " | 2369 | 2344 | 22 " | 1808 | 1762 |
| 9 " | 2316 | 2289 | 23 " | 1779 | 1731 |
| 10 " | 2364 | 2237 | 24 " | 1751 | 1700 |
| 11 " | 2217 | 2188 | 25 " | 1724 | 1671 |
| 12 " | 2171 | 2141 | 26 " | 1698 | 1643 |
| 13 " | 2127 | 2096 | 27 " | 1674 | 1616 |

* Math. és Természettud. Értesítő IX. kötet 253. lap.

** Atmosphaericus nitrogenen a levegőből előállított, argont stb. tartalmazó nitrogen-gázt értem.

| t | β | β' | t | β | β' |
|-------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 28 C° | 0·01650 | 0·01589 | 65 C° | 0·01182 | 0·00892 |
| 29 " | 1627 | 1563 | 66 " | 1177 | 0874 |
| 30 " | 1606 | 1539 | 67 " | 1171 | 0855 |
| 31 " | 1583 | 1514 | 68 " | 1166 | 0838 |
| 32 " | 1562 | 1490 | 69 " | 1161 | 0820 |
| 33 " | 1542 | 1466 | 70 " | 1156 | 0801 |
| 34 " | 1522 | 1443 | 71 " | 1151 | 0783 |
| 35 " | 1503 | 1420 | 72 " | 1147 | 0763 |
| 36 " | 1484 | 1398 | 73 " | 1144 | 0745 |
| 37 " | 1467 | 1377 | 74 " | 1140 | 0725 |
| 38 " | 1449 | 1356 | 75 " | 1137 | 0705 |
| 39 " | 1434 | 1336 | 76 " | 1134 | 0685 |
| 40 " | 1418 | 1315 | 77 " | 1131 | 0664 |
| 41 " | 1404 | 1297 | 78 " | 1129 | 0644 |
| 42 " | 1389 | 1278 | 79 " | 1127 | 0622 |
| 43 " | 1376 | 1259 | 80 " | 1126 | 0600 |
| 44 " | 1363 | 1242 | 81 " | 1124 | 0577 |
| 45 " | 1351 | 1224 | 82 " | 1123 | 0554 |
| 46 " | 1339 | 1206 | 83 " | 1121 | 0530 |
| 47 " | 1328 | 1190 | 84 " | 1120 | 0506 |
| 48 " | 1317 | 1173 | 85 " | 1119 | 0481 |
| 49 " | 1307 | 1156 | 86 " | 1118 | 0455 |
| 50 " | 1297 | 1140 | 87 " | 1116 | 0428 |
| 51 " | 1288 | 1124 | 88 " | 1115 | 0401 |
| 52 " | 1279 | 1108 | 89 " | 1114 | 0373 |
| 53 " | 1269 | 1092 | 90 " | 1113 | 0343 |
| 54 " | 1261 | 1075 | 91 " | 1112 | 0314 |
| 55 " | 1253 | 1059 | 92 " | 1111 | 0283 |
| 56 " | 1245 | 1043 | 93 " | 1110 | 0251 |
| 57 " | 1237 | 1026 | 94 " | 1110 | 0219 |
| 58 " | 1230 | 1010 | 95 " | 1109 | 0185 |
| 59 " | 1223 | 0994 | 96 " | 1108 | 0149 |
| 60 " | 1216 | 0978 | 97 " | 1107 | 0114 |
| 61 " | 1209 | 0961 | 98 " | 1107 | 0077 |
| 62 " | 1202 | 0943 | 99 " | 1106 | 0040 |
| 63 " | 1195 | 0926 | 100 " | 1105 | 0000 |
| 64 " | 1189 | 0909 | | | |

BUNSEN a levegő absorptio-coefficiensét a nitrogen-gáz abs.-coefficiense és a vízből kifőzött levegő összetétele alapján számította ki.* Mivel a nitrogen-gázra vonatkozólag a valóságnál jóval kisebb absorptio-coefficientst talált, természetsszerűleg a levegő absorptio-coefficiense is kisebb a valóságnál. Az összehasonlítás kedvéért álljon itt néhány adat:

| t | abs. coeff. BUNSEN SZ. | kísérleteim alapján |
|------|------------------------|---------------------|
| 0 C° | 0·02471 | 0·02881 |
| 5 " | 0·02179 | 0·02543 |
| 10 " | 0·01953 | 0·02264 |
| 15 " | 0·01795 | 0·02045 |
| 20 " | 0·01704 | 0·01869 |

Tekintettel a levegő vízben való oldhatóságának fontosságára, az oxygen- és atm. nitrogen-gáz absorptio-coefficiensai és a levegő oxygen-tartalma (20·96%) alapján kiszámítottam azt is, hogy külön-külön mennyi oxygen- és atm. nitrogen-gázt old 1000 cm³ víz, ha a barometer állása 760 mm., a vizoszlop magassága pedig elenyészően kicsi. A számítások eredményei a következők:

| t | oxygen | a. nitrog. | összesen | t | oxygen | a. nitrog. | összesen |
|------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0 C° | 10·19 cm ³ | 18·45 cm ³ | 28·64 cm ³ | 14 C° | 7·19 cm ³ | 13·33 cm ³ | 20·52 cm ³ |
| 1 " | 9·91 " | 17·99 " | 27·90 " | 15 " | 7·04 " | 13·07 " | 20·11 " |
| 2 " | 9·64 " | 17·55 " | 27·19 " | 16 " | 6·89 " | 12·83 " | 19·72 " |
| 3 " | 9·39 " | 17·12 " | 26·51 " | 17 " | 6·75 " | 12·57 " | 19·32 " |
| 4 " | 9·14 " | 16·71 " | 25·85 " | 18 " | 6·61 " | 12·34 " | 18·95 " |
| 5 " | 8·91 " | 16·30 " | 25·21 " | 19 " | 6·48 " | 12·12 " | 18·60 " |
| 6 " | 8·68 " | 15·91 " | 24·59 " | 20 " | 6·35 " | 11·91 " | 18·26 " |
| 7 " | 8·47 " | 15·54 " | 24·01 " | 21 " | 6·23 " | 11·71 " | 17·94 " |
| 8 " | 8·26 " | 15·18 " | 23·44 " | 22 " | 6·10 " | 11·52 " | 17·62 " |
| 9 " | 8·06 " | 14·83 " | 22·89 " | 23 " | 5·98 " | 11·33 " | 17·31 " |
| 10 " | 7·87 " | 14·50 " | 22·37 " | 24 " | 5·86 " | 11·14 " | 17·00 " |
| 11 " | 7·69 " | 14·19 " | 21·88 " | 25 " | 5·75 " | 10·96 " | 16·71 " |
| 12 " | 7·52 " | 13·89 " | 21·41 " | 26 " | 5·64 " | 10·79 " | 16·43 " |
| 13 " | 7·35 " | 13·61 " | 20·96 " | 27 " | 5·54 " | 10·62 " | 16·16 " |

* BUNSEN: «Gasometrische Methoden» II. kiad. 239. l.

| t | oxygen | a. nitrog. | összesen | t | oxygen | a. nitrog. | összesen |
|-------|----------------------|-----------------------|-----------------------|-------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 28 C° | 5.43 cm ³ | 10.46 cm ³ | 15.89 cm ³ | 65 C° | 2.98 cm ³ | 5.94 cm ³ | 8.92 cm ³ |
| 29 " | 5.33 " | 10.30 " | 15.63 " | 66 " | 2.92 " | 5.82 " | 8.74 " |
| 30 " | 5.24 " | 10.15 " | 15.39 " | 67 " | 2.85 " | 5.70 " | 8.55 " |
| 31 " | 5.15 " | 9.99 " | 15.14 " | 68 " | 2.79 " | 5.59 " | 8.38 " |
| 32 " | 5.07 " | 9.83 " | 14.90 " | 69 " | 2.73 " | 5.47 " | 8.20 " |
| 33 " | 4.99 " | 9.67 " | 14.66 " | 70 " | 2.66 " | 5.35 " | 8.01 " |
| 34 " | 4.91 " | 9.52 " | 14.43 " | 71 " | 2.60 " | 5.23 " | 7.83 " |
| 35 " | 4.83 " | 9.37 " | 14.20 " | 72 " | 2.53 " | 5.10 " | 7.63 " |
| 36 " | 4.76 " | 9.22 " | 13.98 " | 73 " | 2.47 " | 4.98 " | 7.45 " |
| 37 " | 4.69 " | 9.08 " | 13.77 " | 74 " | 2.40 " | 4.85 " | 7.25 " |
| 38 " | 4.62 " | 8.94 " | 13.56 " | 75 " | 2.33 " | 4.72 " | 7.05 " |
| 39 " | 4.55 " | 8.81 " | 13.36 " | 76 " | 2.26 " | 5.59 " | 6.85 " |
| 40 " | 4.48 " | 8.67 " | 13.15 " | 77 " | 2.19 " | 4.45 " | 6.64 " |
| 41 " | 4.42 " | 8.55 " | 12.97 " | 78 " | 2.12 " | 4.32 " | 6.44 " |
| 42 " | 4.35 " | 8.43 " | 12.78 " | 79 " | 2.04 " | 4.18 " | 6.22 " |
| 43 " | 4.28 " | 8.31 " | 12.59 " | 80 " | 1.97 " | 4.03 " | 6.00 " |
| 44 " | 4.22 " | 8.20 " | 12.42 " | 81 " | 1.89 " | 3.88 " | 5.77 " |
| 45 " | 4.15 " | 8.09 " | 12.24 " | 82 " | 1.81 " | 3.73 " | 5.54 " |
| 46 " | 4.09 " | 7.97 " | 12.06 " | 83 " | 1.73 " | 3.57 " | 5.30 " |
| 47 " | 4.03 " | 7.87 " | 11.90 " | 84 " | 1.65 " | 3.41 " | 5.06 " |
| 48 " | 3.97 " | 7.76 " | 11.73 " | 85 " | 1.57 " | 3.24 " | 4.81 " |
| 49 " | 3.91 " | 7.65 " | 11.56 " | 86 " | 1.48 " | 3.07 " | 4.55 " |
| 50 " | 3.85 " | 7.55 " | 11.40 " | 87 " | 1.39 " | 2.89 " | 4.28 " |
| 51 " | 3.79 " | 7.45 " | 11.24 " | 88 " | 1.30 " | 2.71 " | 4.01 " |
| 52 " | 3.74 " | 7.34 " | 11.08 " | 89 " | 1.21 " | 2.52 " | 3.73 " |
| 53 " | 3.68 " | 7.24 " | 10.92 " | 90 " | 1.11 " | 2.32 " | 3.43 " |
| 54 " | 3.62 " | 7.13 " | 10.75 " | 91 " | 1.02 " | 2.12 " | 3.14 " |
| 55 " | 3.56 " | 7.03 " | 10.59 " | 92 " | 0.92 " | 1.91 " | 2.83 " |
| 56 " | 3.51 " | 6.92 " | 10.43 " | 93 " | 0.81 " | 1.70 " | 2.51 " |
| 57 " | 3.45 " | 6.81 " | 10.26 " | 94 " | 0.71 " | 1.48 " | 2.19 " |
| 58 " | 3.39 " | 6.71 " | 10.10 " | 95 " | 0.60 " | 1.25 " | 1.85 " |
| 59 " | 3.34 " | 6.60 " | 9.94 " | 96 " | 0.48 " | 1.01 " | 1.49 " |
| 60 " | 3.28 " | 6.50 " | 9.78 " | 97 " | 0.37 " | 0.77 " | 1.14 " |
| 61 " | 3.22 " | 6.39 " | 9.61 " | 98 " | 0.25 " | 0.52 " | 0.77 " |
| 62 " | 3.16 " | 6.27 " | 9.43 " | 99 " | 0.13 " | 0.27 " | 0.40 " |
| 63 " | 3.10 " | 6.16 " | 9.26 " | 100 " | 0.00 " | 0.00 " | 0.00 " |
| 64 " | 3.04 " | 6.05 " | 9.09 " | | | | |

A mi a vízben oldott levegő oxygen-tartalmát illeti, BUNSEN azt találta, hogy a levegővel telített vízből kifőzött gáz a hőmérsék-től függetlenül (1 és 23° között) 34·91% oxygen-gázt tartalmaz. Egyik régebb értekezésemben* már említettem, hogy közvetlen kísérletek alapján meggyőződtem, hogy a vízből kifőzött levegő oxygen-tartalma a telítéskor uralkodó hőmérsékkel csökken. Ugyan-ehhez az eredményhez jutunk, ha az oxygen- és atm. nitrogen-gáz absorptio-coefficiensei alapján az oldott levegő oxygen-tartalmát kiszámítjuk. E számításokból ugyanis az következik, hogy a külön-féle hőmérséken levegővel telített vízben oldott levegő százalékos oxygen-tartalma (n) leggyyszerűbben a következő linearis egyenlet-tel fejezhető ki:

$$n = 35\cdot47 - 0\cdot0338\ t$$

Hasonlitsuk most össze 10 fokonként ez egyenlettel számi-tott értékeket közvetlenül az absorptio-coefficiensekből számított értékekkel:

| t | egyenlettel sz. | abs. coeff.-ből sz. | Eltérés |
|-------|-----------------|---------------------|---------|
| 0 C° | 35·47% | 35·58% | +0·11% |
| 10 " | 35·13 " | 35·19 " | +0·06 " |
| 20 " | 34·79 " | 34·79 " | ±0·00 " |
| 30 " | 34·46 " | 34·05 " | —0·41 " |
| 40 " | 34·12 " | 34·09 " | +0·06 " |
| 50 " | 33·78 " | 33·78 " | ±0·00 " |
| 60 " | 33·44 " | 33·55 " | +0·10 " |
| 70 " | 33·10 " | 33·25 " | +0·15 " |
| 80 " | 32·77 " | 32·80 " | +0·03 " |
| 90 " | 32·43 " | 32·44 " | +0·01 " |
| 100 " | 32·09 " | 32·25 " | +0·16 " |

Mint látható, a megegyezés mindenütt kellő, kivéve a 30°-ra vonatkozó adatot, hol az eltérés kissé észrevehetőbb.

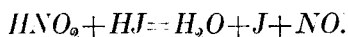
V. Nitrogenoxyd vízben.

A nitrogenoxyd szokásos előállítási módja tudvalevőleg abban áll, hogy hígított salétromsavból fém-réz-zel fejlődött tisztátalan

* Math. és Természettud. Értesítő VI. kötet 273. l.

nitrogenoxyddal tömény ferrosulfat-oldatot telítünk, majd enyhe melegítéssel a gázt ez oldatából ismét kiűzzük. Azonban az így előállított nitrogenoxyd sem egészen tiszta, mert a melegítéskor a ferrosulfat a nitrogenoxyd egy részét redukálja, miről közvetlen kísérlet útján is meggyőződtem.

A szerző tapasztalása szerint egészen tiszta nitrogenoxyd a salétromossav és hydrogenjodid egymásra való hatásakor fejlődik:



A gáz előállítása végett kis választó lombikba higabb kaliumjodid- és kaliumnitrit-oldatot öntünk, azután a lombikba kaucsukdugóval csapos töleséresövet erősítünk, melybe 50%-os kénsavat teszünk. A csap óvatos megnyitásával a savat cseppenként ejtjük a folyadékba. A fejlődő gázt lúgon mossuk meg. Ha arról gondoskodunk, hogy a készülékben a kártékony tér lehetőleg kicsi legyen, úgy néhány percznyi fejlődés után a gázt higanyos gázometerben felfoghatjuk. A mérésekhez az így előállított, tökéletesen tiszta nitrogenoxyd-gázt használtam.

A méréseket *egy* harmadfél literes absorptiometerrel végeztem. Az absorptiometer tökéletesen légüresnek bizonyult. Az absorptiometerben foglalt víz súlya 1904.82 gr.; a betölt nitrogenoxyd térfogata 411.85 cm³ volt. A vízoszlop magassága 125 mm.; α és $\alpha' = 0.003670$.

Előleges kísérletek alapján meggyőződtem arról, hogy a nitrogenoxyd a vízre lassacskán chemiai hatást gyakorol, minek megfelelően a nitrogenoxyd eredeti mennyisége folyton csökken. Hogy az ez által okozott hibát kiküszöböljem, a méréseket a következőképen végeztem:

A gázt az absorptiometerbe betolván, lehetőleg gyorsan meghatároztam az absorptio-coefficiens értékét 20° körül. A *látszólagos* absorptio-coefficientst 2 és 1/4 óra múlva 20.02 C°-on 0.04709-nek találtam. Most a kísérleteket 0°-on, 10°-on és 30°-on elvégezvén, ismét meghatároztam, mekkora a látszólagos absorptio-coefficiens 20° körül; az eredmény, hogy a nitrogenoxyd látszólagos absorptio-coefficiense 41 és 3/4 óra múlva 20.03 C°-on 0.04793. Ha tehát a látszólagos absorptio-coefficiens 39 és 1/2 óra alatt 0.00084-gyel nőtt, a nitrogenoxyd *valódi* absorptio-coefficiense 20.02°-on

$0.04709 - 0.00005 = 0.04704$. E kísérletekből egyúttal az is következik, hogy óránként átlag 0.0275 cm^3 nitrogenoxyd-gáz tűnt el, mely érték és a kísérlet megkezdésétől eltelt idő tekintetbe vételével a 0° -on, 10° -on és 30° -on végzett kísérletekből is kiszámítható a valódi absorptio-coefficiens. Egészen így jártam el a többi kísérletnél is. Az összes mérések 90 és $\frac{3}{4}$ órát vettek igénybe, mely idő alatt 2.10 cm^3 nitrogenoxyd tűnt el. A mérések eredményeit, a chemiai hatás okozta correctiók tekintetbe vételével, a következőkben közlöm:

| t | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coefficiens |
|----------|---------------------|-----------------------|-----------|------------------|
| 0-07 C ° | 83-24 cm^3 | 1905-05 cm^3 | 449-99 mm | 0-07380 |
| 0-07 " | 83-20 " | 1905-05 " | 450-02 " | 0-07376 |
| 0-07 " | 82-91 " | 1905-05 " | 450-38 " | 0-07345 |
| 10-02 " | 69-49 " | 1905-32 " | 485-28 " | 0-05712 |
| 10-05 " | 69-43 " | 1905-32 " | 485-40 " | 0-05706 |
| 9-99 " | 69-34 " | 1905-32 " | 485-42 " | 0-05700 |
| 19-93 " | 61-09 " | 1908-09 " | 517-18 " | 0-04705 |
| 20-02 " | 61-12 " | 1908-13 " | 517-41 " | 0-04705 |
| 20-12 " | 61-10 " | 1908-17 " | 517-52 " | 0-04703 |
| 30-02 " | 55-13 " | 1912-92 " | 547-70 " | 0-03999 |
| 29-99 " | 55-27 " | 1912-92 " | 547-45 " | 0-04011 |
| 30-02 " | 55-13 " | 1912-92 " | 547-70 " | 0-03999 |
| 39-91 " | 51-08 " | 1919-43 " | 576-31 " | 0-03509 |
| 39-95 " | 51-21 " | 1919-45 " | 576-20 " | 0-03519 |
| 40-02 " | 50-97 " | 1919-50 " | 576-72 " | 0-03499 |
| 50-00 " | 48-32 " | 1927-58 " | 607-42 " | 0-03137 |
| 50-07 " | 48-71 " | 1927-65 " | 607-07 " | 0-03164 |
| 50-05 " | 48-52 " | 1927-63 " | 607-19 " | 0-03151 |
| 59-88 " | 47-99 " | 1936-92 " | 636-30 " | 0-02959 |
| 59-97 " | 48-17 " | 1937-01 " | 636-22 " | 0-02971 |
| 59-97 " | 47-58 " | 1937-01 " | 637-00 " | 0-02931 |
| 70-00 " | 47-74 " | 1947-79 " | 668-28 " | 0-02787 |
| 70-07 " | 48-36 " | 1947-87 " | 667-29 " | 0-02828 |
| 70-07 " | 48-10 " | 1947-87 " | 667-72 " | 0-02811 |
| 79-85 " | 48-47 " | 1959-63 " | 698-71 " | 0-02690 |
| 79-85 " | 48-72 " | 1959-63 " | 698-29 " | 0-02706 |

A kísérletek középértékei a következők:

| | |
|---------|---------|
| 0.07 C° | 0.07367 |
| 10.02 " | 0.05706 |
| 20.02 " | 0.04704 |
| 30.01 " | 0.04003 |
| 39.96 " | 0.03509 |
| 50.04 " | 0.03151 |
| 59.94 " | 0.02954 |
| 70.05 " | 0.02809 |
| 79.85 " | 0.02698 |

Ezek alapján számított interpoláló-formulák:

Érvényes

$$\begin{aligned}
 0^\circ - 20^\circ\text{-ig } \beta &= 0.07381 - 0.0020065t + 0.00003345t^2 \\
 10^\circ - 30^\circ \text{ " } \beta &= 0.05709 - 0.0011535(t-10) + 0.00001505(t-10)^2 \\
 20^\circ - 40^\circ \text{ " } \beta &= 0.04706 - 0.0008045(t-20) + 0.00001025(t-20)^2 \\
 30^\circ - 50^\circ \text{ " } \beta &= 0.04004 - 0.0005680(t-30) + 0.00000710(t-30)^2 \\
 40^\circ - 60^\circ \text{ " } \beta &= 0.03507 - 0.0004335(t-40) + 0.00000785(t-40)^2 \\
 50^\circ - 70^\circ \text{ " } \beta &= 0.03152 - 0.0002250(t-50) + 0.00000270(t-50)^2 \\
 60^\circ - 80^\circ \text{ " } \beta &= 0.02954 - 0.0001610(t-60) + 0.00000170(t-60)^2
 \end{aligned}$$

A nitrogén-oxid absorptio-oefficienseit 0°-tól 80°-ig e formulákkal számítottam ki, 80°-tól 100°-ig pedig graphicus extrapolatio útján.

| t | β | β' | t | β | β' |
|------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 0 C° | 0.07381 | 0.07337 | 13 C° | 0.05357 | 0.05279 |
| 1 " | 7184 | 7137 | 14 " | 5250 | 5168 |
| 2 " | 6993 | 6944 | 15 " | 5147 | 5061 |
| 3 " | 6809 | 6759 | 16 " | 5049 | 4959 |
| 4 " | 6632 | 6579 | 17 " | 4956 | 4863 |
| 5 " | 6461 | 6406 | 18 " | 4868 | 4770 |
| 6 " | 6298 | 6240 | 19 " | 4785 | 4682 |
| 7 " | 6140 | 6080 | 20 " | 4706 | 4599 |
| 8 " | 5990 | 5927 | 21 " | 4625 | 4513 |
| 9 " | 5846 | 5780 | 22 " | 4545 | 4428 |
| 10 " | 5709 | 5640 | 23 " | 4469 | 4346 |
| 11 " | 5587 | 5515 | 24 " | 4395 | 4267 |
| 12 " | 5470 | 5395 | 25 " | 4323 | 4189 |

| t | β | β' | t | β | β' |
|-------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 26 C° | 0.04254 | 0.04114 | 64 C° | 0.02891 | 0.02211 |
| 27 " | 4188 | 4042 | 65 " | 2877 | 2169 |
| 28 " | 4124 | 3972 | 66 " | 2863 | 2126 |
| 29 " | 4063 | 3904 | 67 " | 2849 | 2082 |
| 30 " | 4004 | 3838 | 68 " | 2836 | 2038 |
| 31 " | 3947 | 3774 | 69 " | 2823 | 1993 |
| 32 " | 3891 | 3710 | 70 " | 2810 | 1947 |
| 33 " | 3837 | 3648 | 71 " | 2798 | 1902 |
| 34 " | 3784 | 3587 | 72 " | 2785 | 1853 |
| 35 " | 3734 | 3529 | 73 " | 2773 | 1805 |
| 36 " | 3685 | 3471 | 74 " | 2762 | 1756 |
| 37 " | 3638 | 3415 | 75 " | 2751 | 1706 |
| 38 " | 3593 | 3360 | 76 " | 2740 | 1655 |
| 39 " | 3549 | 3306 | 77 " | 2729 | 1602 |
| 40 " | 3507 | 3254 | 78 " | 2719 | 1549 |
| 41 " | 3465 | 3201 | 79 " | 2709 | 1495 |
| 42 " | 3424 | 3149 | 80 " | 2700 | 1439 |
| 43 " | 3385 | 3099 | 81 " | 2691 | 1383 |
| 44 " | 3347 | 3049 | 82 " | 2683 | 1325 |
| 45 " | 3311 | 3000 | 83 " | 2676 | 1267 |
| 46 " | 3276 | 2952 | 84 " | 2670 | 1207 |
| 47 " | 3243 | 2906 | 85 " | 2665 | 1146 |
| 48 " | 3211 | 2860 | 86 " | 2660 | 1083 |
| 49 " | 3181 | 2815 | 87 " | 2656 | 1019 |
| 50 " | 3152 | 2771 | 88 " | 2652 | 0953 |
| 51 " | 3128 | 2730 | 89 " | 2650 | 0886 |
| 52 " | 3104 | 2689 | 90 " | 2648 | 0817 |
| 53 " | 3082 | 2649 | 91 " | 2646 | 0746 |
| 54 " | 3060 | 2609 | 92 " | 2644 | 0673 |
| 55 " | 3040 | 2570 | 93 " | 2642 | 0597 |
| 56 " | 3021 | 2531 | 94 " | 2640 | 0519 |
| 57 " | 3003 | 2492 | 95 " | 2638 | 0439 |
| 58 " | 2985 | 2453 | 96 " | 2636 | 0356 |
| 59 " | 2969 | 2414 | 97 " | 2634 | 0271 |
| 60 " | 2954 | 2375 | 98 " | 2632 | 0183 |
| 61 " | 2938 | 2335 | 99 " | 2630 | 0093 |
| 62 " | 2922 | 2294 | 100 " | 2628 | 0000 |
| 63 " | 2906 | 2253 | | | |

BUNSEN a nitrogenoxyd vízben való oldhatóságát nem határozta meg.

VI. Szén oxyd vízben.

A mérésekhez használt szén oxyd natriumformiatból, illetőleg ólomformiatból tömény kénsavval való elbontás útján készült. A fejlődő gázt lúggal megmosván, higanyos gazometerben fogtam fel. A gáz tisztaságáról eudiometeres analysissel győződtem meg.

A kísérleteket *egy* absorptiometerrel végeztem, melyet háromszor újból töltöttem meg. Az első esetben az absorptiometerben levő víz súlya 2112.77 gr., a szén oxyd térfogata 408.62 cm³, a vízoszlop magassága 132 mm. volt. A második esetben a víz súlya 1945.16 gr., a gáz térfogata 393.93 cm³, a vízoszlop magassága 130 mm.; a harmadik esetben a víz súlya 1868.66 gr., a gáz térfogata 401.43 cm³, a vízoszlop magassága 128 mm. Az absorptiometer a kifőzés után mind a három esetben légüres volt; α és α' = 0.003670.

Érdekes, hogy magasabb hőmérséken (60° fölött) a szén oxyd chemiailag hatott a vízre; a 70° és 80°-on végzett kísérleteknél erre is tekintettel voltam (v. ö. nitrogenoxyddal). A mérések eredménye:

| t | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coëfficiens |
|----------|-----------------------|-------------------------|-----------|------------------|
| 0.07 C ° | 40.49 cm ³ | 1868.89 cm ³ | 465.08 mm | 0.03540 |
| 0.02 " | 40.58 " | 1868.89 " | 464.88 " | 0.03550 |
| 0.02 " | 40.52 " | 1868.89 " | 464.96 " | 0.03544 |
| 0.17 " | 71.63 " | 2113.04 " | 733.43 " | 0.03513 |
| 0.17 " | 71.68 " | 2113.04 " | 733.40 " | 0.03515 |
| 0.17 " | 71.59 " | 2113.04 " | 733.51 " | 0.03511 |
| 10.10 " | 34.10 " | 1869.17 " | 490.16 " | 0.02829 |
| 10.03 " | 34.04 " | 1869.15 " | 490.10 " | 0.02824 |
| 10.07 " | 34.04 " | 1869.16 " | 490.18 " | 0.02824 |
| 10.02 " | 60.96 " | 2113.33 " | 782.19 " | 0.02803 |
| 10.01 " | 60.86 " | 2113.33 " | 782.32 " | 0.02797 |
| 10.02 " | 60.94 " | 2113.33 " | 782.22 " | 0.02802 |

| <i>t</i> | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coefficiens |
|-----------|-----------------------|-------------------------|-----------|------------------|
| 19·97 C ° | 29·39 cm ³ | 1871·88 cm ³ | 515·39 mm | 0·02315 |
| 20·02 " | 29·52 " | 1871·90 " | 515·21 " | 0·02326 |
| 20·02 " | 29·54 " | 1871·90 " | 515·18 " | 0·02328 |
| 20·03 " | 53·56 " | 2116·45 " | 831·59 " | 0·02313 |
| 20·01 " | 53·54 " | 2116·44 " | 831·53 " | 0·02312 |
| 20·00 " | 53·70 " | 2116·44 " | 831·22 " | 0·02320 |
| 30·10 " | 26·68 " | 1876·65 " | 539·93 " | 0·02001 |
| 30·07 " | 26·68 " | 1876·64 " | 540·02 " | 0·02001 |
| 30·07 " | 26·62 " | 1876·64 " | 539·92 " | 0·01997 |
| 29·97 " | 49·19 " | 2121·74 " | 882·36 " | 0·01997 |
| 30·03 " | 49·20 " | 2121·78 " | 882·60 " | 0·01997 |
| 30·08 " | 49·14 " | 2121·81 " | 882·92 " | 0·01994 |
| 30·02 " | 30·91 " | 1953·44 " | 600·97 " | 0·02001 |
| 30·02 " | 30·90 " | 1953·44 " | 601·00 " | 0·02000 |
| 30·02 " | 30·67 " | 1953·44 " | 601·21 " | 0·01985 |
| 39·77 " | 46·54 " | 2128·86 " | 936·00 " | 0·01775 |
| 39·68 " | 46·53 " | 2128·79 " | 935·65 " | 0·01775 |
| 39·62 " | 46·59 " | 2128·74 " | 935·25 " | 0·01778 |
| 40·00 " | 28·97 " | 1960·14 " | 630·99 " | 0·01780 |
| 39·99 " | 28·94 " | 1960·14 " | 631·03 " | 0·01779 |
| 39·97 " | 28·80 " | 1960·12 " | 631·23 " | 0·01769 |
| 40·02 " | 24·88 " | 1883·06 " | 566·44 " | 0·01773 |
| 39·97 " | 24·99 " | 1883·03 " | 566·16 " | 0·01782 |
| 39·95 " | 24·91 " | 1883·02 " | 566·25 " | 0·01780 |
| 50·04 " | 45·16 " | 2138·07 " | 995·39 " | 0·01613 |
| 50·00 " | 45·34 " | 2138·03 " | 994·70 " | 0·01620 |
| 50·03 " | 45·02 " | 2138·06 " | 995·48 " | 0·01608 |
| 49·88 " | 23·71 " | 1890·88 " | 593·47 " | 0·01606 |
| 49·92 " | 23·95 " | 1890·92 " | 593·20 " | 0·01623 |
| 49·98 " | 23·93 " | 1890·97 " | 593·38 " | 0·01621 |
| 60·04 " | 44·65 " | 2148·55 " | 1057·14 " | 0·01494 |
| 59·95 " | 44·47 " | 2148·51 " | 1057·49 " | 0·01488 |
| 59·91 " | 44·32 " | 2148·42 " | 1057·64 " | 0·01483 |
| 80·00 " | 24·32 " | 1922·61 " | 677·53 " | 0·01419 |
| 79·95 " | 24·65 " | 1922·56 " | 676·81 " | 0·01440 |

A középértékek ezek :

| | |
|---------|---------|
| 0·10 C° | 0·03529 |
| 10·04 „ | 0·02813 |
| 20·01 „ | 0·02319 |
| 30·04 „ | 0·01997 |
| 39·88 „ | 0·01777 |
| 49·98 „ | 0·01615 |
| 60·00 „ | 0·01488 |
| 79·97 „ | 0·01430 |

Ez értékek alapján számított interpoláló formulák :

Érvényes

$$\begin{aligned}
 0^\circ - 20^\circ\text{-ig } \beta &= 0.03537 - 0.000833 t + 0.0000112 t^2 \\
 10^\circ - 30^\circ \text{ „ } \beta &= 0.02816 - 0.000585(t-10) + 0.0000088(t-10)^2 \\
 20^\circ - 40^\circ \text{ „ } \beta &= 0.02319 - 0.000370(t-20) + 0.0000049(t-20)^2 \\
 30^\circ - 50^\circ \text{ „ } \beta &= 0.01998 - 0.000255(t-30) + 0.0000082(t-30)^2 \\
 40^\circ - 60^\circ \text{ „ } \beta &= 0.01775 - 0.000177(t-40) + 0.0000017(t-40)^2
 \end{aligned}$$

A szénnoxid absorptio-coefficienseit 60°-ig e formulákkal számítottam ki, 60°-tól 80°-ig graphicus interpolatio, 80°-tól 100°-ig pedig graphicus extrapolatio útján állapítottam meg.

| t | β | β' | t | β | β' |
|------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 0 C° | 0.03537 | 0.03516 | 13 C° | 0.02646 | 0.02607 |
| 1 „ | 3455 | 3433 | 14 „ | 2593 | 2553 |
| 2 „ | 3375 | 3352 | 15 „ | 2543 | 2501 |
| 3 „ | 3297 | 3273 | 16 „ | 2494 | 2450 |
| 4 „ | 3222 | 3196 | 17 „ | 2448 | 2402 |
| 5 „ | 3149 | 3122 | 18 „ | 2402 | 2354 |
| 6 „ | 3078 | 3050 | 19 „ | 2360 | 2309 |
| 7 „ | 3009 | 2979 | 20 „ | 2319 | 2266 |
| 8 „ | 2942 | 2911 | 21 „ | 2281 | 2226 |
| 9 „ | 2878 | 2846 | 22 „ | 2244 | 2186 |
| 10 „ | 2816 | 2782 | 23 „ | 2208 | 2147 |
| 11 „ | 2757 | 2722 | 24 „ | 2174 | 2111 |
| 12 „ | 2701 | 2664 | 25 „ | 2142 | 2076 |

| t | β | β' | t | β | β' |
|--------|---------|----------|--------|---------|----------|
| 26 C ° | 0.02110 | 0.02041 | 64 C ° | 0.01459 | 0.01116 |
| 27 " | 2080 | 2008 | 65 " | 1454 | 1096 |
| 28 " | 2051 | 1975 | 66 " | 1450 | 1077 |
| 29 " | 2024 | 1945 | 67 " | 1446 | 1057 |
| 30 " | 1998 | 1915 | 68 " | 1443 | 1037 |
| 31 " | 1972 | 1885 | 69 " | 1441 | 1017 |
| 32 " | 1947 | 1857 | 70 " | 1440 | 0998 |
| 33 " | 1923 | 1829 | 71 " | 1439 | 0978 |
| 34 " | 1899 | 1801 | 72 " | 1438 | 0957 |
| 35 " | 1877 | 1774 | 73 " | 1437 | 0935 |
| 36 " | 1855 | 1747 | 74 " | 1436 | 0913 |
| 37 " | 1834 | 1721 | 75 " | 1435 | 0890 |
| 38 " | 1813 | 1696 | 76 " | 1434 | 0866 |
| 39 " | 1794 | 1671 | 77 " | 1433 | 0841 |
| 40 " | 1775 | 1647 | 78 " | 1432 | 0816 |
| 41 " | 1757 | 1623 | 79 " | 1431 | 0790 |
| 42 " | 1739 | 1599 | 80 " | 1430 | 0762 |
| 43 " | 1722 | 1576 | 81 " | 1429 | 0734 |
| 44 " | 1706 | 1554 | 82 " | 1428 | 0705 |
| 45 " | 1690 | 1531 | 83 " | 1427 | 0675 |
| 46 " | 1674 | 1509 | 84 " | 1426 | 0645 |
| 47 " | 1659 | 1486 | 85 " | 1425 | 0613 |
| 48 " | 1644 | 1464 | 86 " | 1424 | 0580 |
| 49 " | 1629 | 1442 | 87 " | 1423 | 0546 |
| 50 " | 1615 | 1420 | 88 " | 1422 | 0511 |
| 51 " | 1601 | 1397 | 89 " | 1421 | 0475 |
| 52 " | 1587 | 1375 | 90 " | 1420 | 0438 |
| 53 " | 1574 | 1353 | 91 " | 1419 | 0400 |
| 54 " | 1561 | 1331 | 92 " | 1418 | 0361 |
| 55 " | 1548 | 1309 | 93 " | 1417 | 0320 |
| 56 " | 1535 | 1286 | 94 " | 1416 | 0278 |
| 57 " | 1523 | 1264 | 95 " | 1415 | 0235 |
| 58 " | 1511 | 1242 | 96 " | 1414 | 0191 |
| 59 " | 1500 | 1220 | 97 " | 1413 | 0145 |
| 60 " | 1488 | 1197 | 98 " | 1412 | 0098 |
| 61 " | 1478 | 1175 | 99 " | 1411 | 0050 |
| 62 " | 1470 | 1154 | 100 " | 1410 | 0000 |
| 63 " | 1464 | 1135 | | | |

A talált értékeket BUNSEN adataival * a következőkben hasonlítjuk össze :

| t | abs. coeff. BUNSEN sz. | kísérleteim szerint |
|--------|------------------------|---------------------|
| 5·8 C° | 0·028636 | 0·03092 |
| 8·6 „ | 0·027125 | 0·02904 |
| 9·0 „ | 0·026855 | 0·02878 |
| 17·4 „ | 0·023854 | 0·02430 |
| 18·4 „ | 0·023147 | 0·02385 |
| 22·0 „ | 0·022907 | 0·02244 |

VII. Methan vízben.

A methant zinkmethylnél levegőtől mentes vízzel való elbon-
tás útján állítottam elő. Az így előállított gáz azonban methyl-
jodid-gőzöket tartalmazott, miért is vacuumban izzított faszén-
darabkákon vezettem át, mely a methyljodidot tökéletesen vissza-
tartotta. A gasometriai analysis eredménye :

| | találva | számítva |
|------------------------|----------------------|----------------------|
| alkalmazott gáz | 8·31 cm ³ | 8·25 cm ³ |
| keletkezett széndioxyd | 8·17 „ | 8·25 „ |
| contractio | 16·65 „ | 16·50 „ |

Az absorptiometerben foglalt víz 2066·17 gr., a betölt methan
mennyisége 288·70 cm³, a vízoszlop magassága 130 mm., az ab-
sorptiometerben maradt levegő nyomása 0·11 mm. Az ellenőrző
kísérletkor a víz mennyisége 2097·86 gr., a methan térfogata
279·99 cm³, a vízoszlop magassága 132 mm., az absorptiometerben
maradt levegő nyomása 21·4°-on 5·34 mm. A kísérletek ered-
ményei :

| t | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coefficiens |
|---------|-----------------------|-------------------------|-----------|------------------|
| 0·25 C° | 64·90 cm ³ | 2066·43 cm ³ | 431·81 mm | 0·05528 |
| 0·30 „ | 64·86 „ | 2066·43 „ | 431·90 „ | 0·05523 |
| 0·23 „ | 67·69 „ | 2098·12 „ | 444·58 „ | 0·05515 |
| 0·27 „ | 67·69 „ | 2098·12 „ | 444·55 „ | 0·05516 |
| 0·28 „ | 67·65 „ | 2098·12 „ | 444·62 „ | 0·05511 |

* BUNSEN: «Gasometrische Methoden» II. kiad. 212. l.

| t | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coefficiens |
|---------|-----------------------|-------------------------|-----------|------------------|
| 9.98 C° | 53.35 cm ³ | 2066.71 cm ³ | 469.59 mm | 0.04178 |
| 10.00 " | 53.43 " | 2066.71 " | 469.42 " | 0.04186 |
| 10.00 " | 53.28 " | 2066.71 " | 469.71 " | 0.04171 |
| 20.08 " | 45.52 " | 2069.78 " | 505.46 " | 0.03307 |
| 20.00 " | 45.58 " | 2069.75 " | 505.26 " | 0.03312 |
| 20.00 " | 45.68 " | 2069.75 " | 505.09 " | 0.03321 |
| 19.98 " | 45.54 " | 2069.75 " | 504.99 " | 0.03311 |
| 20.05 " | 45.49 " | 2069.77 " | 505.19 " | 0.03305 |
| 20.02 " | 45.39 " | 2069.76 " | 505.34 " | 0.03298 |
| 20.00 " | 47.83 " | 2101.49 " | 523.86 " | 0.03302 |
| 20.00 " | 47.88 " | 2101.49 " | 523.66 " | 0.03307 |
| 20.00 " | 47.79 " | 2101.49 " | 523.86 " | 0.03299 |
| 29.95 " | 40.67 " | 2074.92 " | 538.90 " | 0.02764 |
| 30.10 " | 40.65 " | 2075.00 " | 539.25 " | 0.02761 |
| 30.00 " | 40.61 " | 2074.95 " | 539.10 " | 0.02759 |
| 40.02 " | 37.31 " | 2082.09 " | 573.54 " | 0.02375 |
| 40.03 " | 37.15 " | 2082.10 " | 573.95 " | 0.02363 |
| 40.00 " | 37.21 " | 2082.08 " | 573.77 " | 0.02367 |
| 50.08 " | 35.70 " | 2090.93 " | 608.54 " | 0.02132 |
| 50.00 " | 35.77 " | 2090.86 " | 608.24 " | 0.02137 |
| 50.00 " | 35.65 " | 2090.86 " | 608.54 " | 0.02129 |
| 60.03 " | 35.09 " | 2101.14 " | 644.69 " | 0.01969 |
| 59.93 " | 34.61 " | 2101.04 " | 645.77 " | 0.01939 |
| 60.00 " | 35.20 " | 2101.11 " | 644.45 " | 0.01977 |
| 59.95 " | 36.93 " | 2133.29 " | 676.49 " | 0.01945 |
| 60.02 " | 37.07 " | 2133.47 " | 676.23 " | 0.01953 |
| 59.95 " | 36.87 " | 2133.29 " | 676.65 " | 0.01941 |
| 70.00 " | 35.03 " | 2112.78 " | 682.54 " | 0.01846 |
| 70.00 " | 34.45 " | 2112.78 " | 683.94 " | 0.01816 |
| 70.05 " | 34.43 " | 2112.84 " | 684.12 " | 0.01811 |
| 80.00 " | 35.78 " | 2125.82 " | 725.54 " | 0.01763 |
| 80.02 " | 35.69 " | 2125.84 " | 722.20 " | 0.01767 |
| 79.97 " | 35.91 " | 2125.79 " | 721.44 " | 0.01779 |

A mérések középértékei ezek:

| | |
|---------|---------|
| 0.27 C° | 0.05519 |
| 9.99 " | 0.04178 |
| 20.01 " | 0.03307 |
| 30.02 " | 0.02761 |
| 40.02 " | 0.02368 |
| 50.03 " | 0.02133 |
| 59.98 " | 0.01954 |
| 70.02 " | 0.01825 |
| 80.00 " | 0.01770 |

Ez értékekből számított interpoláló formulák:

Érvényes

$$\begin{aligned}
 0^\circ - 20^\circ \text{-ig } \beta &= 0.05563 - 0.0016445t + 0.00002585t^2 \\
 10^\circ - 30^\circ \text{ " } \beta &= 0.04177 - 0.0010305(t-10) + 0.00001615(t-10)^2 \\
 20^\circ - 40^\circ \text{ " } \beta &= 0.03308 - 0.0006225(t-20) + 0.00000765(t-20)^2 \\
 30^\circ - 50^\circ \text{ " } \beta &= 0.02762 - 0.0004720(t-30) + 0.00000790(t-30)^2 \\
 40^\circ - 60^\circ \text{ " } \beta &= 0.02369 - 0.0002625(t-40) + 0.00000275(t-40)^2 \\
 50^\circ - 70^\circ \text{ " } \beta &= 0.02134 - 0.0002055(t-50) + 0.00000255(t-50)^2 \\
 60^\circ - 80^\circ \text{ " } \beta &= 0.01954 - 0.0001660(t-60) + 0.00000370(t-60)^2
 \end{aligned}$$

A következő táblában felsorolt értékek 0° -tól 80° -ig ez interpoláló formulák felhasználásával számítottak ki; a 80° -on felül lévő absorptio-coefficiensekhez graphicus extrapolatio útján jutottam.

| t | β | β' | t | β | β' |
|------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 0 C° | 0.05563 | 0.05530 | 13 C° | 0.03872 | 0.03815 |
| 1 " | 5401 | 5366 | 14 " | 3779 | 3720 |
| 2 " | 5244 | 5208 | 15 " | 3690 | 3628 |
| 3 " | 5093 | 5055 | 16 " | 3606 | 3542 |
| 4 " | 4946 | 4907 | 17 " | 3525 | 3458 |
| 5 " | 4805 | 4764 | 18 " | 3448 | 3378 |
| 6 " | 4669 | 4626 | 19 " | 3376 | 3304 |
| 7 " | 4539 | 4494 | 20 " | 3308 | 3233 |
| 8 " | 4413 | 4367 | 21 " | 3243 | 3164 |
| 9 " | 4292 | 4244 | 22 " | 3180 | 3097 |
| 10 " | 4177 | 4127 | 23 " | 3119 | 3033 |
| 11 " | 4072 | 4020 | 24 " | 3061 | 2972 |
| 12 " | 3970 | 3916 | 25 " | 3006 | 2913 |

| t | β | β' | t | β | β' |
|--------|---------|----------|--------|---------|----------|
| 26 C ° | 0.02952 | 0.02855 | 64 C ° | 0.01895 | 0.01449 |
| 27 " | 2901 | 2800 | 65 " | 1882 | 1418 |
| 28 " | 2852 | 2747 | 66 " | 1869 | 1387 |
| 29 " | 2806 | 2696 | 67 " | 1857 | 1357 |
| 30 " | 2762 | 2648 | 68 " | 1846 | 1327 |
| 31 " | 2716 | 2597 | 69 " | 1836 | 1296 |
| 32 " | 2671 | 2547 | 70 " | 1825 | 1265 |
| 33 " | 2628 | 2499 | 71 " | 1816 | 1234 |
| 34 " | 2586 | 2452 | 72 " | 1808 | 1203 |
| 35 " | 2546 | 2406 | 73 " | 1801 | 1172 |
| 36 " | 2508 | 2362 | 74 " | 1794 | 1141 |
| 37 " | 2471 | 2319 | 75 " | 1788 | 1109 |
| 38 " | 2435 | 2277 | 76 " | 1783 | 1077 |
| 39 " | 2401 | 2237 | 77 " | 1779 | 1044 |
| 40 " | 2369 | 2198 | 78 " | 1775 | 1011 |
| 41 " | 2341 | 2163 | 79 " | 1772 | 0978 |
| 42 " | 2314 | 2128 | 80 " | 1770 | 0944 |
| 43 " | 2288 | 2094 | 81 " | 1767 | 0908 |
| 44 " | 2262 | 2060 | 82 " | 1763 | 0871 |
| 45 " | 2238 | 2028 | 83 " | 1760 | 0833 |
| 46 " | 2215 | 1996 | 84 " | 1756 | 0794 |
| 47 " | 2194 | 1966 | 85 " | 1753 | 0754 |
| 48 " | 2173 | 1935 | 86 " | 1749 | 0712 |
| 49 " | 2153 | 1905 | 87 " | 1746 | 0670 |
| 50 " | 2134 | 1876 | 88 " | 1742 | 0626 |
| 51 " | 2114 | 1845 | 89 " | 1739 | 0581 |
| 52 " | 2094 | 1814 | 90 " | 1735 | 0535 |
| 53 " | 2075 | 1784 | 91 " | 1732 | 0488 |
| 54 " | 2056 | 1753 | 92 " | 1728 | 0440 |
| 55 " | 2038 | 1723 | 93 " | 1725 | 0390 |
| 56 " | 2020 | 1692 | 94 " | 1721 | 0338 |
| 57 " | 2003 | 1662 | 95 " | 1718 | 0286 |
| 58 " | 1986 | 1632 | 96 " | 1714 | 0231 |
| 59 " | 1970 | 1602 | 97 " | 1711 | 0176 |
| 60 " | 1954 | 1571 | 98 " | 1707 | 0119 |
| 61 " | 1938 | 1540 | 99 " | 1704 | 0060 |
| 62 " | 1923 | 1510 | 100 " | 1700 | 0000 |
| 63 " | 1909 | 1480 | | | |

A talált értékeket BUNSEN adataival * a következőkben hasonlítjuk össze:

| t | abs. coeff. BUNSEN SZ. | kísérleteim szerint |
|--------|------------------------|---------------------|
| 6.2 C° | 0.04742 | 0.04643 |
| 9.4 " | 0.04451 | 0.04246 |
| 12.5 " | 0.04126 | 0.03921 |
| 18.7 " | 0.03586 | 0.03398 |
| 25.6 " | 0.03121 | 0.02974 |

VIII. Aethan vízben.

A kísérletekhez használt aethan zinkæthylből levegőtől mentes vízzel való elbontás útján készült. Az így előállított aethan kevés æther-gőzt tartalmazott, melyet tömény kénsavval távolítottam el. A megtisztított aethan analyse a következő eredményhez vezetett:

| | találva | számítva |
|------------------------|----------------------|----------------------|
| alkalmazott gáz | 5.76 cm ³ | 5.74 cm ³ |
| keletkezett széndioxyd | 11.53 " | 11.48 " |
| contractio — — — — | 14.29 " | 14.35 " |

Az absorptiometerben foglalt víz súlya 2039.86 gr., az aethan térfogata 421.72 cm³, a vízoszlop magassága 130 mm.; az absorptiometerben levegő nem maradt. Az ellenőrző kísérletkor a víz súlya 1868.23 gr., az aethan térfogata 387.73 cm³, a vízoszlop magassága 118 mm.; az absorptiometerben mérhető mennyiségű levegő szintén nem maradt. A mérések eredményei:

| t | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coefficiens |
|---------|------------------------|-------------------------|-----------|------------------|
| 0.40 C° | 134.74 cm ³ | 2040.11 cm ³ | 517.92 mm | 0.09692 |
| 0.42 " | 135.22 " | 2040.11 " | 517.29 " | 0.09716 |
| 0.48 " | 134.74 " | 2040.11 " | 517.53 " | 0.09707 |
| 0.25 " | 91.73 " | 1868.46 " | 381.08 " | 0.09791 |
| 0.28 " | 91.33 " | 1868.46 " | 381.54 " | 0.09737 |
| 0.32 " | 91.23 " | 1868.46 " | 381.61 " | 0.09723 |

* BUNSEN: «Gasometrische Methoden» II. kiad. 214. l.

| t | Feloldott gáz | Víz térfogata | Nyomás | Abs.-coefficiens |
|----------|------------------------|-------------------------|-----------|------------------|
| 10-03 C° | 104-22 cm ³ | 2040-39 cm ³ | 592-88 mm | 0-06548 |
| 10-02 " | 104-33 " | 2040-39 " | 592-67 " | 0-06557 |
| 10-03 " | 104-31 " | 2040-39 " | 592-71 " | 0-06555 |
| 19-93 " | 83-83 " | 2043-39 " | 656-85 " | 0-04747 |
| 20-03 " | 83-83 " | 2043-39 " | 657-07 " | 0-04745 |
| 20-02 " | 83-75 " | 2043-39 " | 657-15 " | 0-04740 |
| 20-00 " | 83-20 " | 2043-39 " | 657-47 " | 0-04707 |
| 20-00 " | 83-20 " | 2043-39 " | 657-46 " | 0-04707 |
| 20-00 " | 83-09 " | 2043-39 " | 657-68 " | 0-04699 |
| 30-00 " | 69-93 " | 2048-53 " | 713-88 " | 0-03634 |
| 30-00 " | 69-89 " | 2048-53 " | 713-97 " | 0-03632 |
| 30-00 " | 70-01 " | 2048-53 " | 713-73 " | 0-03639 |
| 30-00 " | 69-53 " | 2048-53 " | 715-00 " | 0-03608 |
| 30-00 " | 69-64 " | 2048-53 " | 714-78 " | 0-03616 |
| 30-00 " | 69-65 " | 2048-53 " | 714-78 " | 0-03615 |
| 39-98 " | 60-57 " | 2055-55 " | 768-77 " | 0-02913 |
| 39-95 " | 60-60 " | 2055-52 " | 768-53 " | 0-02915 |
| 40-00 " | 60-71 " | 2055-56 " | 768-47 " | 0-02921 |
| 50-00 " | 54-89 " | 2064-23 " | 821-20 " | 0-02461 |
| 50-00 " | 54-77 " | 2064-23 " | 821-45 " | 0-02455 |
| 50-00 " | 54-86 " | 2064-23 " | 821-25 " | 0-02460 |
| 60-00 " | 52-01 " | 2074-35 " | 873-39 " | 0-02182 |
| 60-00 " | 51-84 " | 2074-35 " | 873-75 " | 0-02174 |
| 59-95 " | 51-85 " | 2074-30 " | 873-53 " | 0-02175 |
| 70-00 " | 49-90 " | 2085-88 " | 929-91 " | 0-01955 |
| 70-05 " | 49-84 " | 2085-94 " | 930-27 " | 0-01952 |
| 69-95 " | 49-49 " | 2085-82 " | 930-53 " | 0-01938 |
| 79-97 " | 50-19 " | 2098-71 " | 986-81 " | 0-01842 |
| 79-95 " | 49-37 " | 2098-68 " | 988-98 " | 0-01808 |
| 80-00 " | 49-84 " | 2098-75 " | 987-79 " | 0-01827 |

A mérések középértékei :

| | |
|---------|---------|
| 0.36 C° | 0.09728 |
| 10.03 " | 0.06553 |
| 20.00 " | 0.04724 |
| 30.00 " | 0.03624 |
| 39.98 " | 0.02916 |
| 50.00 " | 0.02459 |
| 59.98 " | 0.02177 |
| 70.00 " | 0.01948 |
| 79.97 " | 0.01826 |

Ez értékekből számított interpoláló formulák :

Érvényes

$$\begin{aligned}
 0^\circ - 20^\circ\text{-ig } \beta &= 0.09874 - 0.0040510 t + 0.0000738 t^2 \\
 10^\circ - 30^\circ \text{ " } \beta &= 0.06561 - 0.0022055 (t-10) + 0.00003685(t-10)^2 \\
 20^\circ - 40^\circ \text{ " } \beta &= 0.04724 - 0.0012955 (t-20) + 0.00001955(t-20)^2 \\
 30^\circ - 50^\circ \text{ " } \beta &= 0.03624 - 0.0008355 (t-30) + 0.00001265(t-30)^2 \\
 40^\circ - 60^\circ \text{ " } \beta &= 0.02915 - 0.0005430 (t-40) + 0.00000870(t-40)^2 \\
 50^\circ - 70^\circ \text{ " } \beta &= 0.02459 - 0.0003085 (t-50) + 0.00000265(t-50)^2 \\
 60^\circ - 80^\circ \text{ " } \beta &= 0.02177 - 0.0002825 (t-60) + 0.00000535(t-60)^2
 \end{aligned}$$

Az alábbi táblában felsorolt absorptio-coefficiensekhez 0° -tól 80° -ig e formulák alapján jutottam; 80° -on túl pedig graphicus extrapolációval.

| t | β | β' | t | β | β' |
|------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 0 C° | 0.09874 | 0.09815 | 13 C° | 0.05894 | 0.05808 |
| 1 " | 9476 | 9415 | 14 " | 5694 | 5605 |
| 2 " | 9093 | 9030 | 15 " | 5504 | 5412 |
| 3 " | 8725 | 8660 | 16 " | 5326 | 5231 |
| 4 " | 8372 | 8305 | 17 " | 5159 | 5061 |
| 5 " | 8033 | 7964 | 18 " | 5003 | 4902 |
| 6 " | 7709 | 7638 | 19 " | 4858 | 4754 |
| 7 " | 7400 | 7327 | 20 " | 4724 | 4616 |
| 8 " | 7106 | 7031 | 21 " | 4589 | 4478 |
| 9 " | 6826 | 6749 | 22 " | 4459 | 4344 |
| 10 " | 6561 | 6482 | 23 " | 4335 | 4216 |
| 11 " | 6328 | 6247 | 24 " | 4217 | 4094 |
| 12 " | 6106 | 6022 | 25 " | 4104 | 3977 |

| t | β | β' | t | β | β' |
|-------|---------|----------|-------|---------|----------|
| 26 C° | 0.03997 | 0.03866 | 64 C° | 0.02076 | 0.01588 |
| 27 " | 3895 | 3760 | 65 " | 2053 | 1548 |
| 28 " | 3799 | 3659 | 66 " | 2030 | 1508 |
| 29 " | 3709 | 3564 | 67 " | 2008 | 1468 |
| 30 " | 3624 | 3474 | 68 " | 1988 | 1428 |
| 31 " | 3539 | 3384 | 69 " | 1968 | 1390 |
| 32 " | 3457 | 3297 | 70 " | 1948 | 1350 |
| 33 " | 3378 | 3212 | 71 " | 1931 | 1312 |
| 34 " | 3302 | 3130 | 72 " | 1915 | 1274 |
| 35 " | 3230 | 3053 | 73 " | 1900 | 1237 |
| 36 " | 3160 | 2977 | 74 " | 1886 | 1199 |
| 37 " | 3094 | 2904 | 75 " | 1874 | 1162 |
| 38 " | 3032 | 2836 | 76 " | 1862 | 1124 |
| 39 " | 2972 | 2769 | 77 " | 1851 | 1087 |
| 40 " | 2915 | 2705 | 78 " | 1842 | 1049 |
| 41 " | 2860 | 2642 | 79 " | 1833 | 1011 |
| 42 " | 2807 | 2582 | 80 " | 1826 | 0973 |
| 43 " | 2756 | 2523 | 81 " | 1818 | 0934 |
| 44 " | 2707 | 2466 | 82 " | 1810 | 0894 |
| 45 " | 2660 | 2410 | 83 " | 1802 | 0853 |
| 46 " | 2616 | 2357 | 84 " | 1794 | 0811 |
| 47 " | 2574 | 2306 | 85 " | 1787 | 0768 |
| 48 " | 2533 | 2256 | 86 " | 1781 | 0725 |
| 49 " | 2495 | 2208 | 87 " | 1775 | 0681 |
| 50 " | 2459 | 2162 | 88 " | 1769 | 0636 |
| 51 " | 2426 | 2118 | 89 " | 1764 | 0590 |
| 52 " | 2394 | 2074 | 90 " | 1759 | 0543 |
| 53 " | 2363 | 2031 | 91 " | 1755 | 0495 |
| 54 " | 2333 | 1989 | 92 " | 1751 | 0445 |
| 55 " | 2304 | 1948 | 93 " | 1747 | 0395 |
| 56 " | 2276 | 1907 | 94 " | 1743 | 0343 |
| 57 " | 2250 | 1867 | 95 " | 1739 | 0289 |
| 58 " | 2224 | 1827 | 96 " | 1735 | 0234 |
| 59 " | 2200 | 1789 | 97 " | 1731 | 0178 |
| 60 " | 2177 | 1751 | 98 " | 1727 | 0120 |
| 61 " | 2151 | 1710 | 99 " | 1723 | 0061 |
| 62 " | 2125 | 1669 | 100 " | 1720 | 0000 |
| 63 " | 2100 | 1628 | | | |

Régebben azt vélték, hogy a zinkæthylből előállított és a methyljodidból előállított gázok nem azonosak, az előbbi gázt æthylhydrogennek, az utóbbit methyl-gáznak nevezték. Ennek megfelelően BUNSEN könyvében is az æthylhydrogenre és a methyl-gázra vonatkozólag* más-más absorptio-coefficienseket találunk; az æthylhydrogen absorptio-coefficiensét hazánkfia SCHICKEDANTZ, a methyl-gázét BUNSEN határozta meg. A következőkben ez értékeket hasonlítjuk össze az æthan most talált absorptio-coefficiensével:

| <i>t</i> | Aethylhydrogen SCHICKEDANTZ szerint | kísérleteim sz. |
|----------|--|-----------------|
| 2.0 C° | 0.087576 | 0.09093 |
| 6.2 " | 0.074754 | 0.07647 |
| 8.3 " | 0.068751 | 0.07022 |
| 15.5 " | 0.054888 | 0.05415 |
| 21.5 " | 0.045589 | 0.04524 |

| <i>t</i> | Methyl-gáz BUNSEN sz. | kísérleteim sz. |
|----------|-----------------------|-----------------|
| 4.6 C° | 0.072884 | 0.08169 |
| 7.8 " | 0.064732 | 0.07165 |
| 12.1 " | 0.055788 | 0.06085 |
| 15.2 " | 0.050722 | 0.05468 |
| 19.8 " | 0.045715 | 0.04751 |
| 24.2 " | 0.040817 | 0.04194 |

* BUNSEN: «Gasometrische Methoden» II. kiad. 215. és 216. lap.

A MAGYARORSZÁGI EYLAIS-FAJOK.

DADAY JENŐ 1. tagtól.

A magyar tud. Akadémia III. osztályának math. természet-tudományi állandó-bizottságától megbízást nyertem a magyarországi *Hydrachnida*-félék monographiai feldolgozására. E megbízatásomnak eleget teendő, hazánk különböző részeiben gyűjtéseket végeztem, hogy így lehetőleg gazdag anyag álljon rendelkezésemre. De bár tölem telhetőleg igyekszem azon, hogy munkámmal mihamarább teljesen elkészüljek, még sem remélhetem azt, hogy mostanság mint befejezett egészet mutathassam be.

Ezen alkalommal, mintegy előleges jelentés gyanánt, a hazai *Hydrachnida*-félék csak egy nemének, az *Eylais*-genus fajainak bemutatására szorítkozom, hogy alkalmat vehessek egyebek mellett néhány észrevétel megtételére és pár új fajnak leírására.

Az *Eylais*-genust LATREILLE állította fel 1796-ban,¹ de egy fajtát *Hydrachna extendens* néven 1776-ban már MÜLLER OTTÓ FRIGYES leírta volt.² Ettől az időtől kezdve 1835-ig a genusnak csak egyetlen fajtát ismerték *Eylais extendens* (O. F. M.) néven. KOCH C. azonban e fajt 1835—1841-ben megjelent művében³ már 5 fajra különíti, névszerint a következőkre: *Eylais extendens* (O. F. M.), *Eylais confinis* C. K., *Eylais atomaria* C. K., *Eylais alutacea* C. K. és *Eylais longimana* C. K. A KOCH C. fajleírásai azonban oly hézagosak voltak, hogy a felállított fajokat a

¹ Précis des caractères des insectes, pag. 182.

² Zool. Daniæ Prodromus. pag. 190. Nr. 2272.

³ Deutschlands Crustaceen, Myriapoden und Arachniden. Heft 14. Fig. 18—23.

későbbi bűvárok mind elejtették s csupán az *Eylais extendens*-et tartották meg.

A *Hydrachnida*-félékre vonatkozó irodalomban aztán 1897-ig csupán az *Eylais extendens* (O. F. M.) faj szerepel; ezen évben azonban KOENIKE F. tanulmányai során arra a felfedezésre jutott, hogy az *Eylais extendens* (O. F. M.) név tulajdonképen csak közös név, a melyet több különálló faj megjelölésére használnak.¹ Vizsgálatai ugyanis arról győzték meg, hogy az egyes példányok szemkeretének formája és szerkezete, a tapogatók ízeinek hossza és sörtékkel, tüskékkel fegyverzettsége, valamint az állkapcsi lemez s a garat alakja és szerkezete csoportonként változik s ezen az alapon, az *Eylais extendens* (O. F. M.) fajon kívül, még a következő újakat különböztette meg: *Eylais setosa* KOEN., *E. Mülleri* KOEN., *E. hamata* KOEN., *E. undulosa* KOEN., *E. infundibulifera* KOEN., *E. mutila* KOEN., *E. discreta* KOEN., *E. tantilla* KOEN., *E. falcata* KOEN., *E. desecta* KOEN., *E. triangulifera* KOEN., *E. Voeltzkowi* KOEN., *E. megalostoma* KOEN., *E. degenerata* KOEN. és *E. crenocula* KOEN. Ezek mellé aztán 1900. évi dolgozatában az *Eylais schauinslandi* nevűt is sorakoztatja. A KOENIKE F. nyomdokain haladt THOR SIG., PERSIG R. és THON K. is. THOR SIG. 1897--1899. években megjelent dolgozataiban Norvégiából összesen 14 *Eylais* fajt jegyzett fel, melyek közül 6 KOENIKE-féle, a többi pedig új s névszerint a következők: *Eylais tenuipons* THOR., *E. foraminipons* THOR., *E. spinipons* THOR., *E. angustipons* THOR., *E. neglecta* THOR., *E. duplex* THOR., *E. Tullgreni* THOR., *E. insularis* THOR. *E. occulta* THOR. Ezeken kívül azonban *Eylais infundibulifera* var. *pauciseta* néven egy új varietást is ír le.² PERSIG R.

¹ Zur Systematik der Gattung Eylais Latr. — Abhandl. d. Naturw. Verein. zu Bremen. 1897. Bd. 14. H. 2. pag. 279—294. Fig. 1—6. Ergebnisse einer Reise nach dem Pacific (Schauinsland 1896—1897). Eine unbekannte Eylais-Form nebst einer Notiz zur Synonyme einer verwandten Art. — Zool. Jahrbücher. 10. Bd. 2. H. 1900. pag. 125. Fig. 1—7. Hydrachniden-Fauna von Madagaskar und Nossi-Bé. — Abh. Senkerberg. nat. Gesellsch. Bd. 21. H. 2. 1898.

² Andet bidrag til kundskaben om Norges Hydrachnider. — Arch. f. matem. og Naturvid. Bd. 20. Nr. 3. 1897. pag. 1—40. Tab. 1. Tredie bidrag til kundskaben om Norges Hydrachnider. — Ibid. Bd. 21. Nr. 5.

1899. évi dolgozatában nem kevesebb, mint 7 új *Eylais*-fajt ismer-tet, névszerint a következőket: *Eylais bisinuosa* PIERs., *E. emar-ginata* PIERs., *E. limnophila* PIERs., *E. bifurca* PIERs., *E. rimosa* PIERs., *E. triarcuata* PIERs. és *E. Soari* PIERs. E mellett megjegyzi s mintegy hangsúlyozza azt, hogy a fajok megkülönböztetésénél a szemkeretek alakja és nagysága, valamint a tapogatók szerkezete és fegyverzettsége adja meg a legjobb ujjmutatást, mint az követ-kező szavaiból is kitünik; «Bei der Bestimmung sind von mir be-sonders die Gestalt und Grösse der sogenannten Augenbrille und die Formung und Ausstattung der Maxillartaster als wichtige Unter-scheidungsmerkmale berücksichtigt worden».¹ THON K. ugyancsak 1899. évi dolgozata² csehországi 6 új fajnak leírását adja s ezek a következők: *Eylais latipons* THON., *E. discissa* THON., *E. Babori* THON., *E. tenera* THON., *E. meridionalis* THON., *E. similis* THON.

Hazánk faunájából ez ideig még csak a KOENIKE F. fellépése előtti időkben használt *Eylais extendens* (O. F. M.) faj szerepelt 1899-ig, a mikor PIERsIG R. a poprádi Husz-park tavából *Eylais bisinuosa* néven egy jól körvonalazott új fajt irt le. Épen ez indít-ott engem arra, hogy ide vonatkozó eddigi vizsgálataim és gyűj-téseim eredményéről számot adjak, ha mindjárt csak az ismert fajok nevének és termőhelyének feljegyzése kapcsán is.

Mielőtt azonban a részletekre térnék, meg kell jegyeznem azt, hogy a fajjellemek megválasztása tekintetéből egészben véve a PIERsIG R. felfogásához csatlakozom. Legfontosabb fajbélyegnek magam is a szemkeretek alakját, nagyságát és szerkezetét tekin-tem. A tapogatók ízeinek viszonylagos hosszát és sörtékkel, tüs-kékkel fegyverzettségének változatosságát azonban már nem tekin-tem s nem tekinthetem oly lényegesnek. E felfogásomban megerő-sít engem az a körülmény, hogy az izek sörtéinek és tüskéinek számát, elhelyezését nemcsak egyénenként, hanem ugyanazon egyén jobb és bal tapogatóján is ingadozónak találtam. Igen jó

1899. pag. 1—64. Tab. 12. (6—17.); 3 nye Eylais-arter etc. 1899. aug. Tab. 18. Fig. 174—181.

¹ Einige neue Eylais-Arten. — Zool. Anz. Bd. 22. Nr. 579. p. 61—67. Fig. 1—8. 1899; Deutschlands Hydrachniden. 1897—1900.

² Neue Eylais-Arten aus Böhmen. — Zool. Anz. Bd. 22. Nr. 601. pag. 440—447. Fig. 1—6. 1899.

ujjmutatással szolgálhat a fajok megkülönböztetésénél a him közösülő szerve is, a mely azonban csak kaliluggal való kifőzés és gondos præparálás mellett látható. De nem ritkán az egész szájkészülék maga is, főleg pedig a garatnak alakja és szerkezete is nyújthat felvilágosítást a fajok megkülönböztetésénél, bárha mindezek, mint azt már PIERSIG R. is megjegyezte, néha egyéenként is változnak. A bőrnek finomabb szerkezete s az ivarnyílás formája is mutathat némi különbséget az egyes fajok szerint.

A hímek és nőtények közötti különbség felől az irodalomban még eddig jóformán semmi adatot sem találunk. Tanulmányaim folyamában sikerült meggyőződnöm arról is, hogy az *Eylais*-fajok kétféle ivaregyéne között meglehetősen könnyen felismerhető különbség van. Ekülönbség első sorban a test mekkorágában nyilvánul, a mennyiben tapasztalataim szerint a hímek mindig jóval kisebbek, mint a nőtények. De sokkal fontosabb és feltűnőbb az a különbség, a mely a hímek és nőtények lábainak sörtézetttségében nyilvánul. A míg ugyanis a nőtények három első lábparának bizonyos izei, a 3—5., csak felső oldalukon viselnek evezősörtéket, addig a hímekéi alsó oldalukon is ilyenekkel fegyverezettek.

A fajok jegyzéke.

1. *Eylais bisinuosa* PIER.

Hazánkból legelőször PIERSIG R. jegyezte fel 1899-ben a poprádi Husz-park tavából gyűjtött példányok alapján. Én a következő termőhelyeken találtam meg: Budapest (Lágymányos), Ó-Buda, Zircz.

2. *Eylais emarginata* PIER.

Termőhelyei: Csáktornya, Kolozsmonostor, Muraszterdahely. A rendelkezésemre állott példányok között két hím is találtam.

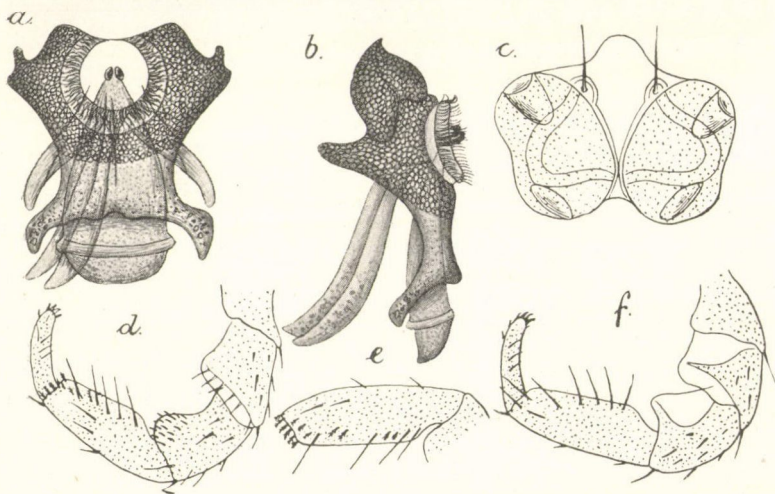
3. *Eylais hungarica* n. sp.

1. ábra. a—f.

Teste tojásforma, de elől csak kevésbé hegyesebb, mint hátul; hossza 3 mm.; szélessége 2·2 mm.

Testtakarója szemecskétlen. Színét nem ismerem, mert csupán borszeszben konzervált példányai állottak rendelkezésemre.

Az állkapcsi szerv a szájkorong mellső szegélyétől a hátulsó szegélyig 0.36 mm. hosszú, legnagyobb szélessége 0.48 mm. A szájkorong körforma, egész átmérője 0.22 mm., körülete meglehetősen tömötten likacsos, egyebütt azonban az egész állkapcsi szerv likacstalannak látszik s csak nyujtványain van néhány apróbb likacska, a melyek hálózatos szerkezetet mutatnak. Az ajaklemez



1. ábra. *Eylais hungarica* n. sp.

mellső szegélye közepén meglehetősen szélesen, de sekélyen öblös (1. ábra. a), az öböl két oldalán emelkedő halmocskák tompán kerekítettek; hátulsó szegélye közepén gyengén mélyedt, oldalnyujtványai meglehetősen szélesek, csúcsuk hátrafelé tekint. A garat tömlőforma, a szájnylástól kezdve fokozatosan szélesedik, végső negyedében jól elkülönült gyűrű övezi s egyúttal itt a legszélesebb; hossza 0.4 mm., legnagyobb szélessége 0.24 mm.; hátulsó része tompán kerekített. Oldalról nézve (1. ábra. b) az állkapcsi szervnek a szájkorong alatt fekvő részlete kissé mélyedt s némileg nyereghez hasonlít. A légzacskók a garatnál hosszabbak, kardformák, végök kissé kihegyesedett, hosszúságuk 0.43 mm. A felső állkapcsok

distalis csúcsa élesen mutatkozik, mert közelében meglehetősen fel-tűnő mélyedés van.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0·31 mm., a legkisebb szélességek 0·26 mm. Igen jellemző az egyes szemkeretek egymáshoz való viszonya, a mennyiben hátulsó végükön annyira közelednek egymáshoz, hogy közvetlenül érintkeznek (1. ábra. c). Az érintkezési pont előtt a két szemkeret között jól fejlett összekötő hid terül el, a mely közepén tompán kerekített halmocskává emelkedik ki. A szemkeretek érintkezési pontja mögött is van egy kis, háromszög forma hid. Az egyes szemkeretek hossza 0·19 mm., legnagyobb szélessége 0·13 mm., legkisebb szélessége 0·12 mm. Az összekötő hid legnagyobb hossza a szemkeretek mellső vége között 0·17 mm. s innen kezdve fokozatosan rövidül, legnagyobb szélessége a halmocska szegélyétől a két szemkeret érintkezéséig 0·17 mm. A hátulsó hid szélessége 0·025 mm. Az egyes szemkeretek veseformák, de hátulsó végük szélesebben kerekített. A szemsörték alapja félkörforma s a szemkeretek szegélyén ül. A mellső lencsék szélesen kerekített csúcsú kúphoz hasonlítanak, a hátulsók széles orsóformák.

A tapogatók aránylag vastagok, egész hosszúságok 1·0 mm.; egyes ízeiknek hossza a következő: 1-ső íz 0·17 mm.; 2-ik íz 0·18 mm.; 3-ik íz 0·2 mm.; 4-ik íz 0·35 mm.; 5-ik íz 0·2 mm. Az első íz distalis felső csúcsa kissé meghosszabodott, egy sörtével fegyverzett (1. ábra. d, f). A második íz distalis vége felé erősen szélesedik, alsó csúcsa meglehetősen kiemelkedett, belső oldalán a csúcshozágely mentén 6—7 síma söрте emelkedik (1. ábra. d). A harmadik íz distalis alsó csúcsa kissé kiemelkedett, tompán kerekített, belső oldalán 16—18 rövid tűske ül, a melyek vagy símák, vagy finoman tollasak (1. ábra. d). A negyedik íz proximalis vége vékony, első harmada legvastagabb, azon túl distalis csúcsa felé fokozatosan vékonyodik, belső oldalán a jobb tapogatón (1. ábra. d) 7 síma söрте és 8 tollas rövid tűske ül; a tollas tűskék közül 2 a síma sörték sorában, a többi a distalis csúcshozágelyen helyezkedett el, a síma sörték közül 5 egy hosszsort alkot az íz alsó szegélyének közelében, kettő ellenben a felső szegély közelébe húzódott. A bal tapogató negyedik ízének belső oldalán (1. ábra. e) 6 síma söрте és 13 tollas tűske emelkedik: a síma sörték közül 4

az íz alsó szegélyének közelében sorba rendeződött, 2 ellenben a felső szegély közelében ül; a tollas tüskék közül 2 a második és harmadik, 2 a harmadik és negyedik síma sörte között fekszik, míg a többi az íz distalis csúcsszegélyén sorakozik, még pedig két sorban, a belső sorban 3, a külsőben 6. A negyedik íz külső oldalán (1. ábra. f) 8 síma sörte emelkedik, melyek közül 6 az alsó szegélylyel párhuzamos sort alkot, míg kettő a distalis csúcson ül. Az ötödik ízen oldalt belül is, kívül is 3 erős síma sörte, csúcán pedig négy fogacska van.

A lábak aránylag vékonyak, hosszúságuk különböző; az első láb 1.73 mm.; a 2-ik 2.12 mm.; a 3-ik 1.29 mm.; a 4-ik 2.68 mm. hosszú. Lábaiinak két utolsó íze alul tömötten sörtés, a sörték tollasok és simák.

Termőhelye Félegyháza, a hol a székes vizekben tenyészik, de csupán egy példány állott rendelkezésemre.

Az eddig leírt fajok közül leginkább hasonlít az *Eylais infundibulifera* KOEN. fajhoz, különösen a miatt, hogy a két szemkeretét összekapcsoló híd mellső szegélye kerekített csúcsú halmocskává emelkedik. De különbözik ettől abban, hogy a szemkeretek hátul egymással érintkeznek, továbbá a tapogatók ízei is másképen sörtézettek.

4. *Eylais dubia* n. sp.

2. ábra. a—c.

Teste tojásforma, hátul sokkal tompábban kerekített, mint elől s itt meglehetősen kicsúcsosodott; hossza 1.8—2.1 mm.; legnagyobb szélessége 1—1.5 mm.

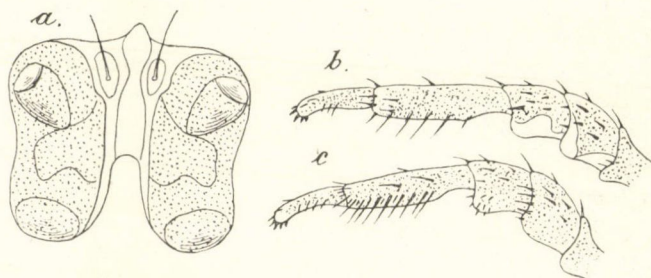
Testtakarója finoman szemecskésnek látszik. Színét nem ismerem, mert csak borszeszben konzervált egyéneket vizsgáltam.

Az állkapcsi készülék hossza a szájkorong mellső szegélyétől a hátulsó szegélyig 0.33 mm., legnagyobb szélessége 0.31 mm.

A szájkorong szabályos körforma, átmérője 0.2 mm.; körülete meglehetősen tömötten likacsos s e miatt hálózatosnak látszik. Az állkapcsi készülék mellső szegélye közepén gyengén öblös, az öből két oldalán emelkedő halmok tompán kerekítettek; hátulsó szegélye egyenesre metszett, oldalnyújtványai meglehetősen rövidek,

gyéren likacsosak. Oldalról nézve az állkapcsi készülék nyeregformát mutat s a szájkorong mögött kissé mélyedt. A garat tömlőforma, hátrafelé fokozatosan szélesedik, vége meglehetősen hegyesen kerekített, gyenge cuticula-gyűrűt visel; hossza 0.3 mm.; legnagyobb szélessége 0.14 mm. A légzacskók aránylag igen rövidek, végök tömlőforma, 0.2 mm. hosszúak.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0.19 mm. Az egyes szemkeretek némileg egyenes veséhez hasonlítanak, mindkét végök csaknem egyformán kerekített (2. ábra. a), belső oldaluk majdnem egyenes, a külső közepe táján gyengén öblös, hosszaságuk 0.17 mm., szélességök 0.085 mm. A két szemkeretet össze-



2. ábra. *Eylais dubia* n. sp.

kapcsoló híd igen rövid, csupán 0.021 mm. hosszú, elől rövid, hegyes csúcsú kiemelkedést alkot, hátul egyenesre metszett. Egész területén azonban nem mindenütt egyenlő hosszú, mert a szem-sörték alapja meglehetősen részletet vesz el belőle. Szélessége a mellső kiemelkedés csúcsától hátulsó szegélyéig mérve 0.11 mm. A mellső lencsék hegyesen kerekített csúcsú és széles alappal bíró kúphoz hasonlítanak, a hátsók némileg ellipszisformák. A szem-sörték az összekötőhíd mellső szegélyétől meglehetősen távol emelkednek, alapjuk csolnakforma s egyrészt a szemkeretekbe, másrészt az összekötő hídba mélyed be.

A tapogatók meglehetősen hosszúak és erősek, egész hosszúságuk 0.84 mm.; az egyes ízek hosszúsága a következő: 1-ső íz 0.1 mm.; 2-ik íz 0.15 mm.; 3-ik íz 0.15 mm.; 4-ik íz 0.28 mm.; 5-ik íz 0.16 mm. Az első íz distalis vége felé vastagodik, de felső csúcsa egyenesre metszett. A második íz vastag, distalis alsó csúcsa kere-

kített, de nem kiálló, külső oldalán (2. ábra. b) több sima sörtét visel, belső oldalán a distalis csúcsszegélyen 5—7 sima sörte emelkedik (2. ábra. c). A harmadik iz distalis alsó csúcsa kerekített, de nem kiálló, külső oldalán több sörte emelkedik (2. ábra. b), míg belső oldala a distalis alsó csúcson 7—8 sima vagy tollas tüskével fegyverzett (2. ábra. c). A negyedik iz proximalis vége vékony, első harmada vastagabb, ezen túl distalis vége felé fokozatosan vékonyodik; külső oldalán 10 sima sörte emelkedik, melyek közül 6 az alsó szegély mentén sorakozik, négy pedig párosával a distalis csúcsra húzódott (2. ábra. b); belső oldalán az alsó szegély mentén 10—11 sima sörte és ezek között elszórtan 6—8 tollas tüske ül (2. ábra. c). Az ötödik iz vége felé fokozatosan vékonyodik, distalis végén kissé görbült, külső és belső oldalán 3—4 erős tüskével és csúcsán 5—7 fogacskával fegyverzett (2. ábra. b, c).

A lábak csaknem egyforma vastagok; hosszúságuk a következő: 1-ső láb 1·6 mm.; 2-ik láb 1·8 mm.; 3-ik láb 1·95 mm.; 4-ik láb 2·1 mm.

Hímet nem találtam.

E faj igen közel áll az *Eylais infundibulifera* KOEN. fajhoz. A közeli rokonság főleg a szemkeretek szerkezetében mutatkozik, de az összekötő hídnak hossza és szélessége, valamint mellső szegélyének kiemelkedő halmocskája annyira különbözik amazétól, hogy ennek alapján megokoltnak látom elválasztását.

5. *Eylais infundibulifera* KOEN.

3. ábra. a—e.

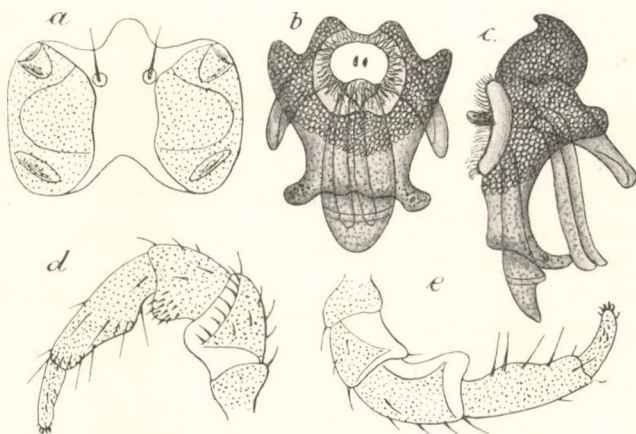
Teste többé-kevésbé gömbforma, elől valamivel hegyesebben kerekített; hossza 2·8 mm.; szélessége 2 mm.

Bőre szemecskétlen. Színét nem ismerem, mert csak borszeszben konzervált példányai állottak rendelkezésemre.

Az állkapcsi készülék hossza a szájkorong mellső szegélyétől a hátulsó szegélyig 0·31 mm.; legnagyobb szélessége 0·38 mm. A szájkorong egészben véve körforma, de alsó szegélye öblös (3. ábra. b), legnagyobb átmérője 0·18 mm.; körülete meg lehetős tömötten likacsos, illetőleg hálózatos. Az állkapcsi készülék mellső szegélye erősen öblös, az öböl két oldalán emelkedő hal-

mok hegyesen kerekítettek, hátulsó szegélye hullámos, még pedig a hullámvölgy épen közepén fekszik; oldalnyujtványai meglehetősen rövid, szélesek, gyéren likacsosak (3. ábra. b). Oldalról nézve a szájkorong alatt gyengén mélyedt (3. ábra. c). A garat tömlőforma, legszélesebb hátulsó harmadában; hátulsó negyedében cuticula-gyűrűt visel; hátulsó csúcsa hegyesen kerekített, hossza 0.36 mm.; legnagyobb szélessége 0.16 mm. A légzacskók meglehetősen rövid, keskeny tömlőformák, 0.33 mm. hosszúak.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0.33 mm. Az egyes szemkeretek hossza 0.21 mm., szélessége 0.125 mm.; külső



3. ábra. *Eylais infundibulifera* KOEN

oldaluk gyengén kerekített, a belső közepén kissé mélyedt, a szemsörték alapja mellett kicsúcsosodott (3. ábra. a). A két szemkeretet összekötő hid mellső és hátsó szegélyén leghosszabb, 0.14—0.22 mm., közepén 0.11 mm. hosszú; mellső szegélye közepén tompán kerekített csúcsú halmocskába emelkedik ki, hátulsó szegélye mélyen vágott, szélessége a halom csúcsától a hátulsó szegély öbléig mérve 0.17—0.19 mm. A mellső szemlencsék kerekített csúcsú kúphoz hasonlítanak, a hátulsók csónakformák. A szemsörték alapja körforma, a hid mellső szegélyétől eltávolodott.

A tapogatók meglehetősen erősek, 0.96 mm. hosszúak; egyes ízeiknek hosszúsága a következő: 1-ső íz 0.12 mm.; 2-ik íz

0·14 mm.; 3-ik íz 0·25 mm.; 4-ik íz 0·3 mm.; 5-ik íz 0·15 mm. Az első íz distalis felső csúcsa tompán kerekített. A második íz distalis csúcsa kissé kiemelkedett, meglehetősen tompán kerekített, belső csúcshegyélyn 7—9 síma sörté emelkedik (3. ábra. d). A harmadik íz distalis alsó csúcsa meglehetősen kiálló, tompán kerekített, kívül egy síma sörtét visel (3. ábra. e), belül 12—14 rövid tüskével fegyverzett (3. ábra. d). A bal tapogató negyedik íze belül 6—7 törforma és 4 fogas, rövid sörtét visel, melyek közül 3 a distalis csúcson ül (3. ábra. d), a jobb tapogató negyedik íze belül 6—9 törforma sörtével és 6 tollas tüskével fegyverzett, melyek közül 4 a distalis csúcson helyezkedett el. A jobb tapogató negyedik íze külső oldalán 5—6 törforma sörtét visel (3. ábra. e), a balé ezenkívül egy tollas tüskével is fegyverzett.

A lábak aránylag vékonyak és hosszúak, hosszúságuk a következő: 1-ső láb 1·84 mm.; 2-ik láb 1·96 mm.; 3-ik láb 2·1 mm.; 4-ik láb 2·33 mm.

Termőhelye Bugacz-pusztá a Duna-Tisza közén. A rendelkezésemre állott 8 példány között hímeket és nőstényeket egyaránt találtam, a melyek a szemkeretek és az állkapcsi készülék szerkezete tekintetében egészen egyeznek a KOENIKE-félékkel, de a tapogatók szerkezetében, főleg pedig a 4. íz sörtézettsége tekintetéből azoktól nagymértékben különböznek.

6. *Eylais infuldibulifera* KOEN.

var. *acuta* n. var.

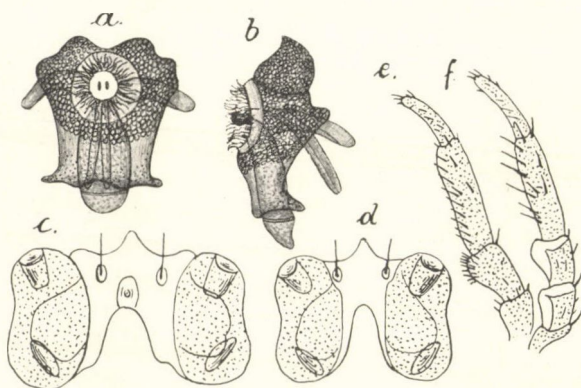
4. ábra. a—f.

Teste többé-kevésbbé gömbforma, de elöl hegyesebben kerekített, mint hátul; hossza 1·8—2·2 mm.; legnagyobb szélessége 1·2—1·8 mm.

Bőre finoman szemecskés. Színét nem ismerem, mert csak borszeszben konzervált példányai állottak rendelkezésemre.

Az állkapcsi készülék (4. ábra. a, b) a szájkorong mellső szegélyétől a hátulsó szegélyig 0·16—0·28 mm. hosszú, legnagyobb szélessége 0·25—0·28 mm. A szájkorong szabályos körforma, legnagyobb átmérője 0·15 mm. Az állkapcsi készülék mellső szegélye

közepén majd erősebben, majd gyengébben mélyedt, a mélyedés két oldali csúcsa tompán kerekített (4. ábra. *a*); hátulsó szegélye közepén erősebben öblözött s az öböl két oldalán tompán kerekített halom emelkedik; oldalnyújtványai igen rövidek és keskenyek. A szájkorong körülete tömötten likacsos s illetőleg hálózatos. Oldalról nézve a szájkorong alatt gyengén mélyedt az állkapcsi lemez (4. ábra. *b*). A garat tömlőforma, mellső negyede vékony, azon túl hirtelen kiszélesedik, cuticula-gyűrűs, hátulsó vége tompán kerekített; hossza 0·25 mm.; legnagyobb szélessége 0·12—0·13 mm.



4. ábra. *Eylais infundibulifera* KOEN. var. *acuta* n. var.

A légzacskók keskeny tömlőformák, a garatnál jóval rövidebbek, hosszúságuk 0·18 mm.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0·09—0·22 mm. Az egyes szemkeretek általában veseformák, néha belső oldaluk kerekített (4. ábra. *c*), máskor a szemsörték alapja mellett mélyedt (4. ábra. *d*); külső oldaluk azonban minden esetben közepén gyengén mélyedt. Az egyes szemkeretek hossza 0·16—0·2 mm.; legnagyobb szélessége 0·08—0·1 mm.; felső és alsó csúcsuk egyformán kerekített. A két szemkeretet összekötő híd hossza 0·13—0·15 mm., mellső szegélye közepén hegyes csúcsú halmocskát alkot s néha a szemkeretek közelében egy-egy halmocskává emelkedik ki (4. ábra. *c*), máskor ellenben egyszerű (4. ábra. *d*); hátulsó szegélye többé-kevésbé mélyen öblös, az öböl határai néha egyszerűek (4. ábra. *d*), máskor azonban a szemkeretek hátulsó csúcsá-

nak közelében kiszögellenek (4. ábra. c). Az összekötőhid széles-szége a kiemelkedő halmocska csúcsától a hátulsó szegély öbléig 0·08—0·1 mm., a szemkeretek két csúcsa között 0·14—0·16 mm. A példányok egyeseinél izomtapadásra szolgáló cuticula-megvastagodás is van, a mely többé-kevésbé megnyult tojásalakot ölt (4. ábra. c). A szemlencsék közül a mellsők többé-kevésbé tompán kerekített csúcsú kúphoz hasonlítanak, a hátulsók csolnakformák. A szemsörték az összekötő hid mellső szegélyétől meglehetősen távol erednek, a szemkeretektől majd távolabb (4. ábra. c), majd azokhoz közelebb (4. ábra. d) és alapjuk rendszeren tojásforma.

A tapogatók meglehetősen vékonyak, 0·71—0·73 mm. hosszúak; egyes izeik hosszúsága következő: 1-ső íz 0·1 mm.; 2-ik íz 0·1 mm.; 3-ik íz 0·12 mm.; 4-ik íz 0·24 mm.; 5-ik íz 0·15—0·17 mm. Az első íz distalis felső csúcsa kiemelkedett. A második íz distalis alsó csúcsa halmocskát nem alkot, tompán kerekített, belső distalis csúcshozzájárulása 5—7 sima sörtét visel (4. ábra. e). A harmadik íz distalis alsó csúcsa meglehetősen kiemelkedett, tompán kerekített, belső oldalán 14—18 sima, rövid tüskével fegyverzett (4. ábra. e). A negyedik íz egész hosszában csaknem egyforma vastag, belső oldalán 15—20 törforma sörté emelkedik (4. ábra. e), külső oldala 9—10 törforma sörtével fegyverzett, melyek közül 6 az alsó szegélyvel párhuzamos sorba rendeződött (4. ábra. f). Az ötödik íz gyengén görbült, vége felé vékonyodik, kívül 3—4, belül 4—5 törforma sörtét visel.

A lábak aránylag vékonyak; hosszúságuk egyenként igen változik.

Termőhelye a Velence-tó, a honnan 7 példány állott rendelkezésemre.

A KOENIKE-féle törzsfajtól első sorban a szemkereteket összekötő hid mellső szegélyének kiemelkedő halmocskájával különbözik; de különbözik állkapcsi készülékének szerkezetével, garatjának alakjával és tapogatói izeinek sörtézettségével is. A szemkeretek összekötő hidjának kiemelkedő halmocskájával különben emlékeztet a PIERSIG R.-féle *Eylais bifurcara*, melyet KOENIKE F. az *Eylais infundibulifera* synonymjének tekint, továbbá a THON K.-féle *Eylais meridionalis*ra is. Nem tartom ki-

zártnak különben azt, hogy az *Eylais infundibulifera* var. *acuta* n. var., az *Eylais bifurca* PIERS. és az *Eylais meridionalis* THON. tényleg semmi egyebek, mint az *Eylais infundibulifera* KOEN. többé-kevésbé élesen karakterizált varietásai.

7. *Eylais incisa* n. sp.

5. ábra. a—e.

Teste tojásforma, elől hegyesen, hátul tompán kerekített; hossza 2 mm.; szélessége 1·2 mm.

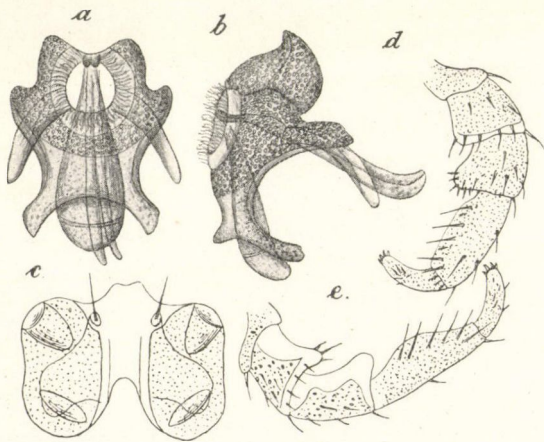
Testtakarója majdnem egészen síma, de hasoldalán elszórtan néhány apró szemecske is van. Színét nem ismerem, mert csak borszeszben konzervált példányai állottak rendelkezésemre.

Az állkapcsi készülék hossza a szájkorong mellső szegélyétől mérve 0·28—0·3 mm.; legnagyobb szélessége 0·32 mm. Mellső szegélye közepén meglehetősen feltűnően mélyedt öblöt alkot, melynek két határán az oldalsúcok tompán kerekítettek (5. ábra. a); hátulsó szegélye szintén öblös; fölülete a szájkorong körül hálózatosnak látszik, egyebütt csaknem síma; hátulsó oldalnyujtványai aránylag rövidek. Oldalról nézve (5. ábra. b) hátulsó szegélye előtt meglehetősen mélyedt. A szájkorong némileg ellipszis forma, legnagyobb átmérője 0·17 mm., legnagyobb hossza 0·2 mm. A garat tömlőforma, hátrafelé fokozatosan szélesedik, hossza 0·35 mm.; legnagyobb szélessége 0·14 mm.; hátulsó negyedén cuticula-gyűrűvel övedzett. A légzacskók kis mértékben kardformák, de hátulsó végök kerekített; hosszúságuk 0·38 mm. s így a garatnál hosszabbak.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0·28—0·3 mm. Az egyes szemkeretek egészben véve tojásformák (5. ábra. c), de mellső és hátsó csúcsuk csaknem egyenlő szélesen kerekített, a mellső csúcs azonban valamivel mégis hegyesebb, mert a szem-sörték alapjának befogadására belől kissé kimetszett. Az egyes szemkeretek hossza 0·18—0·2 mm.; legnagyobb szélessége 0·12 mm. A szemkereteket összekötő híd hossza közepén 0·07 mm., a szemkeretek csúcsán 0·14 mm.; mellső szegélye közepén kicsúcsosodott, elmetszett csúcsú halmocskát alkot, a mely közepén gyengén öblös; hátulsó szegélye erősen bemetszett, öblös; legnagyobb szé-

lessége a mellső szegély kiemelkedésének csúcsától a hátulsó szegély öblének határáig 0.14 mm. A mellső szemlencsék tompán kerekített csúcsú széles kúphoz hasonlítanak, a hátulsók orsóformák. A szemsörték alapja az összekötő híd mellső szegélyétől meglehetősen eltávolodtak, tojásformák s a szemkeretek megfelelő mélyedésébe húzódtak (5. ábra. c).

A tapogatók aránylag vastagok, de rövidek, egész hosszuk 0.84—0.88 mm.; egyes izeiknek hossza a következő: 1-ső íz 0.12—0.13 mm.; 2-ik íz 0.15 mm.; 3-ik íz 0.15—0.16 mm.; 4-ik íz 0.24—0.25 mm.; 5-ik íz 0.18—0.19 mm. A második íz distalis



5. ábra. *Eylais incisa* n. sp.

alsó csúcsa csak kis mértékben emelkedik ki, külső oldala 4—5 sörtevel fegyverzett, distalis belső csúcshoz közel harántsorban 5—7 sörte emelkedik (5. ábra. d). A harmadik íz distalis alsó csúcsa meglehetősen kiemelkedett, belső oldalán 7—9 finoman tollas tuskéval fegyverzett, oldalain elszórtan törforma sörteket visel (5. ábra. d). A negyedik íz alapja kevésbé vékonyabb, mint közepe, külső oldalán 5—6 törforma sörte van az alsó szegélylyel párhuzamos sorban (5. ábra. e), belső oldalán 6 törforma sörte és 5 tollas túske emelkedik, a törforma sörtek közül 5 hosszsort alkot, a hatodik külön álló; a tollas tuskék közül egy az első és második, egy a harmadik és negyedik törforma sörte között, há-

rom pedig az iz distalis csúcsszegélyén ül (5. ábra. *d*). Az ötödik iz csúcsa 3—4 foggal fegyverzett, oldalán 4—5 rövid tüske emelkedik.

A lábak meglehetősen vékonyak, hosszúságuk a következő: 1-ső láb 1·55 mm.; 2-ik láb 1·75 mm.; 3-ik láb 1·8 mm.; 4-ik láb 1·83 mm.

Termőhelye Hidegkút és Vrdnik, a honnan egy-egy példány állott rendelkezésemre.

Az eddig ismert fajok közül leginkább az *Eylais infundibulifera*-hoz hasonlít. E fajra nagyon emlékeztet szemkereteit összekötő hídjának szerkezetével, de különbözik abban, hogy az összekötő hid mellső szegélyének halma nem kerekített csúcsú, hanem elmetszett s ezenkívül közepén bemélyedt. Ehhez járul az is, hogy a tapogatók sörtézettsége is más, mint az *Eylais infundibulifera*-é. Nem tartom azonban kizártnak annak lehetőségét sem, hogy ez az új faj az *Eylais infundibulifera* KOEN. körébe tartozik s talán ennek csak egy feltűnő, jól jellemzett fajváltozata. E kérdést talán további, gazdag anyagra támaszkodó, összehasonlító vizsgálatok fogják végérvényesen eldönteni.

8. *Eylais producta* n. sp.

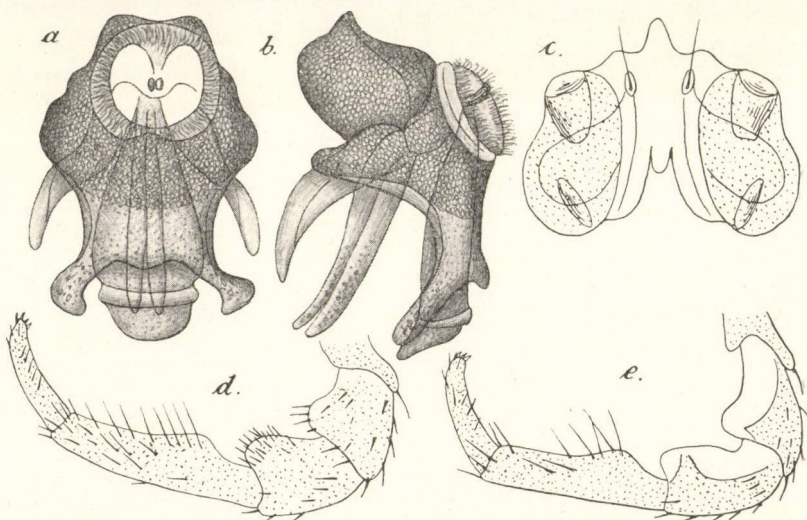
6. ábra. *a—c*.

Teste kis mértékben tojásforma, elöl valamivel keskenyebben kerekített, mint hátul; hossza 3 mm.; legnagyobb szélessége 2·4 mm.

Testtakarója szemecskétlen. Színét nem ismerem, mert csak borszeszben konzervált példányát tanulmányozhattam.

Az állkapcsi készülék hossza a szájkorong mellső szegélyétől mérten 0·5 mm.; legnagyobb szélessége 0·44 mm. Az állkapcsi lemez mellső szegélye közepén gyengén és sekélyen öblös, az öbl két oldalán emelkedő határhalmok csak kissé emelkednek ki és tompán kerekítettek (6. ábra. *a*); hátulsó szegélye közepén gyengén kicsúcsosodott, tompán kerekített halmocskát alkot; hátulsó nyujtványai aránylag rövidek és vastagok; fölülete a szájkorong körül hálózatos, de alsó részében csaknem síma, alsó szegélye előtt gyengén mélyedt (6. ábra. *b*). A szájkorong egészben véve

körforma, de alsó szegélye közepén kissé mélyedt (6. ábra. a); átmérője 0·26 mm. A garat egészben véve tömlőforma, de hátulsó negyedében befűződött s itt erős cuticula-gyűrű övedzi (6. ábra. a), hátulsó vége tompán kerekített; hossza 0·5 mm.; legnagyobb átmérője a cuticula-gyűrű előtt 0·22 mm.; a szájnílás közelében legkeskenyebb s itt 0·05 mm. A légzacskók majdnem egyenesek, hátulsó végök felé vékonyodnak, a garatnál rövidebbek, 0·45 mm. hosszúak. A felső álikapcsok csúcsa horogformán görbült (6. ábra. b).



6. ábra. *Eylais producta* n. sp.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0·37 mm.; a legkisebb 0·3 mm. Az egyes szemkeretek veseformák, mellő csúcsuk hegyesebb a hátsónál, külső oldaluk közepén fölül mélyedt, a belső gyengén íves, hosszúságuk 0·21 mm.; legnagyobb szélességök 0·14 mm. A mellső szemlencsék tompán kerekített csúcsú kúphoz hasonlítanak, a hátulsók széles csónakformák (6. ábra. c). A szemkereteket összekötő hid elől 0·18 mm.; hátul 0·16 mm. hosszú; mellső szegélye két hullámhegyet és ezek között középen ujjforma, keskeny és hegyesen kerekített nyujtványt alkot (6. ábra. c); hátulsó szegélye leterjed a szemkeretek alsó csúcsáig, de közepén

erősen mélyített és hátrafelé álló, ujjforma gyujtványt alkot (6. ábra. c); szélessége a mellső szegély nyujtványának csúcsától a hátulsóig 0.2 mm.; a szemkeretek mellső csúcsától a hátulsóig 0.2 mm. A szemsörték alapja tojásforma, az összekötő hid mellső szegélyétől s a szemkeretek belső oldalától is eltávolodott.

A tapogatók aránylag vastagok és hosszúak, egész hosszaságuk 1.28 mm.; egyes izeiknek hossza a következő: 1-ső iz 0.16 mm.; 2-ik iz 0.2 mm.; 3-ik iz 0.22 mm.; 4-ik iz 0.45 mm.; 5-ik iz 0.25 mm. Az első iz distalis felső csúcsa meghosszabbodott. A második iz distalis alsó csúcsa kiemelkedett, halomszerű, kerekített; külső oldalán gyéren sörtés (6. ábra. c), a belsőn ellenben több törforma söрте emelkedik, a melyek közül 7—8 az iz distalis csúcsszegélyén helyezkedik el (6. ábra. d). A harmadik iz distalis alsó csúcsa egyszerű, halmot nem alkot; külső oldalán a proximalis vég közelében egy sorban három söрте emelkedik (6. ábra. c); a distalis alsó csúcs belső oldalán 17—19 törforma söрте ül (6. ábra. d). A negyedik iz alapja elkeskenyedett, proximalis harmada megvastagodott, majdnem kipúposodott, azon túl pedig distalis végéig fokozatosan vékonyodik, külső oldalán 9—10 törforma söрте emelkedik, melyek közül 3 a distalis csúcsszegélyen ül (6. ábra. e); belső oldalán 24—25 törforma söрте van, melyek közül 8 az alsó szegélylyel párhuzamos sort alkot, 5—6 a distalis csúcsszegélyen ül, míg a többi elszórtan fekszik (6. ábra. d). Az ötödik iz vége felé gyengén görbült és vékonyodott, mindkét oldalán 4—5 törforma söрте, csúcsán pedig 4—5 fogacska ül (6. ábra. d, e).

Lábai aránylag vékonyak és hosszúak, hosszaságuk a következő: 1-ső láb 2.4 mm.; 2-ik láb 2.55 mm.; 3-ik láb 2.82 mm.; 4-ik láb 3.34 mm. A lábak izei alsó oldalukon tömötten sörtések, a sörték tüskeszerűek.

Termőhelye Fülöpszállás, a honnan egyetlen példány állott rendelkezésemre.

Az eddig ismert fajok közül legközelebb áll az *Eylais infundibulifer* ahhoz, különösen pedig ennek az épen leírt *acuta* varietásához. A hasonlatosság főképen a szemkereteket összekötő hid mellső szegélyének ujjforma nyujtványában nyilvánul, de részleteiben, valamint az állkapcsi készülék szerkezetében s a tapogatók

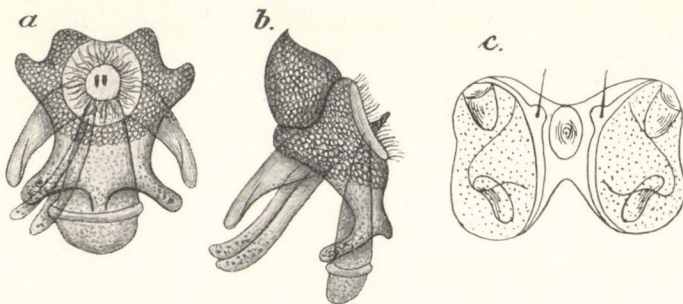
sörtézetttségében oly fokú eltérést mutat, hogy ezen az alapon könnyen megkülönböztethető és felismerhető.

9. *Eylais latipons* THON.

7. ábra. *a—c.*

Teste némileg gömbforma, elöl hegyesebben kerekített, mint hátul; hossza 1·8 mm.; szélessége 1·2 mm.

Bőre szemecskétlen. Színét nem ismerem, mert csak bor-szeszben konzervált példánya állott rendelkezésemre.



7. ábra. *Eylais latipons* THON. ♂

Az állkapcsi készülék hossza a szájkorong mellső szegélyétől mérve 0·34 mm.; legnagyobb szélessége 0·35 mm.; mellső szegélye közepén öblös, az öböl két oldalán emelkedő halmok meglehetősen tompán kerekítettek (7. ábra. *a*); hátulsó szegélye közepén erősen kicsúcsosodott, oldalnyújtványai aránylag rövidek, meglehetősen szélesek; fölülete a szájkorong körül tömötten hálózatos, egyebütt meglehetősen gyéren és finoman pontozott. A szájkorong körforma, legnagyobb átmérője 0·16 mm. A garat tömlőforma, hátrafelé fokozatosan szélesedik, hátulsó vége tompán kerekített, hátulsó negyedében széles cuticula-gyűrűt visel (7. ábra. *a*); hossza 0·33 mm.; legkisebb szélessége 0·06 mm.; legnagyobb szélessége a cuticula-gyűrűnél 0·2 mm. Légzacskói kardforma tömlők, végük felé fokozatosan szélesednek, a garatnál rövidebbek, hosszúságuk 0·31 mm. Oldalról nézve az állkapcsi lemez a szájkorong és a hátulsó szegély csúcsa között gyengén mélyedt

(7. ábra. b). A felső állkapocs mellső csúcsa hegyes, gyengén görbült.

A szemkeretek együttes legnagyobb szélessége 0·32 mm. Az egyes szemkeretek veseformák, de alsó csúcsuk szélesebb a felsőnél, külső oldaluk közepük felett gyengén mélyedt, belső oldaluk kerekített; szélességök 0·13 mm.; hosszaságok 0·2 mm. A mellső szemlencsék kerekített csúcsú kúphoz hasonlítanak, a hátulsók keskeny veseformák (7. ábra. c). A két szemkeretet összekötő híd hossza a szemkeretek mellső csúcsán 0·24 mm.; hátulsó csúcsán 0·11 mm.; mellső szegélye szélesen, de sekélyen, a hátulsó keskenyen és mélyen öblös (7. ábra. c), a két öböl határvonala között 0·09 mm. széles. Az izmok tapadására szolgáló cuticulamegvastagodás tojásforma, a híd mellső szegélyének közelébe húzódott. A szemsörték alapja a szemkeretek belső oldala mentén keskeny szalag gyanánt végig fut, de a híd mellső szegélye közelében halomszerűen kiemelkedik (7. ábra. c).

A tapogatók hosszát, egyes ízeiknek szerkezetét s illetőleg sörtézettségét megfigyelnem nem sikerült, mert példányaimról, fájdalom, ezek hiányoztak.

A lábak meglehetősen vékonyak, hosszaságuk a következő: 1-ső láb 1·4 mm.; 2-ik láb 1·68 mm.; 3-ik láb 1·73 mm.; 4-ik láb 1·9 mm.

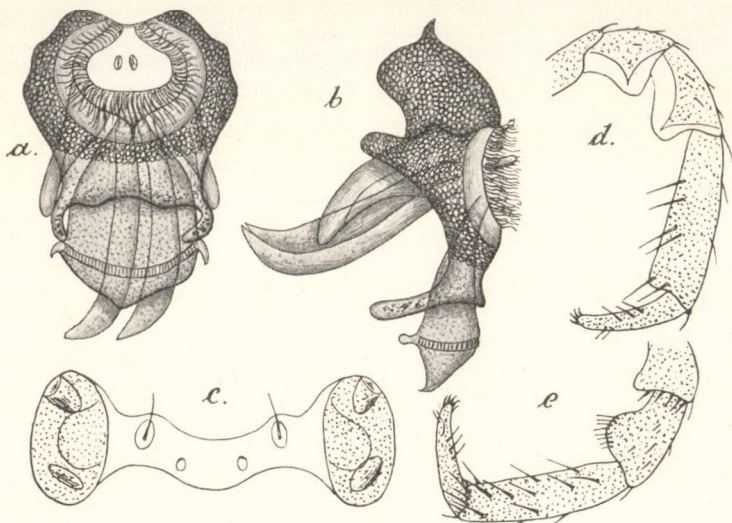
A himivarszerv szerkezetét részleteiben megfigyelnem nem sikerült, általános vonásukban azonban hasonlítanak a többi fajkéhoz.

Termőhelye Déliblát, a honnan csupán egyetlen hím-példány jutott birtokomba, a mely a szemkeretek, különösen pedig a szemkereteket összekötő híd szerkezetében meglehetősen különbözik a THON K.-tól leírttól. Ennek daczára azonban még sem írtam le külön fajnak, mert feltételeztem azt, hogy a mutatkozó különbségek talán csak az ivari dimorphismusnak az eredményei. A biztos azonosítást vagy megkülönböztetést megnehezítette különben az a sajnálatos körülmény, hogy, mint említettem is, az én példánynomnak tapogatói hiányoznak s illetőleg a kalilugban való főzés alkalmával elvesztek.

10. *Eylais longipons* n. sp.8. ábra. *a—e.*

Teste majdnem gömbforma, elöl csak kevésse keskenyebb, mint hátul; hossza 1·8—2·5 mm.; legnagyobb szélessége 1·4—2 mm.

Bőre finoman szemecskés. Színét nem ismerem, mert csak borszeszben konzervált példányai állottak rendelkezésemre.

8. ábra. *Eylais longipons* n. sp.

Az állkapcsi készülék a szájkorong mellső szegélyétől mérve 0·35 mm. hosszú, legnagyobb szélessége 0·42 mm.; mellső szegélye meglehetősen szélesen és mélyen öblös, az öbl két oldalán emelkedő halmok tompán kerekítettek; hátulsó szegélye hullámos, közepén szélesen és sekélyen öblös, a két hullámhegy tompán kerekített, a hátulsó nyujtványok föl- és befelé görbültek, fölüllete a szájkorong körül tömötten hálózatos, egyebütt többé-kevésbé durván, de gyéren szemecskés (8. ábra. *a*). A szájkorong többé-kevésbé körforma, legnagyobb átmérője 0·3 mm. Oldalról nézve az állkapcsi lemez alsó szegélye és a szájkorong között nyeregforma bemélyedés látható (8. ábra. *b*). A felső állkapocs distalis

csúcsa kettős bemélyedés következtében feltűnően tagolódott (8. ábra. *b*). A garat széles tömlőforma, mellső vége feltűnő keskeny, hátrafelé erősen szélesedik, cuticula-gyűrűje szembetűnő, két oldalt horogformán görbült nyujtványba folytatódik, hátulsó vége feltűnően kiesűcsosodott (8. ábra. *a*); hossza 0.45 mm., legkisebb szélessége 0.05 mm., legnagyobb szélessége a cuticula-gyűrűnél 0.26 mm. A légzacskók kardforma, meglehetősen széles, végükön kihegyezett tömlők, melyeknek hossza 0.52 mm., tehát a garatnál hosszabbak.

A szemkeretek együttes szélessége 0.47 mm. Az egyes szemkeretek többé-kevésbé tojásformák, mindkét végök majdnem egyformán kerekített, belső és külső oldaluk gyengén íves, szélességek 0.11 mm.; hosszúságuk 0.18 mm. A mellső szemlencsék tompított csúcsú kúphoz hasonlítanak, a hátulsók ellipszisformák. A szemkereteket összekötő hid 0.26 mm. hosszú és 0.06 mm. széles; mellső szegélye közepén öblös, a szemsörték alapja előtt kerekített halomba emelkedik ki; hátulsó szegélye közepén feltűnően íves (8. ábra. *c*). A hid hátulsó szegélyének közelében izomtapadásra szolgáló, két kerek foltocska van. A szemsörték alapja meglehetősen feltűnő, tojásforma.

A tapogatók aránylag erőteljesek, 1.16 mm. hosszúak; egyes izeik hosszúsága a következő: 1-ső iz 0.15 mm.; 2-ik iz 0.15 mm.; 3-ik iz 0.23 mm.; 4-ik iz 0.38 mm.; 5-ik iz 0.25 mm. Az első iznek distalis felső csúcsa meghosszabbodott (8. ábra. *d*). A második iz distalis alsó csúcsa meglehetősen duzzadt, kerekített, belső distalis csúcsszegélyén 5–6 sima sörte emelkedik (8. ábra. *e*). A harmadik iz hasonlít az előbbenihez, de distalis alsó csúcsa kiállóbb, tompán kerekített, belől 7–8 sima sörtét visel (8. ábra. *e*). A negyedik iz egész hosszában csaknem egyforma vastag, külső oldalán 6 törforma sörte emelkedik, majdnem páros elhelyezésben az alsó szegély közelében (8. ábra. *d*); belső oldala 10–11 törforma, sima és 3 tollas sörtével fegyverzett, mely utóbbiak a distalis csúcsszegélyen ülnek (8. ábra. *e*), míg a többiek elszórtan állanak. Az ötödik iz vége felé fokozatosan vékonyodik, gyengén görbült oldalain 3–4 erősebb s néhány gyengébb sima sörtével fegyverzett.

A lábak aránylag vékonyak és hosszúak, hosszúságuk a kö-

vetkező: 1-ső láb 1·78 mm.; 2-ik láb 2 mm.; 3-ik láb 2·21 mm.; 4-ik láb 2·5 mm.

Termőhelye Szent-Gothard az erdélyrészi mezőségen és Török-Bálint. Csupán két példány került birtokomba.

Az eddig ismert fajok közül az *Eylais hamata* KOEN. és *Eylais megalostoma* KOEN. fajokhoz hasonlít. Az elsővel megegyezik garatjának szerkezetével, a másikkal szemkereteit összekötő hidjának alakjával. Mindkettőtől különbözik azonban szemkereteit összekötő hidjának szerkezetével és tapogatói ízének sörtézettiségevel. Feltűnő jellemvonása a szemkereteket összekötő híd hossza s e tekintetben túl tesz a KOENIKE-féle *Eylais hamatán* is, a melynek hidja 4·7 mm. testnagyság mellett is csupán 0·25 mm. Nem zárkózom el azonban annak lehetősége elől, hogy az épen leírt új faj, valamint a KOENIKE-féle két másik is, tulajdonképen csupán egy törzsnek az ágai, illetőleg varietásai.

11. *Eylais Mülleri* KOEN.

Még eddig csupán a Kis-Balatonból ismerem, a honnan egyetlen példánya állott rendelkezésemre; ez pedig egy 3 mm. hosszú és 2 mm. széles him volt, a melynek szemei mindenben hasonlítottak a PIERSIG R.-tól közölt rajzhoz.

12. *Eylais similis* THON.

Több példányát találtam a következő termőhelyekről gyűjtött anyagban: Félegyháza, Kőbánya, Szeged-Rókus. Példányaim a szemkeretek szerkezetében általánosságban egyeznek a THON K.-tól leírtakkal, de már a tapogatók sörtézettiségében meglehetősen nagy mértékben különböznek. A tapogatók harmadik ízének distalis alsó csúcsán ugyanis csupán 5—7 rövid, síma tűske van. A negyedik íz kívül 3 törforma, síma sörtét visel, míg belül egyiknél 2 törforma síma sörtét és 7—8 rövid tollas tűskét, másíknál 4 törforma, síma sörtét és 3—4 tollas tűskét találtam, mely utóbbiak közül 3 az íz distalis végén ül.

13. *Eylais Soari* PIERS.

Egyike a leggyakoribb fajoknak, melyet a következő termőhelyeken találtam meg: Csehi (öreg tó), Félegyháza, Kőbánya, Nádudvar, Rákos. Példányaim között hímeket és nőtényeket egyaránt találtam. A Csehi öregtóból való példányok annyiban eltértek a többiektől s a PIERSIG R.-től leírtaktól, hogy az izmok tapadására szolgáló korongról két ujjforma nyujtvány emelkedik s e mellett a szemkereteket összekötő híd feltűnően keskeny, csupán 0.03 mm. széles.

14. *Eylais tantilla* KOEN.

Vizsgálataim folyamában több példányban és több termőhelyen találtam meg, névszerint a következőkön: Budapest, Kolozsmonostor, Nádudvar, Török-Bálint, Tihany. A példányok között hímeket és nőtényeket egyaránt találtam.

15. *Eylais tenera* THON.

Több példány állott rendelkezésemre a következő termőhelyekről: Bugac, Dorozsma, Kőbánya, Pusztapéter. A szemkeretek szerkezete tekintetéből az én példányaim kisebb-nagyobb mértékben hasonlítanak a THON K.-tól leírtakhoz, de a tapogatók ízeinek sörtézettségében már különböznek. A negyedik íz külső oldala négy törforma sörtével fegyverzett, belső oldalán 3 törforma, síma sörté és 5—7 tollas tűske emelkedik, melyek közül 3 a distalis csúcshoz közel helyezkedik el.

Itt nem hallgathatom el annak a hasonlatosságnak megemlítését, a mely az *Eylais tantilla* KOEN., *Eylais Voeltzkovi* KOEN., *Eylais neglecta* THON., *Eylais rimosa* PIERS., *Eylais tenera* THON. és *Eylais similis* THON. szemkereteinek, kivált pedig a szemkereteket összekötő hidnak szerkezetében mutatkozik. Nem tartom teljesen kizártnak annak lehetőségét, hogy a további, összehasonlító vizsgálatok mindeme fajok összetartozását fogják kideríteni; különösen pedig abban az esetben, ha kiderül az, a mit különben nagyon valószínűnek tartok, hogy az egyének szemkeretének szer-

kezete, tapogatói ízeinek sörtézettsége nagyság, kor, ivar és termőhely szerint nagyobb fokú variálásnak van kitéve.

16. *Eylais triarcuata* PIERS.

A vizsgált példányok szemkereteiknek szerkezetével hasonlítanak a PIERSIG R.-től leírtakhoz, de tapogatóik ízeinek sörtézettségében némi eltérést mutatnak. A tapogató negyedik ízének belső oldalán ugyanis a legtöbbször csupán két törforma, síma sörtét és 5—6 tollas tüskét, külső oldalán 4 törforma síma sörtét és 2—3 tollas tüskét találtam. *Termőhelyei*: Bugacz, Dorozsma, Keszthely és Szabadszállás.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1900. december 17.-én tartott üléséből.)

ÁLTALÁNOS MECHANIKAI ELVEK AZ ÆTHER SZÁMÁRA.

FARKAS GYULA 1. tagtól.

A mechanika tudományos tárgyalása nem érte el még azt az általánosságot, a mely megilleti. Különböző szempontokból lehetséges az általánosság fokozása s hasznos az a ponderabilis anyagi rendszerek körében is; oly jelenségek mechanikai interpretatiojában pedig, a melyek az æther hypothesisére utaltak, okvetetlenül szükséges.

Ezúttal az általánosítás három különböző módjára szándékozom reámutatni. Mind a három a virtuális elmozdulások principiumához fűződik. Még pedig nem a specialisabb jelentésű egyenlőségi elvet értem ez alatt, hanem az először FOURIER-től, később GAUSS-tól formulázott egyenlőtlenségi elvet. Ez már a maga eredeti fogalmazása szerint is tartalmasabb, mert ha egyenlőtlenségek állanak fenn a virtuális elmozdulások componensei között, úgy a nyugalom vagy mozgás számára a határozott egyenleteken kívül határozott egyenlőtlenségeket is szolgáltat: nyugalomban a határozott egyenletek és egyenlőtlenségek rendszere foglalja magában a nyugalom szükséges és elégséges föltételeit; mozgásban a határozott egyenletek rendszere leírja a mozgást s a határozott egyenlőtlenségek rendszere magában foglalja azokat a szükséges és elégséges föltételeket, a melyek alatt a mozgás valóban az egyenletek szerint történik.

a) De úgy az egyenlőtlenségi, mint az egyenlőségi elv, a maga eredeti fogalmazásában közönségesen csak akkor bír elfogadható értelemmel, a midőn nincs környezeti ellenállás és nincs surlódás, mert a szabad erők fogalma a kényszer abstractiojában

gyökeredzik, a melylyel közönségesen elválaszthatatlanul együtt jár annak a módosulatnak az abstractioja, a melyet a kényszer körülményei a környezeti ellenállásban létesítenek és a kényszer-től föltételezett surlódásnak az abstractioja. Az I. fejezetben olyképen általánosítom az egyenlőtlenségi elvet, hogy a kényszernek e két járulékára is kiterjedjen az.

b) Egy más általánosítás (II. fejezet) a kényszer analitikai definitiójára vonatkozik. Közönségesen fölteszik, hogy a kényszer kifejezését egyetlen relatio-rendszer szolgáltatja, nevezetesen homogen egész és lineáris egyenletek és egyenlőtlenségek egyetlen rendszere. Azonban ez a föltevés kelleténél szűkebbre szorítja a mechanika tartalmát. Egészen egyszerű esetek is megjelölhetők, olyanok, a melyekben egynél több relatio-rendszer szükséges a virtualis elmozdulások meghatározására. (Anyagi pont egy ellenálló prisma valamelyik élén stb.)

c) A két első fejezet különlevő tömegpontok rendszerére vonatkozik. A III. fejezet a folytonos térfoglaláshoz való áttérés föladatát intézi el s e képen utat nyit az infinitesimalis számítás módszereinek. Ehhez egy harmadik általánosítás kapcsolódik, a mely a testeknek oly alkatrészekből való összetételét illeti, a melyek különböző szabad erőket és kényszereket uralnak. Föltehető ugyanis, hogy a különböző alkatrészek között átalakulások léteznek, olyszerűek, mint pl. a halmazállapotok változásában vagy az allotropicus modificatiókban, vagy a vegyfolyamatokban. A kényszer változhatóságának egy sajátos módja jön ezáltal tekintetbe.

d) A IV. fejezet annak a hypothesisnek a befogadásával foglalkozik, hogy független anyagi rendszerben a coordinatatengelyek bizonyos helyzetei mellett szabad erők nem hatnak, és utalásokat tartalmaz az előadottaknak az æthert illető alkalmazásaira.

I.

1. §. Az $m(x, y, z)$ tömegpontra (X, Y, Z) szabad erő és (X', Y', Z') ellenállási erő hasson, úgy, hogy $m\ddot{x} = X + X'$ stb., tehát, ha $(\partial x, \partial y, \partial z)$ egészen tetszésszerű elemi elmozdulás, akkor n tömegpontból álló anyagi rendszert illetőleg:

$$\sum^{(n)} [(m\ddot{x} - X)\delta x + \dots] = \sum^{(n)} (X'\delta x + \dots)$$

vagy más jelölés-móddal élve:

$$\sum_{i=1}^{i=3n} (m_i \ddot{p}_i - P_i) \delta p_i = \sum_{i=1}^{i=3n} P'_i \delta p_i. \quad (1)$$

A virtualis elmozdulások componenseit δx , δy , δz illetőleg δp -vel jelölván, ezek meghatározására a következő relatiorendszer szolgáljon:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{i=3n} A_{1i} \delta p_i &\equiv a_1 = 0, & \sum_{i=1}^{i=3n} A_{2i} \delta p_i &\equiv a_2 = 0, \dots, & \sum_{i=1}^{i=3n} A_{li} \delta p_i &\equiv a_l = 0, \\ \sum_{i=1}^{i=3n} B_{1i} \delta p_i &\equiv \beta_1 \geq 0, & \sum_{i=1}^{i=3n} B_{2i} \delta p_i &\equiv \beta_2 \geq 0, \dots \end{aligned} \quad (2)$$

A (P') vagyis (X', Y', Z') erőket úgy bontsuk két összetevőre (H) és (\mathfrak{B}) vagyis (Ξ, H, Z) és $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z})$, hogy az előbbi összetevők kielégítsék a

$$\sum_{i=1}^{i=3n} H_i \delta p_i \geq 0 \quad (3)$$

egyenlőtlenséget, az utóbbiak pedig ellenkezőre változtatott előjellel kielégítsék a virtuális elmozdulások relatióit, azaz, hogy

$$-\sum_{i=1}^{i=3n} A_{1i} \mathfrak{B}_i = 0, \text{ stb.} \quad -\sum_{i=1}^{i=3n} B_{1i} \mathfrak{B}_i \geq 0, \text{ stb.} \quad (4)$$

legyen.

Ez a fölbontás mindig lehetséges.

1. A lehetőség bebizonyítása végett fölteszem, hogy (2) alatt minden egyenlet független a többi egyenletek rendszerétől, továbbá, hogy a (2) alatti egyenlőtlenségekből nem következtethető olyan egyenlőtlenség, a melynek a baloldala vagy identikusan vagy az egyenletek alapján eltűnik. Mindenesetre olyan alakra vezethető a relatiorendszer, hogy ezek a föltételek teljesüljenek. Ugyanis egyenlőtlenségekből csak nem-negatív multiplicatorok szerint való összeadással következtethetők más egyenlőtlenségek; * ha azon-

* «A FOURIER-féle mechanikai elv alkalmazásának algebrai alapja». Math. és természettud. Értesítő XVI. 1898.

ban identikusan, vagy az egyenletek értelmében

$$\mu_1 \beta_1 + \mu_2 \beta_2 + \dots = 0, \quad (\mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0, \dots),$$

akkor a mely μ nem zérus, annak a β szorzója zérus, a miatt, hogy egy β sem lehet negatív; tehát a zérustól különböző μ multiplicatorok β szorzóira (2)-ben kirótt ≥ 0 követelés helyett $= 0$ követelés róható ki (2)-ben. E módon elérhető, hogy az egyenlőtlenségek baloldalai nem-negatív (és nem csupa eltűnő) multiplicatorok szerint nem szolgáltathatnak többé oly összeget, a mely vagy identikusan, vagy az egyenletek következtében eltűnik. A mennyiben pedig az egyenletek rendszere nem teljesítené a reájuk szabott föltételt, egy vagy több egyenlet törlése után teljesíteni fogja a nélkül, hogy a tartalma változást szenvedne.

2. A bizonyításra térve, vegyük figyelembe, hogy a (3) alatti egyenlőtlenség a (2) alatti rendszer minden megoldásában teljesülni tartozik. Ebből folyólag kell létezniök oly λ és μ multiplicatoroknak, hogy

$$H_i = \sum_{k=1}^{k=l} A_{ki} \lambda_k + \sum_{k=1}^{k=\dots} B_{ki} \mu_k, \quad (\mu_k \geq 0, i=1, 2, \dots, 3n). \quad (5)$$

Mivel $H = P' - \mathfrak{P}$, így azt kell bebizonyítani, hogy a \mathfrak{P} componensek a (4) alatti relatiókon kívül még a következőknek is eleget tehetnek:

$$-\mathfrak{P}_i = -P'_i + \sum_{k=1}^{k=l} A_{ki} \lambda_k + \sum_{k=1}^{k=\dots} B_{ki} \mu_k, \quad (\mu_k \geq 0, i=1, 2, \dots, 3n). \quad (6)$$

Beírva ezeket a kifejezéseket (4)-be a \mathfrak{P} -k helyett, a λ és μ multiplicatorok között fönnálló relatiókhoz jutunk, és már csak azt kell megmutatni, hogy lehetnek olyanok a λ multiplicatorok s lehetnek oly nem-negatívok a μ multiplicatorok, hogy kielégítik azokat a relatiókat.

Éljünk a következő jelölésekkel:

$$\sum_{i=1}^{i=3n} A_{ki} A_{hi} \equiv (AA)_{kh}, \quad \sum_{i=1}^{i=3n} B_{ki} B_{hi} \equiv (BB)_{kh},$$

$$\sum_{i=1}^{i=3n} A_{ki} B_{hi} \equiv (AB)_{kh} \equiv (BA)_{hk}. \quad (7)$$

Akkor a kitűzött helyettesítések után a (4) alatti relatiók így jegyezhetők:

$$\begin{aligned} L_h + (AA)_{h1} \lambda_1 + (AA)_{h2} \lambda_2 + \dots + (AA)_{hl} \lambda_l + \\ + (AB)_{h1} \mu_1 + (AB)_{h2} \mu_2 + \dots = 0, \\ M_k + (AB)_{1k} \lambda_1 + (AB)_{2k} \lambda_2 + \dots + (AB)_{lk} \lambda_l + \\ + (BB)_{1k} \mu_1 + (BB)_{2k} \mu_2 + \dots \geq 0, \\ \mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0, \dots \\ (h=1, 2, \dots, l, k=1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (8)$$

a hol az L és M -féle tagok függetlenek a λ és μ multiplicatoroktól. Itt a λ multiplicatorok az egyenletekből kiszámíthatók a μ multiplicatorok függvényei gyanánt, mert az egyenleteknek a λ határozatlanok mellől képezett determinánsa (négyzetek összege) nem tűnik el, t. i. ellenkező esetben nem állana, hogy a (2) alatti egyenletek mindegyike független a többitől, már pedig ez föl van tételezve (1!). A λ multiplicatorok előzetesen semmi megszorításnak sincsenek alávetve. Ha tehát kiszámítván azokat az egyenletekből mint a μ multiplicatorok függvényeit, függvényalakjaikat bejegyezzük az egyenlőtlenségekbe, úgy annak bebizonyítása marad hátra, hogy a μ nem-negatív multiplicatorok meghatározhatók az egyenlőtlenségek követelése szerint.

Használjuk a következő determinans-jelölést:

$$\begin{vmatrix} (BB)_{ki} & (BA)_{k1} & (BA)_{k2} & \dots & (BA)_{kl} \\ (AB)_{1i} & (AA)_{11} & (AA)_{12} & \dots & (AA)_{1l} \\ (AB)_{2i} & (AA)_{21} & (AA)_{22} & \dots & (AA)_{2l} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ (AB)_{li} & (AA)_{l1} & (AA)_{l2} & \dots & (AA)_{ll} \end{vmatrix} \equiv a_{ki}$$

E jelölés alkalmazásával így írhatók azok az egyenlőtlenségek, a melyek (8)-ban a λ multiplicatorok említett kiszámítása és helyettesítése után jelentkeznek:

$$N_k + a_{k1} \mu_1 + a_{k2} \mu_2 + \dots \geq 0, \mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0, \dots \quad (9)$$

($k=1, 2, \dots$)

a hol az N -féle tagok függetlenek a multiplicatoroktól.

3. Annak a bebizonyítása van hátra, hogy a μ multiplicatorok mindig megválaszthatók úgy, hogy ezek az egyenlőtlenségek teljesüljenek.

Ha ebben az önkényes követelésben :

$$a_{k1}\mu_1 + a_{k2}\mu_2 + \dots \equiv \theta_k \geq 0, \mu_1 > 0, \mu_2 \geq 0, \dots \quad (10)$$

(k=1, 2, ...)

egyetlen θ sem olyan, hogy csak zérus lehet, akkor úgy is megválaszthatók (10)-ben a μ határozatlanok, hogy minden θ nagyobb legyen a zérusnál, mert ha a μ határozatlanok μ'_1, μ'_2, \dots értékrendszerében $\theta_1 > 0, \mu''_1, \mu''_2, \dots$ értékrendszerében $\theta_2 > 0$, s i. t., akkor a μ határozatlanok $\mu'_1 + \mu'_2 + \dots, \mu''_1 + \mu''_2 + \dots, \dots$ értékrendszerében $\theta_1 > 0, \theta_2 > 0$, s i. t. Mihelyt azonban lehetnek olyanok a μ mennyiségek (10)-ben, hogy minden θ nagyobb mint zérus, már akkor nyilvánképen lehetnek olyanok, hogy a (9) megálljon.

Azt kell tehát kideríteni, hogy (10)-ben nincs olyan θ , a mely ott csak zérus lehet. Ez valóban így vagyon. Tegyük fel ugyanis, hogy a (10)-ben θ_1 csak $=0$ lehet. Akkor állítható, hogy (10) minden megoldásában beválik ez az egyenlőtlenség: $-\theta_1 \geq 0$. Kell tehát létezniök oly nem-negatív multiplicatoroknak $\nu_1 - 1, \nu_2, \nu_3, \dots, \varrho_1, \varrho_2, \dots$, hogy szerintük

$$(\nu_1 - 1)\theta_1 + \nu_2\theta_2 + \dots + \varrho_1\mu_1 + \varrho_2\mu_2 + \dots \equiv -\theta_1,$$

vagyis

$$\varrho_1 + \nu_1 a_{11} + \nu_2 a_{21} + \dots = 0$$

$$\varrho_2 + \nu_1 a_{12} + \nu_2 a_{22} + \dots = 0$$

$$\vdots$$

$$(\nu_1 \geq 1, \nu_2 \geq 0, \nu_3 \geq 0, \dots, \varrho_1 \geq 0, \varrho_2 \geq 0, \dots)$$

A ν mennyiségek és μ mennyiségek száma egyezik, mert mindegyik akkora, a mekkora (2)-ben az egyenlőtlenségek száma. Szorozzuk meg a mostani egyenleteket rendre a ν_1, ν_2, \dots multiplicatorokkal s azután adjuk össze azokat. Az eredmény ebben az alakban állítható elő:

$$\begin{array}{ccccccc} & \nu_1 \varrho_1 + \nu_2 \varrho_2 + \dots + & & & & & \\ \left| \begin{array}{ccccc} \Sigma \Sigma (BA)_{ki} \nu_k \nu_i & \Sigma (BA)_{k1} \nu_k & \Sigma (BA)_{k2} \nu_k & \dots & \Sigma (BA)_{kl} \nu_k \\ \Sigma (AB)_{1i} \nu_i & (AA)_{11} & (AA)_{12} & \dots & (AA)_{1l} \\ \Sigma (AB)_{2i} \nu_i & (AA)_{21} & (AA)_{22} & \dots & (AA)_{2l} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Sigma (AB)_{li} \nu_i & (AA)_{l1} & (AA)_{l2} & \dots & (AA)_{ll} \end{array} \right| = 0. \end{array}$$

A determinans négyzetek összege. Ugyanis ha ebből a rendszerből:

$$\left. \begin{array}{ccccccc} \Sigma B_{k1} \nu_k, & A_{11}, & A_{21}, & \dots, & A_{l1} \\ \Sigma B_{k2} \nu_k, & A_{12}, & A_{22}, & \dots, & A_{l2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \Sigma B_{k3n} \nu_k, & A_{13n}, & A_{23n}, & \dots, & A_{l3n} \end{array} \right\} \nu_k \geq 0$$

a teljes sorok fölhasználásával minden $(l+1)$ -ed fokú determinanst megalkotunk, azután második hatványra emeljük és összeadjuk azokat, úgy eljutunk az egyenlet determinans-tagjához, t. i. $l < 3n$, mert (2) alatt az egyenletek száma kisebb mint a δp variációk száma az 1. alatt kiszabott első alaki megszorítás értelmében. Minthogy az $\nu_1 q_1 + \nu_2 q_2 + \dots$ összeg csupa nem-negatív tagokat tartalmaz, az $(l+1)$ -ed fokú determinansoknak el kellene tűnniök. Ez azonban az 1. alatt kiszabott alaki megszorítások miatt nem lehetséges, mert $\nu_1 \geq 1$, $\nu_2 \geq 0$, $\nu_3 \geq 0$, \dots

4. Ez a bizonyítás nem illeti meg azt az esetet, hogy az 1. alatt kiszabott alaki megszorítás mellett (2)-ben csak egyenlőtlenségek foglaltatnak, tehát, hogy (2)-ben egyenletek sem explicite, sem implicite elő nem fordulnak. Ekkor ugyanis a (8) alatti rendszert csupán csak az egyenlőtlenségek alkotják:

$$M_k + (BB)_{1k} \mu_1 + (BB)_{2k} \mu_2 + \dots \geq 0, \mu_1 \geq 0, \mu_2 \geq 0, \dots$$

($k=1, 2, \dots$)

Hogyha azonban ezekre az egyenlőtlenségekre ugyanazt az eljárást alkalmazzuk, a melyet 3-ban a (9) alatti egyenlőtlenségekre alkalmaztunk, úgy azt találjuk, hogy ezek a kifejezések:

$$(BB)_{1k} \mu_1 + (BB)_{2k} \mu_2 + \dots,$$

($k=1, 2, \dots$)

egyszerre mind lehetnek nagyobbak mint zérus, mert máskülönben ezek az összegek: $\Sigma B_{k1} \nu_k$, $\Sigma B_{k2} \nu_k$, \dots egyszerre mind eltűnhetnének, jöllehet a nem-negatív ν_k multiplicatorok nem mind zérusok. Ez pedig ellenkezik azzal az alaki föltevessel, hogy (2) alatt implicite sem foglaltatnak egyenletek.

2. §. Ahhoz a tisztán matematikai tételhez jutottunk, hogy ha a $(\partial x, \partial y, \partial z)$ virtualis elmozdulások a

$$\begin{aligned}
\Sigma_1 (a\delta x + b\delta y + c\delta z) &= 0, \\
\Sigma_2 (a\delta x + b\delta y + c\delta z) &= 0, \dots \\
\Sigma_1 (a\delta x + \beta\delta y + \gamma\delta z) &\geq 0, \\
\Sigma_2 (a\delta x + \beta\delta y + \gamma\delta z) &\geq 0, \dots
\end{aligned} \tag{11}$$

relatióknak vannak alávetve, akkor léteznek olyan erők (\mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z}), a melyekkel

$$\begin{aligned}
\Sigma [(m\ddot{x} - X - \mathfrak{X}) \delta x + (m\ddot{y} - Y - \mathfrak{Y}) \delta y + (m\ddot{z} - Z - \mathfrak{Z}) \delta z] &\geq 0, \tag{12} \\
-\Sigma_1 (a\mathfrak{X} + b\mathfrak{Y} + c\mathfrak{Z}) &= 0, \\
-\Sigma_2 (a\mathfrak{X} + b\mathfrak{Y} + c\mathfrak{Z}) &= 0, \dots \\
-\Sigma_1 (a\mathfrak{X} + \beta\mathfrak{Y} + \gamma\mathfrak{Z}) &\geq 0, \\
-\Sigma_2 (a\mathfrak{X} + \beta\mathfrak{Y} + \gamma\mathfrak{Z}) &\geq 0, \dots
\end{aligned} \tag{13}$$

Ez a magában véve tisztán matematikai tétel mechanikai alaptétellé válik, mihelyt valamely tapasztalati meghatározás járul az (\mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z}) erők analitikai meghatározásához.

Az a mechanikai jelentőség tulajdonítható pedig ez (\mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z}) erőknek, hogy azok a környezeti ellenállásnak a kényszer körülményeiből származó módosulását és a kényszertől föltételezett surlódást, szóval a (11) alatt kifejezett kényszer járulékait juttatják számbavételhez, hogy tehát a (\mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z}) erők a kényszer-járulékok reactióját jelenthetik.

Ebben az értelemben tartalmazza (12) a virtualis elmozdulások elvének általánosítását.

II.

Számolnunk kell azzal a lehetőséggel, hogy a kényszer nem fejezhető ki egyetlen homogen és linearis relatio-rendszerrel, hanem egynél több ilyen rendszer szükséges a kifejezéséhez, úgy hogy mindazok az elemi elmozdulások virtualis elmozdulások, a melyek az egyes rendszerekkel külön-külön megférnek, jóllehet egyetlen relatio-rendszerrel nem határozhatók meg.

Ez esetben a megállapított tétel egyenkint valamennyi relatio-rendszert megilleti, vagyis mindegyik (11)-féle relatio-rendszerhez tartoznak megfelelő módon (12) és (13)-féle relatiók. Az (\mathfrak{X} , \mathfrak{Y} , \mathfrak{Z}) erők pedig a különböző (12) és (13)-féle relatio-rendsze-

rekben azokat a reactiókat jelenthetik, a melyek külön-külön az egyes (11)-féle kényszerek járulékaitól származnak.

Ha a különböző (11), (12), (13)-féle rendszer-csoportokat accentusokkal különböztetjük meg egymástól, úgy λ és nem-negativ μ multiplicatorok szerint:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_i - X_i &= \lambda'_1 a'_{1i} + \lambda'_2 a'_{2i} + \cdots + \mu'_1 a'_{1i} + \mu'_2 a'_{2i} + \cdots \\ &= \lambda''_1 a''_{1i} + \lambda''_2 a''_{2i} + \cdots + \mu''_1 a''_{1i} + \mu''_2 a''_{2i} + \cdots \\ &= \dots \dots \dots \\ m\ddot{y}_i - Y_i &= \eta'_1 b'_{1i} + \eta'_2 b'_{2i} + \cdots + \mu'_1 \beta'_{1i} + \mu'_2 \beta'_{2i} + \cdots \\ &= \eta''_1 b''_{1i} + \eta''_2 b''_{2i} + \cdots + \mu''_1 \beta''_{1i} + \mu''_2 \beta''_{2i} + \cdots \\ &= \dots \dots \dots \\ m\ddot{z}_i - Z_i &= \zeta'_1 c'_{1i} + \zeta'_2 c'_{2i} + \cdots + \mu'_1 \gamma'_{1i} + \mu'_2 \gamma'_{2i} + \cdots \\ &= \zeta''_1 c''_{1i} + \zeta''_2 c''_{2i} + \cdots + \mu''_1 \gamma''_{1i} + \mu''_2 \gamma''_{2i} + \cdots \\ &= \dots \dots \dots \end{aligned}$$

és egyszersmind

$$\begin{aligned} -\Sigma_1 (a^{(k)} \mathfrak{X}^{(k)} + b^{(k)} \mathfrak{Y}^{(k)} + c^{(k)} \mathfrak{Z}^{(k)}) &= 0, \\ -\Sigma_2 (a^{(k)} \mathfrak{X}^{(k)} + b^{(k)} \mathfrak{Y}^{(k)} + c^{(k)} \mathfrak{Z}^{(k)}) &= 0, \\ \dots \dots \dots \\ -\Sigma_1 (a^{(k)} \mathfrak{X}^{(k)} + \beta^{(k)} \mathfrak{Y}^{(k)} + \gamma^{(k)} \mathfrak{Z}^{(k)}) &> 0, \\ -\Sigma_2 (a^{(k)} \mathfrak{X}^{(k)} + \beta^{(k)} \mathfrak{Y}^{(k)} + \gamma^{(k)} \mathfrak{Z}^{(k)}) &> 0, \\ \dots \dots \dots \end{aligned}$$

a k index (accentusok száma) minden értéke mellett. Természetesen Σ_1 , Σ_2 , stb. úgy értendő, hogy Σ_1 alatt $a^{(k)} = a^{(k)}_{1i}$, stb. illetőleg $a^{(k)} = a^{(k)}_{1i}$, stb., Σ_2 alatt $a^{(k)} = a^{(k)}_{2i}$, stb. illetőleg $a^{(k)} = a^{(k)}_{2i}$, stb. stb. és $\mathfrak{X}^{(k)} = \mathfrak{X}^{(k)}_i$ stb. mindenütt és a summálások rendén az i index változik, lévén sorban $= 1, 2, \dots$

III.

1. §. A folytonos térfoglaláshoz térendők, meg kell győződnünk, hogy a multiplicatorok alkalmazásának a tétele* folytonos testek esetében is érvényes. Abban a föltevésben, hogy a kényszer csupa egyenletekkel fejezhető ki, LAGRANGE folytonos térfoglalás

* L. c.

esetében is használatba vette a multiplierok módszerét, de eljárásának jogosultságát semmivel sem igazolta. Már pedig kételyek támaszthatók az ellen. Nevezetesen azzal a tárgyra tartozó föltevessel, hogy a virtualis elmozdulások a hely deriválható függvényei, új korlátozás hárul rájuk, ámde a változók érték-tartományának járulékos megszorításai következtében általában megszűnik a multiplieros módszer érvényessége.

Egy egyszerű, de jellemző esetet illetőleg meg fogom állapítani az érvényességet. Ez elégséges lesz arra, hogy mindazt a többi esetet is fölismerjük, a melyben alkalmazható a multiplierok módszere, és hogy e módszer alkalmazásának a megvalósítására is mindenkor képesek legyünk.

Az érvényesség megállapítása azon a lehetőségen alapszik, hogy a föltételezendő deriválhatóságoknak új változók fölvételével homogen lineáris egyenletek által tudunk kifejezést adni.

1. A ξ, η, \dots határozatlan változók T térben mindenütt differenciálható függvényei legyenek a helynek (x, y, z) , s e T tér belsejében mindenütt eleget tegyenek ez egyenlőtlenségnek:

$$A_0\xi + A_1\frac{\partial\xi}{\partial x} + A_2\frac{\partial\xi}{\partial y} + A_3\frac{\partial\xi}{\partial z} + B_0\eta + \dots > 0, \quad (1)$$

a T tér határán, S fölületen pedig mindenütt eleget tegyenek ennek az egyenlőtlenségnek:

$$L\xi + M\eta + \dots \geq 0. \quad (2)$$

Ez egyenlőtlenségek minden megoldásában teljesüljön a következő integrál-egyenlőtlenség:

$$\int_T \left(X_0\xi + X_1\frac{\partial\xi}{\partial x} + X_2\frac{\partial\xi}{\partial y} + X_3\frac{\partial\xi}{\partial z} + Y_0\eta + \dots \right) d\tau \geq 0. \quad (3)$$

E mellett az $A_0, B_0, \dots, X_0, Y_0, \dots$ együtthatók a hely folytonos függvényeit, az $A_1, A_2, A_3, B_1, \dots, X_1, X_2, X_3, Y_1, \dots$ együtthatók a hely differenciálható függvényeit jelentsék a T térben, és az L, M, \dots együtthatók a hely folytonos függvényei legyenek a T tér határán, vagyis az S fölületen. Az integrál minden egyes ξ, η, \dots függvény-alak esetén teljesen határozott értékkel

bir, mert a mely változók a hely differenciálható függvényei egy térben, azoknak a koordináták szerint képezett partialis deriváltjai szükségképen folytonosak abban a térben.

2. Ez a propositio a következővel helyettesíthető.

Osszszuk a T tért szorosan a határáig S fölületig igen kis congruens hasábokra olyképen, hogy a koordináta-síkokhoz igen sűrűen párhuzamos síkokat fektetünk a T téren keresztül. E hasábok élei Dx, Dy, Dz hosszúságúak legyenek a szerint, a mint az x, y vagy z tengelyvel párhuzamosak. A hely előforduló függvényei mind a hasábok centrumaira (x, y, z) vonatkozzanak a T tér belsejében, s majd a következő rövidített jelöléseket használjuk:

$$\begin{aligned} \hat{\xi}(x, y, z) &\equiv \hat{\xi}, \\ \hat{\xi}(x + Dx, y, z) &\equiv \hat{\xi}_I, \quad \hat{\xi}(x, y + Dy, z) \equiv \hat{\xi}_{II}, \quad \hat{\xi}(x, y, z + Dz) \equiv \hat{\xi}_{III}, \\ &\text{sth.} \end{aligned}$$

A T tér S határfölületét igen kis $D\sigma$ részekre osztják a hasáb-képző síkok. A $D\sigma$ fölületrészekhez rendelt függvényértékek mindig egy legközelebbi hasáb-centrumra vonatkoznak.

Legyen már most, hogy a Dr , Dy , Dz hosszúságok megválaszthatók oly kicsinyeknek, hogy mihielyt még kisebbek, már tetzés szerint megadott kicsinyenél kisebb hibával minden hasábcentrumban :

$$\begin{aligned} A_0 \hat{\xi} + A_1 - \frac{\hat{\xi}_I - \hat{\xi}}{Dx} + A_2 \frac{\hat{\xi}_{II} - \hat{\xi}}{Dy} + A_3 \frac{\hat{\xi}_{III} - \hat{\xi}}{Dz} + B_0 \eta + \dots &\geq 0 \quad (4) \\ \left(\frac{\hat{\xi}_I - \hat{\xi}}{Dx} \right)_I - \frac{\hat{\xi}_I - \hat{\xi}}{Dx} &= a'_1 u'_1 \\ \left(\frac{\hat{\xi}_{II} - \hat{\xi}}{Dy} \right)_I - \frac{\hat{\xi}_{II} - \hat{\xi}}{Dy} &= a''_1 u''_1 \\ \left(\frac{\hat{\xi}_{III} - \hat{\xi}}{Dz} \right)_I - \frac{\hat{\xi}_{III} - \hat{\xi}}{Dz} &= a'''_1 u'''_1 \\ \left(\frac{\hat{\xi}_I - \hat{\xi}}{Dx} \right)_{II} - \frac{\hat{\xi}_I - \hat{\xi}}{Dx} &= a'_2 u'_2 \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\ \left(\frac{\eta_I - \eta}{Dx} \right)_I - \frac{\eta_I - \eta}{Dx} &= b'_1 v'_1 \\ \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} \xi_1 - \xi \\ Dx \end{pmatrix}_I - \frac{\xi_1 - \xi}{Dx} = c'_1 w'_1 \quad (5)$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

relatiók állanak fenn a ξ, η, ζ stb.-féle határozatlanok és u, v, w stb.-féle új határozatlanok között, a melyeknek különben csak véges értékek tulajdonítandók, e mellett az $a'_1, a''_1, a'''_1, b'_1, b''_1, b'''_1, c'_1, c''_1, c'''_1$ stb. együtthatók a Dx hosszúsággal, az $a'_2, \dots, b'_2, \dots, c'_2, \dots$ stb. együtthatók a Dy hosszúsággal, az $a'_3, \dots, b'_3, \dots, c'_3, \dots$ stb. együtthatók a Dz hosszúsággal zérusba convergáló mennyiségek; az S fölületen pedig, a legközelebbi hasáb-centrumokban:

$$L\xi + M\eta + \dots \geq 0 \quad (6)$$

és e relatiók minden megoldásában:

$$\sum_r \left(X_0 \xi + X_1 \frac{\xi_1 - \xi}{Dx} + \dots \right) D\tau > 0, \quad (D\tau \equiv Dx Dy Dz). \quad (7)$$

Az $A, B, \dots, L, M, \dots, X, \dots$ együtthatóknak ugyanazok a functionalis viselkedések tulajdonítandók, a melyeket (1)-ben tulajdonítottunk nekik.

3. Kell létezniük olyan multiplicatoroknak az (5) alatti egyenletek számára és kell létezniük olyan nem-negativ multiplicatoroknak a (4) és (6) alatti egyenlőtlenségek számára, hogy e multiplicatorok szerint összeadva, a (7) alatti egyenlőtlenséggel identicus egyenlőtlenséget szolgáltatassanak azok az egyenletek és egyenlőtlenségek. Minthogy azonban a (7) alatti relatióban az u, v, w -féle határozatlanok nem fordulnak elő, így az ezekhez tartozó multiplicatorok csak zérusok lehetnek, minek következtében a multiplicatoros összeadással nyert relatióból — a miatt, hogy a (7) alattival identicus — szükségképen teljesen kiesik az (5)-től származó tag-rész. A (4)-hez rendelendő nem-negativ multiplicatorokat $\varphi D\tau$ ($\equiv \varphi Dx Dy Dz$), a (6)-hoz tartozókat $\varrho D\sigma$ jelölje. Ehhez képest:

$$\begin{aligned} \sum_r \left(A_0 \xi + A_1 \frac{\xi_1 - \xi}{Dx} + \dots \right) \varphi D\tau + \sum_s (L\xi + \dots) D\sigma &\equiv \\ &\equiv \sum_r \left(X_0 \xi + X_1 \frac{\xi_1 - \xi}{Dx} + \dots \right) D\tau. \end{aligned}$$

Ha még más olyatén korlátozó relatiók is léteznek, mint (1) és (2), úgy ez az identitás áll fenn :

$$\begin{aligned} \sum_T \left(\xi \Sigma A_0 \varphi + \frac{\xi_1 - \xi}{Dx} \Sigma A_1 \varphi + \dots \right) D\tau + \sum_S (\xi \Sigma L \varrho + \dots) D\sigma \equiv \\ \equiv \sum_T \left(X_0 \xi + X_1 \frac{\xi_1 - \xi}{Dx} + \dots \right) D\tau, \end{aligned} \quad (8)$$

a hol a belső summálások a különböző (1) és (2)-féle relatiók szerint valók.

A Dx , Dy , Dz hosszúságok végtelen kisebbitésével (5) értelmében $(\xi_1 - \xi) : Dx$ stb. partialis deriváltakká válnak, és pedig az egész T térben a hely folytonos függvényeit képező deriváltakká. A (8) alatti identitás jobb oldala pedig teljesen határozott tér-integrálba megy át, a mely részleges quadraturákkal olyan tér-integrál és fölületi integrál összegévé alakítható, a melyekben már a ξ , η , ... változók deriváltjai nem fordulnak elő. A (8) alatti identitás baloldalának is birnia kell ezzel a tulajdonsággal. A részleges quadraturák elvégzése után így jelentkezik ez az identitás :

$$\begin{aligned} \int_T \left[\left(\Sigma A_0 \varphi - \frac{\partial}{\partial x} \Sigma A_1 \varphi - \frac{\partial}{\partial y} \Sigma A_2 \varphi - \frac{\partial}{\partial z} \Sigma A_3 \varphi \right) \xi + \dots \right] D\tau + \\ + \int_S [\Sigma L \varrho - \alpha \Sigma A_1 \varphi - \beta \Sigma A_2 \varphi - \gamma \Sigma A_3 \varphi] \xi + \dots D\sigma \equiv \\ \equiv \int_T \left[\left(X_0 - \frac{\partial X_1}{\partial x} - \frac{\partial X_2}{\partial y} - \frac{\partial X_3}{\partial z} \right) \xi + \dots \right] D\tau - \\ - \int_S [(X_1 \alpha + X_2 \beta + X_3 \gamma) \xi + \dots] D\sigma, \end{aligned} \quad (9)$$

a hol α , β , γ a $D\sigma$ fölület-elem befelé mutató normálisának az irány-cosinusai.

Ebből folyólag a T tér belsejében mindenütt

$$\begin{aligned} X_0 - \left(\frac{\partial X_1}{\partial x} + \frac{\partial X_2}{\partial y} + \frac{\partial X_3}{\partial z} \right) &= \Sigma A_0 \varphi - \\ &- \left(\frac{\partial}{\partial x} \Sigma A_1 \varphi + \frac{\partial}{\partial y} \Sigma A_2 \varphi + \frac{\partial}{\partial z} \Sigma A_3 \varphi \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_0 - \left(\frac{\partial Y_1}{\partial x} + \frac{\partial Y_2}{\partial y} + \frac{\partial Y_3}{\partial z} \right) &= \Sigma B_0 \varphi - \\
 &- \left(\frac{\partial}{\partial x} \Sigma B_1 \varphi + \frac{\partial}{\partial y} \Sigma B_2 \varphi + \frac{\partial}{\partial z} \Sigma B_3 \varphi \right), \quad (10)
 \end{aligned}$$

.

és e tér határán, vagyis az S fölületen mindenütt

$$\begin{aligned}
 N_1 \alpha + N_2 \beta + N_3 \gamma &= -\Sigma L \varphi + \alpha \Sigma A_1 \varphi + \beta \Sigma A_2 \varphi + \gamma \Sigma A_3 \varphi, \\
 Y_1 \alpha + Y_2 \beta + Y_3 \gamma &= -\Sigma M \varphi + \alpha \Sigma B_1 \varphi + \beta \Sigma B_2 \varphi + \gamma \Sigma B_3 \varphi,
 \end{aligned} \quad (11)$$

.

4. Mivel a föltevés szerint az adott korlátozó relatiók, vagyis az (1) és (2)-féle relatiók csupa egyenlőtlenségekből állottak, így a φ és ϱ -féle multiplicatorok nem-negatív mennyiségeket jelentenek. Ha egyenletek is fordulnának elő közöttük, vagy ha csupa egyenletekből állanának, akkor csupán abban a tekintetben módosul az egész eljárás, hogy az egyenletek multiplicatorai semmi előzetes megszorítást nem viselnek.

Ha némely előforduló függvények bizonyos fölületeken folytonosság-szakadást szenvednének a T térben, úgy ez a körülmény a részleges quadraturák végzésében figyelembe veendő. A mennyiben azonban a ξ, γ, \dots határozatlanok számára közönséges folytonosság-szakadási fölületek volnának előírva, általában véve az ilyen fölületekhez is tartoznak korlátozó relatiók a ξ, γ, \dots határozatlanok között. Ezek a relatiók a ξ, γ, \dots határozatlanoknak a különös fölületek egyik és másik oldalát megillető értékei között állanak fenn a fölületek pontjaiban. Természetesen ezek a relatiók is (9)-be iktatandók multiplicatoros fölületi integratiók útján, oly módon, mint a határ-fölülethez tartozó relatiók.

2. §. A folytonos térfoglaláshoz térve, tegyük föl egyszersemind, hogy alkotó részeket kell megkülönböztetnünk az anyagi rendszerben, a melyek folytonosságban ugyanazt a tért töltik ki, de különböző kényszereknek és szabad erőeknek vannak alávetve.

Ezentúl a Σ összegezési jelvény azokra a különböző alkatrészekre vonatkozzék, a melyek mint egy testben foglalt anyagi összetevők jönnek tekintetbe és S összegezési jelvény vonatkozzék azokra a különböző testekre, a melyek az anyagi rendszert képe-

zik. Az egyes testekben minden előforduló változó a hely és idő folytonos függvényét jelentse.

Elhhez képest I. (12) helyett némely ottani jelölések megváltoztatásával, a következő egyenlőtlenségünk legyen :

$$\begin{aligned} & S \Sigma \int_{\tau} [(k\bar{x} - X - \mathfrak{X}) \delta x + (k\bar{y} - Y - \mathfrak{Y}) \delta y + (k\bar{z} - Z - \mathfrak{Z}) \delta z] D\tau \\ & + S \Sigma \int_{\sigma} [(P + \mathfrak{P}) \delta x + (Q + \mathfrak{Q}) \delta y + (R + \mathfrak{R}) \delta z] D\sigma > 0, \end{aligned} \quad (12)$$

a hol a fölületi integrálok részleges quadraturákból származottaknak tekintendők, azaz úgy fogandók föl, hogy ha α , β , γ a $D\sigma$ fölület-elem befelé mutató normalisának az iránycosinuszai, úgy

$$\begin{aligned} P &= P_1 \alpha + P_2 \beta + P_3 \gamma, \\ \mathfrak{P} &= \mathfrak{P}_1 \alpha + \mathfrak{P}_2 \beta + \mathfrak{P}_3 \gamma, \text{ stb.} \end{aligned}$$

és eredetileg az ennek megfelelő tér-integrálok foglaltak helyet az egyenlőtlenségben a fölületi integrálok helyett.

A kényszer kifejezései a testektől elfoglalt τ terek számára homogen és linearis relatiók az anyagi összetevőkbe tartozó virtualis elmozdulások, elfordulások és deformatiók (kiterjedések és elferdülések) componensei között. A kényszer kifejezései a testek σ határfölületei számára homogen és linearis relatiók az anyagi összetevőknek a $D\sigma$ fölületelemekkel határos elemi részeinek a virtualis elmozdulási componensei között.

Az a követelés, hogy a kényszer járulékaiból (surlódás stb.) származó erők — a mostani jelölés szerint $(\mathfrak{X}/\tau, \mathfrak{Y}/\tau, \mathfrak{Z}/\tau)$ és $(\mathfrak{P}/\sigma, \mathfrak{Q}/\sigma, \mathfrak{R}/\sigma)$ — megváltoztatott előjellel kielégítsék a virtualis elmozdulások relatióit, ezúttal a térbeli $(\mathfrak{X}/\tau, \mathfrak{Y}/\tau, \mathfrak{Z}/\tau)$ erőket illetőleg általában véve nem bír értelemmel, mert általában a virtualis elmozdulások deriváltjait tartalmazzák azok a relatiók, már pedig bizonyos, hogy az \mathfrak{X}/τ stb. componensek nem minden esetre deriválhatók, t. i. a miatt, hogy a $D\tau$ térelemek tetszés szerint választhatók. Most az $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z})$ és $(\mathfrak{P}, \mathfrak{Q}, \mathfrak{R})$ vectorokra rójjuk ki, hogy megváltoztatott előjellel véve kielégítsék a virtualis elmozdulások relatióit. Ez a rendelkezés nem ellenkezik az I. fejezet megállapításával, mert a $D\tau$ térelemek olyatén megválasztásában, hogy egyenlő térfogatúak legyenek azok, nyilvánképen telje-

sen megegyezik ama megállapítással. A $(\mathfrak{P}/\sigma, \mathfrak{Q}/\sigma, \mathfrak{R}/\sigma)$ fölületi erőket illetőleg a mostani rendelkezés és az I. fejezet megállapítása egészen általánosan megegyezik, mert a \mathfrak{P}/σ stb. féle componensekkel képezett fölületi kényszer-relatiókból a \mathfrak{P}/σ fölület-elem törölhető.

Ha különböző anyagi összetevők között átalakulások folynak, úgy némely összetevők tömege növekedik, másoké fogy, tehát az úgynevezett continuitási egyenlet nem illeti meg külön-külön az egyes anyagi összetevőket, hanem csak azok bizonyos halmazaira vonatkoztatható.

IV.

1. §. Abban a hypothesisben, hogy a coordinata-tengelyek mindenkor helyzete megválasztható olykép, hogy egy független anyagi rendszerben szabad erők ne hassanak, jelöljék $(\partial x, \partial y, \partial z)$ a lehetséges elmozdulásokat. Tekintetbe véve, hogy független anyagi rendszerben folytonosság-szakadási fölületek nem fordulnak elő, III. (12) helyét a következő egyenlőtlenség foglalja el:

$$\Sigma \int_T [(k\dot{x} - \mathfrak{X}) \partial x + (k\dot{y} - \mathfrak{Y}) \partial y + (k\dot{z} - \mathfrak{Z}) \partial z] D\tau > 0, \quad (1)$$

a hol T a független anyagi rendszertől betöltött tért jelenti.

Az a föltevés, hogy nem fordulnak elő folytonosság-szakadási fölületek, azon a szükségességen alapszik, hogy egy független anyagi rendszerbe a testek határ-rétegei föltétlenül bele számíthatók: a határ-rétegek kirekesztésével számba vett rendszer nem tekinthető függetlennek, mert számottevő mértékben függ az a határ-rétegektől, bármi vékony térközök tulajdoníthatók is ezeknek térfogat gyanánt; a határ-rétegek kirekesztésével megmaradt rendszerben már szabad fölületi erők nyilvánulnak, t. i. azokon a fölületeken, a melyek a kirekesztett határ-rétegek geometriai jelvényei. Egy egyszerű példa elégséges lesz ennek analitikus formában való fölismerésére. Tegyük föl, hogy a kényszert a független rendszer terében mindenütt ez az egyetlen egyenlőtlenség fejezi ki:

$$\Sigma \left(A_0 \delta x + A_1 \frac{\partial \delta x}{\partial x} + A_2 \frac{\partial \delta x}{\partial y} + A_3 \frac{\partial \delta x}{\partial z} + \dots + \right. \\ \left. + B_0 \delta y + \dots + C_0 \delta z + \dots \right) D\tau > 0,$$

a hol az összegelés a Σ jegy értelményének megfelelően az egy helyen együtt lévő anyagi componensek megkülönböztetése szerint gondolandó. Ekkor a T térben minden egyes anyagi összetevő számára ilyen egyenleteink vannak:

$$k\ddot{x} = \mathcal{X} + \lambda A_0 - \left(\frac{\partial \lambda A_1}{\partial x} + \frac{\partial \lambda A_2}{\partial y} + \frac{\partial \lambda A_3}{\partial z} \right), \\ k\ddot{y} = \mathcal{Y} + \lambda B_0 - \left(\frac{\partial \lambda B_1}{\partial x} + \frac{\partial \lambda B_2}{\partial y} + \frac{\partial \lambda B_3}{\partial z} \right), \\ k\ddot{z} = \mathcal{Z} + \lambda C_0 - \left(\frac{\partial \lambda C_1}{\partial x} + \frac{\partial \lambda C_2}{\partial y} + \frac{\partial \lambda C_3}{\partial z} \right).$$

Szorozzuk meg ezeket az egyenleteket rendre $\delta x/D\tau$, $\delta y/D\tau$, $\delta z/D\tau$ -val, azután adjuk össze és integráljuk a határ-rétegek térközeinek a kirekesztésével a T térre kiterjedőleg. Részleges quadraturák végzésével, az S összegelési jelnek az előbbi fejezetben tulajdonított értelmény szerint ehhez az egyenlethez jutunk:

$$S\Sigma \int_{\tau} [(k\ddot{x} - \mathcal{X}) \delta x + \dots + \dots] D\tau = \\ = S\Sigma \int_{\tau} \left(A_0 \delta x + A_1 \frac{\partial \delta x}{\partial x} + \dots \right) \lambda D\tau + \\ + S\Sigma \int_{\tau} [A_1 \alpha + A_2 \beta + A_3 \gamma] \delta x + \dots + \dots \lambda D\sigma,$$

tehát a kényszer-relatio értelmében most (1) helyett a következő alap-egyenlőtlenségünk nagyon

$$S\Sigma \int_{\tau} [(k\ddot{x} - \mathcal{X}) \delta x + \dots + \dots] D\tau - \\ - S\Sigma \int_{\sigma} [(A_1 \alpha + A_2 \beta + A_3 \gamma) \delta x + \dots + \dots] \lambda D\sigma > 0,$$

a hol

$$(A_1 \alpha + A_2 \beta + A_3 \gamma) D\sigma \\ (B_1 \alpha + B_2 \beta + B_3 \gamma) D\sigma \\ (C_1 \alpha + C_2 \beta + C_3 \gamma) D\sigma$$

mint fölületi szabad erők componensei jelentkeznek.

A közönséges mechanikához úgy jutunk el, ha a határ-rétegeken kívül még egyes anyagi összetevőket is kirekesztünk a független rendszerből (egyebek közt az æther), másokat pedig a lehetséges elmozdulások képzésében mozdulatlanul hagyunk, csupán azokat a lehetséges elmozdulásokat tartva számon, a melyek ez anyagi részek mozdulatlansága mellett lehetségesek, s ezek a virtualis elmozdulások. A kirekesztett anyagi részt külső rendszernek, a többit belső rendszernek nevezzük el. Hogy már most eljuthassunk a közönséges mechanikához, válasszunk ki a kényszer relatiói közül azokat, a melyek csak a belső rendszerbe tartozó elmozdulásoktól függenek. Ezek vagy készen vannak a relatiók között, vagy a külső rendszerbe tartozó elmozdulások componentseinek eliminálásával multiplicatoros összeadások által állíthatók elé. Összességük azonban mindazokat az elmozdulásokat szolgáltatja, a melyek a belső rendszerben egyáltalán lehetségesek.

Ennek az állításnak a bebizonyítása végett írjuk:

$$\begin{aligned} A'_{i1} u_1 + A'_{i2} u_2 + \dots + A'_{im} u_m &\equiv U'_i, \\ A_{i1} u_1 + A_{i2} u_2 + \dots + A_{im} u_m &\equiv U_i, \\ B'_{i1} v_1 + B'_{i2} v_2 + \dots + B'_{in} v_n &\equiv V'_i, \\ B_{i1} v_1 + B_{i2} v_2 + \dots + B_{in} v_n &\equiv V_i \end{aligned}$$

és vegyük tekintetbe a következő relatio-rendszert:

$$\begin{aligned} U'_1 + V'_1 &= 0, & U'_2 + V'_2 &= 0, & \dots \\ U_1 + V_1 &> 0, & U_2 + V_2 &> 0, & \dots \end{aligned}$$

1. Ha ez a rendszer készen tartalmaz oly relatiókat, a melyekben u nem fordul elő, vagy legalább következtethetők belőle ilyen relatiók, azaz implicite tartalmaz ilyeneket, akkor léteznek olyan λ' multiplicatorok és λ nem-negatív multiplicatorok, nem csupa zérusok, hogy

$$\sum \lambda' U' + \sum \lambda U \equiv 0$$

még pedig oly számú (λ', λ) rendszer létezik, a mely számú az explicite és implicite létező u -talan relatio. Az explicite előforduló u -talan relatiókat illetőleg evidens ennek az állításnak a helyesége. Az implicite előfordulókat illetőleg pedig azonnal belátjuk

azt, ha megfontoljuk, hogy minden következményes relatio baloldala kifejezhető az egyenletek baloldalainak multiplicatorok és az egyenlőtlenségek baloldalainak nem-negatív multiplicatorok szerint való összeadásával, tehát ha $V_0 > 0$ vagy $V_0 = 0$ implicite tartalmazott relatióknak van, úgy létezik oly (λ', λ) multiplicator-rendszer, hogy

$$\Sigma(U' + V')\lambda' + \Sigma(U + V)\lambda \equiv V_0,$$

honnan a fentebbi identitás következik.

Ily identitás hiányában nemcsak explicite nem foglaltatik u -talan relatio az adott rendszerben, de implicite sem, azaz nem eliminálhatók az u határozók a rendszerben foglalt relatiók között.

Ebben az esetben, vagyis ha u -talan relatiók sem explicite, sem implicite nem foglaltatnak az adott rendszerben, a v határozatlanok minden gondolható értéket fölvehetnek, ezek értéktartományára nem ró ki semmi megszorítást a rendszer. Számítsunk ki ugyanis az $(U' + V' = 0)$ adott egyenletekből annyi u mennyiséget a többi u -knak és a v -knek a függvényei gyanánt, a mennyit csak lehet. Azután helyettesítsük be az $(U + V = 0)$ adott egyenlőtlenségekbe a kiszámított u mennyiségek kifejezéseit. Ily módon oly rendszert fognak képezni ezek az egyenlőtlenségek, a mely æquivalens az egész adott rendszerrel. Írjuk így a helyettesítésekkel előállított egyenlőtlenségi rendszert:

$$U_1 + V_1 \geq 0, \quad U_2 + V_2 > 0, \dots$$

Minthogy a föltevés szerint nem eliminálhatók az u mennyiségek, így nem léteznek oly nem-negatív multiplicatorok λ , a melyek mellett a $\Sigma \lambda U$ összeg identikusan eltűnjék és következőleg egyszerre valamennyi U lehet zérusnál nagyobb, mint az I. 3. alatt lévő bizonyítás nyomán látható. Ebből folyólag bármely értékeket tulajdonítsunk is a v határozatlanoknak, megválaszthatók olyképen az U kifejezésekben még előforduló u határozatlanok értékei, hogy az $U_1 + V_1 \geq 0$ stb. egyenlőtlenségek mind teljesüljenek, tehát a v határozatlanok bármely értékeket fölvehetnek.

2. Ha explicite vagy implicite tartalmaz oly relatiókat a rendszer, a melyekben nincs u , akkor pedig mindazokat az érté-

keket fölvehetik a v határozatlanok, a melyek ezeknek az u -talan relatióknak az összességét kielégítik.

Hogy meggyőződést szerezzünk ennek az állításnak az igaz voltáról, számítsunk ki ismét annyi u mennyiséget az adott $(I'' + I' = 0)$ egyenletekből, mint a többi u -knak és a v -knek a függvényét, a mennyit csak lehet. Azután helyettesítsük be a kiszámított u mennyiségek kifejezéseit minden adott egyenletbe és egyenlőtlenségbe. Lesz egy oly egyenlet-rendszerünk

$$I'_1 = 0, \quad \bar{V}'_2 = 0, \dots \quad (a)$$

a melyben u mennyiségek nem fordulnak elő, és lesz egy egyenlőtlenségi rendszerünk

$$\bar{U}_1 + \bar{V}_1 \geq 0, \quad \bar{U}_2 + \bar{V}_2 \geq 0, \dots \quad (b)$$

a melyben a kiszámított u mennyiségek nem fordulnak elő. Az (a) és (b) rendszer együtt æquivalens az eredeti rendszerrel.

Most egyelőre csak egy u mennyiséget elimináljunk a (b) alatti relatiókból a bennük még előforduló u mennyiségek közül, s legyen ez az u_1 . Erre a célra írjuk így azokat az egyenlőtlenségeket (b) -ben, a melyek tartalmazzák az u_1 mennyiséget:

$$\begin{aligned} u_1 - P_1 &\geq 0, & u_1 - P_2 &\geq 0, \dots \\ -u_1 + Q_1 &\geq 0, & -u_1 + Q_2 &\geq 0, \dots \end{aligned} \quad (b')$$

a hol P_1, P_2 , stb. Q_1, Q_2 , stb. természetesen u_1 -től nem függenek. A következő rendszer képezi az eliminálások eredményét:

$$\begin{aligned} Q_1 - P_1 &\geq 0, & Q_1 - P_2 &\geq 0, \dots \\ Q_2 + P_1 &\geq 0, & Q_2 + P_2 &\geq 0, \dots \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \end{aligned} \quad (c)$$

Ki kell tünnie, hogy eltekintve az (a) alatti egyenletektől és a (b) -ben u_1 -től független egyenlőtlenségektől, az u_1 -en kívül még előforduló határozatlanok, mindazokat az értékeket fölvehetik, a melyeknek a föl vételét a (c) alatti egyenlőtlenségek megengedik, a mi azt jelenti, hogy mindent számba véve, mindazt az értéket fölvehetik azok a határozatlanok, a melyek az (a) alatti egyenletekkel, a (b) alatti u_1 -telen egyenlőtlenségekkel és a (c) alatti egyenlőtlenségekkel megférnek. Hogy pedig ez valóban így vagyon, ki-

tetszik abból, hogy az u_1 határozatlannak az értéke mindig megválasztható úgy, hogy ne legyen kisebb mint a legnagyobb P , és ne legyen nagyobb mint a legkisebb Q , mert (c) szerint nincs olyan Q , a mely kisebb volna, mint valamelyik P ; következésképp mihelyt (c) teljesül, már bármi értékekkel bírjanak is különben a P és Q kifejezések, u_1 értéke megválasztható úgy, hogy a (b') alatti rendszer teljesítve legyen.

Egy második, még előforduló u mennyiségnek az eliminációja hasonló eredményhez juttat s i. t. Ezzel a kimondott állítás be van bizonyítva.

3. Az előadott következtetések a III. fejezetben foglalt bizonyítás értelmében egy folytonos anyagi rendszer kényszer-kifejezőseire is alkalmazhatók. E szerint kiválasztván a kényszer-relatiók rendszeréből mindazokat a benne explicite vagy implicite foglalt relatiókat, a melyek csak a belső anyagi rendszerbe tartozó lehetséges elmozdulásoktól függenek, valóban csupán ezeknek a kiválasztott relatióknak a rendszere szolgál a belső anyagi rendszerben lehetséges elemi elmozdulások meghatározására, vagyis éppen azok az elemi elmozdulások lehetségesek a belső anyagi rendszerben, a melyek ezekkel a kiválasztott relatiókkal megférnek.

Ha már most az (1) alatti alaprelationak megfelelően az egész független rendszerre nézve megszerkesztjük a multiplicatoros kifejezéseket, mint föntebb egy speciális példában tettük, a midőn a határ-rétegek kirekesztéséről volt a szó, azután az egész külső rendszer kirekesztésével foglaljuk tér-integrálba ezeket a kifejezéseket, úgy mint előbb pusztán a határ-rétegek kirekesztésével tettük, tehát a belső anyagi rendszerbe tartozó gyorsulási componensek kifejezéseit egyesítjük egy tér-integrálba: partialis quadraturák végzése után s tekintettel a belső rendszerben lehetséges elemi elmozdulások összes relatióira oly relatióhoz jutunk alaprelatio gyanánt a belső rendszer számára, a milyen III (12), hol most $(X)_{\tau}$, $(Y)_{\tau}$, $(Z)_{\tau}$ és $(P)_{\sigma}$, $(Q)_{\sigma}$, $(R)_{\sigma}$ az egész független rendszerre vonatkozó kényszernek ama kifejezéseiből származnak, a melyek a külső rendszerbe tartozó elmozdulásoktól is függenek. Természetesen az eredeti kényszer-relatiókhöz hozzácsatolva kell gondolnunk azokat a relatiókat is, a melyek a külső rendszerbe tartozó lehetséges elmozdulások componenseinek az eliminálásá-

val származtathatók. Az ily módon előállított III (12)-féle relatio a belső rendszerben lehetséges elemi elmozdulásokkal érvényes, mert azoknak a relatióknak az összességére való tekintettel nyeretett, a melyek csak a belső rendszerbe tartozó elemi elmozdulásoktól függenek s az egész független rendszer kényszerének a relatio rendszerében explicite vagy impliciten foglaltatnak. Ezeknek a relatióknak megváltoztatott előjellel szükségképen eleget tenni kötelesek az $(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z})$ illetőleg $(\mathfrak{P}, \mathfrak{Q}, \mathfrak{H})$ -féle vectorok, a kényszerjárásek ez erő-vectorai. Mind ebben föl van tételezve, hogy bizonyos módon van választva a coordinata-tengelyek mindenkori helyzete. Más helyzet esetében, ha változik az a régre nézve, általában mások lesznek a külső rendszertől származó $(X/\tau, Y/\tau, Z/\tau)$ -féle ú. n. szabad erők, úgy hogy részint a külső rendszertől, részint a coordinatatengelyek helyzetváltozásából származnak azok.

Ha azokra az elemi elmozdulásokra szorítkozunk a belső rendszerben, a melyek egy részének a mozdatatlansága mellett lehetségesek, akkor a másik részének ú. n. virtualis elmozdulásaival van dolgunk. Most a belső rendszer kényszer-relatiói, valamint a III (12) relatio is, a melyek itt eredetileg a belső rendszer minden lehetséges kizavarására szólottak, csak a virtualis elmozdulások componenseit tartalmazzák, vagyis azoknak az elemi elmozdulásoknak a componenseit, a melyek az egyik rész (mellék-rész) mozdatatlansága mellett lehetségesek a másik részben (fő-rész). A mennyiben most az $(\mathfrak{X}/\tau, \mathfrak{Y}/\tau, \mathfrak{Z}/\tau)$ és $(\mathfrak{P}/\sigma, \mathfrak{Q}/\sigma, \mathfrak{H}/\sigma)$ -féle erőket a III. fejezet értelmében a kényszer új relatiói alá rendeljük, elvesztik ezek az erők eredeti jelentményüket, a melylyel t. i. (1)-ből folyólag bírtak, és most a kényszer azon járáseinek a reactióit jelentik, a melyek a mellék-rész mozdatatlansága mellett érvényesülnének.

2. §. Az æther mechanikájában belső anyagi rendszerek úgy választandók, hogy a külsők egészen a belsőtől elfoglalt téren kívül legyenek, vagyis a belső rendszer mindazt az anyagi összetevőt magában foglalja, a mely a tér egy részében létezik. Akkor csak megfelelő módon definiálandók kényszer-kifejezések a belső rendszer számára és szabad fölületi erők a belső rendszer határára.

E mellett egyszerűbb esetekben a belső rendszer egész pon-

derabilis része mellékrésznek számíthat, tehát az æther azon elemi megzavarásait szükséges csak tekintetbe venni, a melyek a belső rendszer ponderabilis részének a mozdulatlansága mellett lehetségesek. Ez pl. az ú. n. tiszta æthernek az esete, mert csak úgy juthatni logikai ellenmondástól mentes és a tapasztalással egyező kényszer-kifejezésekhez a «tiszta» æther számára, ha fölteszszük, hogy valósággal nem tiszta az, hanem mindenütt ponderabilis anyaggal elegyesen fordul elő.

A kényszer kifejezései természetesen kinematikus mennyiségekre vonatkoznak (III. 2.), a melyek vagy egyenesen a lehetséges, illetőleg virtualis elmozdulások számára képezve jelentkeznek, vagy tényleges kinematikus mennyiségek lehetséges, illetőleg virtualis megváltozásaival határozvák meg. A «tiszta» ætherbe tartozó electro-magnetikus mező mechanikai képéhez pl. úgy jutunk el, ha abból a föltevésből indulunk ki, hogy a «tiszta» æther elemi részeinek tényleges elfordulási szögei virtualis megváltozással nem nagyobbodhatnak.

Bizonyos testeket illetőleg föl kell tennünk, hogy azokban az æther oly részei, a melyek ugyanazt a tért foglalják el, különböző kényszereket uralnak, úgy, hogy ezek a testek mintegy különböző æther-összetevőket tartalmaznak. Azonkívül lehetségesnek kell tartani, hogy ezek közt az æther-összetevők közt átalakulások folynak, tehát egyeseknek a tömege mások tömegének a rovására növekszik vagy fordítva.

A tapasztalás arra mutat, hogy æther és ponderabilis testek közt a határrétegekben nincs számot tevő surlódás, más szóval, hogy nincs köztük számot tévő fölületi surlódás. Ebből nem következik, hogy æther és ponderabilis testek közt nincs jelentékeny belső (térbeli) surlódás. Ennek a lehetősége is tekintetbe veendő, még pedig annál inkább, mert nem ellenkezik az azzal a LORENTZ-től követett föltevéssel sem, hogy az æther nem vesz részt a ponderabilis testek észlelhető mozgásaiban.

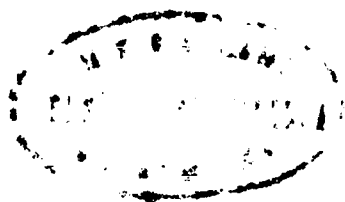
★

A kényszerek nem értelmezhetők, a legelemiebbek sem, mi-lyen pl. az összenyomhatatlanság, ép oly kevésbé magyarázhatók járulékaik, minő a surlódás. Analytikai kifejezéseik minden tovább

fürkésző kérdés kizárásával az anyagi minőség alapvető definitióinak tekintendők. Egy jelenség vagy jelenség-csoport magyarázata pedig abból áll, hogy oly mechanikai analogont szerzünk annak a jelképezésére, leírására, a melyben csupán a föltételezett kényszer és járulécai a IV. (1) illetőleg III. (12) elvi egyenlőtlenséggel egyetemben maradnak magyarázatlanul, de minden egyéb már logikai következetességgel fejthető ki ezekből a magyarázatlan kezdetekből, a melyek fölfogásaink végső alapzatának tekintendők.

•

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1900 december 17.-én tartott üléséből.)



A HIGHMORÜREG VISZONYA AZ IKÖBÖLHÖZ ÉS A LEGMELLSŐBB ROSTASEJTEKHEZ.

ÓNODI ADOLF 1. tagtól.

Két táblával.

A boncztnai könyvekben és monographiákban a Highmor-üregnek és az iköbölnek rendes és rendellenes kiterjedései, valamint a nevezett melléküregek kiöblösödései le vannak írva. Olyan esetekről azonban, hol az említett melléküregek rendellenes kiterjedése és kiöblösödése kölcsönös érintkezéshez és egy vékony közös falhoz vezettek volna, sem ZUCKERKANDL,* sem HAJEK** említést nem tesz. Úgy náluk, mint HARTMANNnál,*** a ki a homloköböllel és a szomszédos rostasejtekkel behatóan foglalkozik, a Highmor-üregnek a mellső rostasejtekkel való összefüggéséről szintén nincsen említés téve. Csak ZUCKERKANDL említ egy esetet, hol egy hátulsó rostasejt a Highmorüreggel összeköttetésben állott.

Húsz fejen végeztem vizsgálatokat, hogy a Highmorüregnek az iköbölhöz és a mellső rostaöblökhöz való viszonyát megismerjem. Eddig ismeretlen viszonyokat találtam, melyeket készítményeken a magyar gégegyógyászati egyesületben demonstráltam is. Közbejött betegségem megakadályozott abban, hogy ezen felette érdekes és gyakorlatilag fontos vizsgálatokat újra felvegyem. Az elért eredmények rövid közlése és fényképfelvételre alkalmas egyes készítmények bemutatása azt célozza, hogy ezen megismert új viszonyokról a szakférfiak tudomást szerezzenek és figyelmüket

* Anatomie der Nasenhöhle. 1893.

** Pathologie u. Therapie der Nebenhöhlen der Nase. Wien, 1899.

*** Atlas der Anatomie der Stirnhöhle etc. Wiesbaden, 1900.

felhívják gyakorlati fontosságukra a melléküregek empyemájánál és egyéb kóros elváltozásainál, azon reményben, hogy ezek alkalmasok lesznek megfelelő klinikai tanulmányok megejtésére serkenteni. Már 1893-ban megjelent könyvemben* egy harántmetszetet közöltem, melyen a vékony közös fal az iköböl és a Highmorüreg között jól volt látható. 20 fejen végzett vizsgálataim következő eredményhez vezettek. A Highmorüreg és az iköböl oly nagy kiterjedést ölthetnek, hogy egymáshoz egészen közel jutnak. Ezen szomszédos közeli viszonyt rendellenes kiöblösödések létesítik, természetesen ezen esetekben a melléküregeknek rendkívüli kiterjedése van jelen. Az iköböl ezen kiöblösödését recessus maxillaris névvel, a Highmorüreg részéről pedig recessus sphenoidalis névvel jelölhetjük. A megfelelő üregek maxillaris és sphenoidalis kiöblösödései kölcsönösen elérhetik egymást és ez által egy közös vékony válaszfalat képezhetnek. Egy harántmetszet érzékíti ezen viszonyokat (1. ábra). Ezen készítményen a melléküregek rendkívüli módon vannak kifejlődve. Az iköböl 3·7 ctm. magas, 4·7 ctm. széles és 3·5 ctm. hosszú. A Highmorüreg 4·2 ctm. hosszú és 3·6 cm. széles.

A vékony válaszfal kiterjedése a két melléküreg között 1 ctm. Az iköböl legmélyebb pontja megfelel az alsó orrkagyló hátulsó vége magasságának.

Egy másik esetben szintén láttuk az iköböl és a Highmorüreg rendkívüli kiterjedése mellett a megfelelő kiöblösödések egymás közvetlen közelségében, úgy hogy a két melléküreg között a távolság 4 mm. Az iköböl 4·2 ctm. magas, 6 ctm. széles és 4 ctm. hosszú. A Highmorüreg 3·8 ctm. hosszú és 3·2 ctm. széles. Az iköböl egy érdekes kiöblösödést mutat, mely az orrsövény lemezei között mellfelé terjed. Ezen recessus 3·5 ctm. magas, 1·5 ctm. széles és 2·2 ctm. hosszú. A recessus ama részletének hossza, mely az orrsövény lemezei között fekszik, 1·5 ctm. Az iköböl legmélyebb pontja a középső orrkagyló hátsó vége alatt fekszik.

Egy homlokmetszeten is kifejezve találtam ezen viszonyokat.

* ÓNODI. Az orr és melléküregei. Budapest. Die Nasenhöhle und ihre Nebenhöhlen. Wien. 1893. Le cavita nasali. Torino. 1894. Atlas of the nasal cavity and sinuses. London, 1895.

Ezen esetben (2. ábra) az iköböl kiterjedése mellfelé vette irányát. A rendkívüli kiöblösödés az ala sphenoidalis legmellsőbb pontjáig terjedt mellfelé és aláfelé a Highmorüregig, melytől csak egy nagyon vékony fallal volt elválasztva.

Ezen esetben a magasság a középvonalban a kemény szájpad és a koponyaüreg között 9 ctm., e mellett az iköböl 2·7 ctm. magas és a Highmorüreg 3·7 ctm. magas. A vékony közös válaszfal kiterjedése az iköböl és Highmorüreg között 1 ctm.

Ezen említett rendkívüli kiterjedések és kiöblösödések mellett még egy körülmény jó tekintetbe, nevezetesen a hátulsó orrnyílások szűkült volta; ezek ilyen módon épen úgy felülről és kívülről, valamint felülről és belülről szűkítve lehetnek.

Érdekes a hátulsó rostasejtek viszonya is a Highmorüreghez. ZUCKERKANDL említ egy esetet, hol a hátulsó rostasejt és a Highmorüreg között közlekedés állott fenn. Az említett üregek kiterjedésétől függ, hogy milyen mértékben érintkeznek a hátulsó rostasejtek a Highmorüreggel, vagyis milyen kiterjedést ölt a közös válaszfal a hátsó rostasejtek és a Highmorüreg között. Ezen viszonyt érzékíti a harmadik ábra.

Ezen viszonyt láttuk egy más esetben is, egy homlokmetszeten, hol a Highmorüreg kiöblösödése felfelé olyan nagy volt, hogy 6 mm.-nyi kiterjedésben képezte fenekét egy hátulsó rostasejtnak. Egy harmadik fejen, szintén homlokmetszeten, a közös válaszfal kiterjedése a hátulsó rostasejt és a Highmorüreg között 9 mm. Ezen esetben a Highmorüreg a hátulsó rostasejt oldalsó falát képezte. Egy harántmetszeten ezen viszonyokat még jobban kifejezve találtuk, a hátulsó rostasejtek szélessége 18 mm. volt és épen a Highmorüreg felett voltak elhelyezve, úgy, hogy ez utóbbi 2·2 ctm. hosszúságban és 1 ctm. szélességben képezte mint vékony válaszfal a hátulsó rostasejtek fenekét. Ezen esetben a Highmorüreg teteje az iköböl fenekéig ért, vagyis azon pontig, a hol az iköböl és a hátulsó rostasejt összeérnek.

Ismeretlen volt eddig a Highmorüreg viszonya, illetve közlekedése a legmellsőbb rostasejtekkel. HARTMANN, a ki most megjelent atlaszában a legmellsőbb rostasejtek pontos leírását adja, melyek közvetlenül a homloköböl körül vannak elhelyezve, ezen viszonyokról nem tesz említést. A Highmorüreg és a legmellsőbb

rostasejtek vagy úgynevezett homloksejtek között levő összefüggés ép úgy a Highmorüreg, mint a legmellsőbb rostasejtek kiterjedésétől függ, továbbá még a Highmorüreg nyílásának a helyzetétől is. Több metszeten találtam, hogy a Highmorüreg nyílása (ostium maxillare) a fissura sigmoidea legmellsőbb részletén volt elhelyezve. Egy nyílrányú metszeten a Highmorüreg nyílása az alsó orrkagyló mellső vége előtt és fölött, 9 mm.-nyire a margó infraorbitalistól volt elhelyezve, a homloköböl nyílása és a legmellsőbb rostasejtek nyílásai az ostium maxillare mögött feküdtek. Egy másik nyílrányú metszeten az ostium maxillare 6 mm.-nyire volt elhelyezve a homloköböl és a legmellsőbb rostasejtek nyílásai előtt. Több esetben a homloköböl és a legmellsőbb rostasejtek nyílásai a Highmorüreg nyílásával egy függőleges síkba estek. Több metszeten a legmellsőbb rostasejtek egyenesen közlekednek a Highmorüreggel. A 4. ábra egy nyílrányú metszetet érzékit, mely belső felületén egy legmellsőbb rostasejtet, külső felületén a megnyitott Highmorüreget nyílásával mutatja; a két üreg direkt közlekedése világosan látható a készítményen.

Ezen nyílrányú metszeten a legmellsőbb rostasejt 12 mm. hosszú és 12 mm. magas, 1 ctm. széles, aláfelé és kifelé megszükül és egyenesen átmegy a Highmorüreg nyílásába; a Highmorüreg belső falának felső részlete és a legmellsőbb rostasejt külső falának alsó részlete egy közös falat képeznek. Egy nyílrányú metszeten a Highmorüreg nyílása vízszintes irányban megnyúlt, a nyílás hátulsó részlete a fissura sigmoideaiba nyílik, mellső részlete pedig egy legmellsőbb rostasejttel közlekedik.

Még röviden felemlíteni akarom, hogy több metszeten észleltem a homloköbölnek, a mellső és hátulsó rostasejteknek a szemüreg tetejének lemezei között való rendkívüli kiterjedését 3—4 ctm.-nyi hosszúságban és szélességben. Továbbá több nyílrányú metszet szépen mutatja a homloköböl és a közel fekvő rostasejtek között levő viszonyt, nyílásaik helyzetét és a homloköbölnek a rostasejtekkel való közlekedését.

Vizsgálataim és az elért eredmények alapján a figyelmet a Highmorüreg másodlagos következményes empyemáira irányítom, a mennyiben a homloköböl és a legmellsőbb rostasejtek empyemájánál a geny egyenesen a Highmorüregbe juthat, épenúgy a

hátulsó rostasejtek és az iköböl empyemájánál is a vékony közös válaszfal áttörése útján.

Ezen leírt leletek összhangban állanak JANSEN klinikai tapasztalataival. Levélbeli közléseiből kiemelem, hogy ő «in einer ausserordentlich grossen Anzahl von Fällen an die Eröffnung der Kieferhöhle die energische Ausschabung des Siebbeines und die Eröffnung der Keilbeinhöhle, alles von der eröffneten Kieferhöhle aus angeschlossen hat. Ebenfalls in einer sehr grossen Zahl von der Stirnhöhle aus durch das Siebbein in die Keilbeinhöhle vorgedrungen ist».

Az ábrák magyarázata (VII. és VI.I. tábla).

1. ábra. Harántmetszet fagyasztott hullából. *S* orrsövény; *cm* középső orrkagyló; *dnl* könnyorrjárat; *sm* Highmorüreg; *om* a Highmorüreg nyílása; *cs* felső orrkagyló; *ss* iköböl; * vékony közös válaszfal a Highmorüreg és az iköböl között.

2. ábra. Homlokmetset. *Ss* iköböl; * vékony válaszfal a Highmorüreg és az iköböl között; *sm* Highmorüreg; *cm* középső orrkagyló; *ci* alsó orrkagyló; *s* orrsövény.

3. ábra. Homlokmetset. *Cep* hátulsó rostasejt; *sm* Highmorüreg; * vékony válaszfal a Highmorüreg és a hátulsó rostasejt között; *t* retentióscysta a Highmorüregben.

4. ábra. Nyílrányú metset. *Ss* iköböl; *Cep* hátulsó rostasejt; *cea* mellső rostasejt; * legmellsőbb rostasejt közlekedése a Highmorüreggel; *cm* középső orrkagyló; *b* bulla ethmoidealis.

A BRÓM ÉS ÆTHYLALKOHOL EGYMÁSRA HATÁSÁNAK SEBESSÉGÉRŐL.

(Kísérletek állandó hőmérsékleten.)

BUGARSZKY ISTVÁN I. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

I. FEJEZET.

Irodalom.

A brómnak hatását æthylalkoholra Löwig * vizsgálta először. Löwig magas hőmérsékleten felesleges brómot hagyott abszolút alkoholra hatni s reactiotermékek gyanánt a következő vegyületeket mutatta ki: brómhydrogént, æthylbromidet, bromoformot, széntetrabromidet, bromált, hangyasavat és vizet. Utána SCHÄFER ** tanulmányozta ezt a kérdést. Ő a brómot — Löwig-től eltérően — gázalakban és relative csekély mennyiségben hagyta alkoholra hatni és reactiotermékek gyanánt brómhydrogént, æthylbromidet, bromoformot, széntetrabromidet, bromált, æthylacetátot, bibrómezcetsavat és vizet kapott.

II. FEJEZET.

A reactiotermékek vizsgálata és a reactio-egyenlet megállapítása.

Az új vegyületek egész sora, melyet az előbb említett 2 bűvár reactiotermékek gyanánt kimutatott, arra enged következtetni, hogy az általuk választott kísérleti körülmények mellett igen bonyodalmas chemiai átalakulás, több ú. n. *simultan chemiai reactio*

* LIEBIG's Annalen der Chemie u. Pharmacie, 3, 288 (1832).

** Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft, 4, 366 (1871).

folyik le egymás mellett. Úgy Löwig, mint SCHÄFER kísérleteinél a bróm és æthylalkohol *magas hőmérsékleten* hatottak egymásra s a reactio ilyen körülmények mellett igen heves, mint ezt mindkét szerző ki is emeli. Ha azonban a brómot állandó s a szoba-hőmérséklettől nem messze fekvő temperaturán engedjük (vizes) alkohol feleslegére hatni, a hatás annyira mérsékelt, hogy a reactio tovább haladása kísérletileg követhető egész a bróm teljes átalakulásáig. De ugyanekkor maga a reactio is sokkal egyszerűbb, mint magas hőmérsékleten, a mennyiben a hatás minden pillanatában az eltűnő brómmal æquivalens mennyiségben brómhydrogén keletkezik és brómsubstitutíós termékek nem képződnek.

Ennek megállapítása a következő kísérletek segítségével történt:

80 cem. absolut alkoholt 20 cem. vízzel elegyítettem; miután az egy OSTWALD-féle thermostatban felvette a 25° C.-nyi hőmérsékletet s közben lazán záró köszörült dugóval ellátott gömböcskében 0·8 gr. bróm pontosan lemértem, az utóbbit az alkoholos víz elegyébe dobtam, néhány másodpercznyi gyors rázás által a brómot a gömböcskéből oldatba vittem, az időt feljegyeztem, majd az elegyet thermostatba visszahelyeztem. A reactioelegyből 5 cem.-nyi részleteket felírt időközökben felesleges jódkáliumoldatba eresztettem s a kiváló jódot $\frac{1}{50}$ n. thiosulfatoldattal s ennek megtörténte után a képződött brómhydrogént $\frac{1}{20}$ n. barytvízzel — phenolphthaleint használva indikátorul — megtitráltam. Miután az összes bróm átalakult (a mi 24 óra múlva a reactio kezdetétől számítva már bekövetkezett), a brómhydrogén concentrációját barytvízzel történt titrálás mellett még $\frac{1}{20}$ n. ezüstnitrattal is meghatároztam, VOLHARD szerint végezve a titrálást.

Ugyanezt a kísérletet ismételtam az előbbinek felével (0·4012 grammal) egyenlő brómmennyiséggel is. Kísérleteimnek eredménye a következő két táblázatban van összeállítva:

I. táblázat.

| Idő perczek- ben | Bróm- concentratio (gramm-æqui- valensek száma literenként) | Brómhydrogén- concentratio (gramm-æqui- valensek száma literenként) | A bróm- és brómhydrogén- concentratio összege | Eltérés a középértéktől |
|------------------------|---|---|--|----------------------------|
| | T | A | $A + T$ | |
| 0 | 0.1020 | 0 | 0.1020 | — 0.0006 |
| 1 | 0.0869 | 0.0140 | 0.1009 | — 0.0017 |
| 5 | 0.0696 | 0.0317 | 0.1013 | + 0.0013 |
| 11 | 0.0591 | 0.0442 | 0.1033 | + 0.0007 |
| 26 | 0.0468 | 0.0565 | 0.1033 | + 0.0007 |
| 61 | 0.0335 | 0.0715 | 0.1050 | + 0.0024 |
| 121 | 0.0205 | 0.0836 | 0.1041 | + 0.0015 |
| 181 | 0.0135 | 0.0880 | 0.1015 | — 0.0011 |
| 25 | 0.0090 | 0.0931 | 0.1021 | — 0.0005 |
| ∞ | 0 | 0.1022 | 0.1022 | — 0.0004 |
| | | | középérték | 0.1026 |

II. táblázat.

| Idő perczek- ben | Bróm- concentratio (gramm-æqui- valensek száma literenként) | Brómhydrogén- concentratio (gramm-æqui- valensek száma literenként) | A bróm- és brómhydrogén- concentratio összege | Eltérés a középértéktől |
|------------------------|---|---|--|----------------------------|
| | T | A | $A + T$ | |
| 0 | 0.0515 | 0 | 0.0515 | + 0.0003 |
| 1 | 0.0431 | 0.0080 | 0.0511 | — 0.0001 |
| 5 | 0.0333 | 0.0165 | 0.0498 | — 0.0014 |
| 11 | 0.0282 | 0.0233 | 0.0515 | + 0.0003 |
| 16 | 0.0248 | 0.0170 | 0.0518 | + 0.0006 |
| 26 | 0.0207 | 0.0308 | 0.0515 | + 0.0003 |
| 61 | 0.0122 | 0.0390 | 0.0512 | ± 0 |
| 121 | 0.0062 | 0.0446 | 0.0507 | — 0.0005 |
| ∞ | 0 | 0.0515 | 0.0515 | + 0.0003 |
| | | | középérték | 0.0512 |

Ezekből az adatokból az tűnik ki, hogy a brómnak átalakulása (vizes) alkoholban kísérletileg követhető egészen a brómnak teljes eltűnéséig, a mi a brómnak előbb használt két kezdeti con-

centratiója mellett 24 óra lefolyása alatt (l. a 129. lapon) már bekövetkezett; ezen mérésekből továbbá az derül ki, hogy csakugyan az eltűnő brómmal æquivalens mennyiségű brómhydrogén keletkezik az átalakulás minden phasisában. A chemiai reactioegyenlet azonban ezen adatok alapján még nem írható fel, legfőlebb csak ebben a határozatlan alakban:



hol az egyenlőség jele helyett az egy irány felé mutató nyilat azért használok, mivel a reactio egyirányú.

Hogy a chemiai reactioegyenletet egész szabatosan felirhassuk, az összes reactiotermékeket izolálnunk, majd azonosságukra megvizsgálunk, s lehetőleg quantitative is meghatározunk szükségessé. Hogy ezt elérhessem, *nagyobb* brómmennyiséget hagytam lehetőleg csekély, de mégis akkora alkoholmennyiségre hatni, hogy a bróm *egészen* átalakuljon. Ennek keresztülvitelét azonban egy sajátságos kísérleti tény nehezíti meg. T. i. ha nagyobb concentrációban hat a bróm alkoholra, a hatás eleinte ugyan elég gyors, a reactiosebesség azonban practice csakhamar majdnem a zérus-értékre csökken és pedig annál előbb, minél nagyobb volt a bróm kezdeti concentratiója, úgy hogy annál hosszabb időtartam szükséges, hogy a bróm (gyakorlatilag) egészen átalakuljon, minél nagyobb volt a bróm kezdeti concentratiója. Így pl. már akkor, ha a bróm normal kezdeti concentratiójából indulunk ki, *napok* s 3—4 ekkora concentratio mellett már *hetek* szükségesek, hogy a reactio practice egészen lefolyjon.

Egy fogással azonban a reactiót pár óra alatt a befejezéséhez lehet juttatni, még ha a bróm kezdeti concentratiója igen nagy is. Ugyanis, mint ezen dolgozatom egy későbbi helyén ki fogom mutatni, a keletkező brómhydrogén a brómot mint hydrogéntribromidet (HBr_3) leköti, mely alkoholra már nem hat; tehát a brómhydrogén az oka annak, hogy a reactio látszólag és practice megakad, bár nem állott be chemiai egyensúlyállapot. Ezért ha gondoskodunk, hogy a brómhydrogén azon mértékben, a mint keletkezik, a közegből el is távolíttassék, el lehet érni, hogy a bróm — magas kezdeti concentratio mellett is — néhány óra alatt teljesen átalakuljon.

Az erre és a reactiotermékek izolálására és megvizsgálására vonatkozólag követett kísérleti eljárás részletei a következők:

280 kcm. (= 230 gr. = 5 gr.-mol.) æthylalkohol és 100 kcm. víz (ca. 10° C.-ra) lehűtött elegyéhez *apró részletekben* folytonos hűtés közben 135 kcm. (= 400 gr. = 2·5 gr.-mol.) brómot elegyítettem. Ennek megtörténte után a reactioelegy aliquot részében (rendesen 0·20 kcm.-ében) meghatároztam az előbb leírt módon, t. i. $\frac{1}{50}$ n. thiosulfattal, majd $\frac{1}{20}$ baryttal való titrálás útján a még át nem alakult bróm és a képződött brómhydrogén mennyiségét s ezen az alapon — ismerve az egész reactioelegy térfogatát — kiszámítottam azt a kaliumhydroxyd-mennyiséget, mely a képződött brómhydrogén közönbösítéséhez szükséges; ezt a kaliumhydroxyd-mennyiséget lemértem, majd finom porrá törtem, s az utóbbit igen apró részletekben — folytonos hűtés közben — a reactioelegyhez kevertem. A képződött brómkalium legnagyobb része — a brómkalium alkohol és víz elegyében nehezen oldható lévén — kicsapódott s mire az utolsó kaliumhydroxydpor-részletet hozzáadtam, a reactio, mint erről újabb analysis által meggyőződtem, jelentékenyen előre haladt. Ezen második analysis alapján egyszersmind az újonnan képződött brómhydrogén közönbösítéséhez szükséges kaliumhydroxyd-mennyiséget kiszámíthatam. Az előbbi eljárást, a kaliumhydroxyd hozzáadását apró részletekben stb., mindaddig ismételtem, míg az összes bróm át nem alakult. A reactioelegyet 5-ször kellett analizálnom, s természetesen ugyanennyiszor kaliumhydroxyd-részleteket lemérnem s hozzáadnom, a míg ez bekövetkezett. Az elfogyasztott kaliumhydroxyd mennyisége 300 gr. (= 5·3 gr.-mol.) volt.

Miután a reactio befejeződött, az igen gyengén alkalikus hatású (lúgra ca. 0·01 n.) reactioelegyről az illó anyagokat ledestilláltam, majd az utóbbiak elegyét fractionált destillationak vettem alá.

A fractionáláshoz négy tekés Le-Bel-Henninger-féle csövet használtam, s az egyes fractiókat lehetőleg quantitative igyekeztem egymástól elválasztani, illetve összegyűjteni. Hosszadalmas, több napig tartó, hatszor ismételt fractionált destillatio után a következő fractiókat nyertem:

I. ca. 95 kcm.-nyi fractiót, mely (755 mm.-nél) 69—72° C. között forrt, s melynek fajsúlya $0\cdot8858\frac{14^{\circ}}{12^{\circ}}$ volt;

II. ca. 105 kem.-nyi fractiót, mely 77—80° C. közt ment át 0.8252 $\frac{18^\circ}{12^\circ}$ fajsúlylyal;

III. ca. 210 kem.-nyi fractiót, mely 99.5° C.-nál forrt, s melynek fajsúlya 0.9365 $\frac{18^\circ}{12^\circ}$ volt.

Ezeken kívül mintegy 8 kem.-nyi folyadékmennyiség 72—77° között forrt, s circa 7 kem. 80—99.5° között ment át. Azon lombikban, melyből az illó anyag le lett destillálva s ekként a nem illótól elválasztva, száraz sötömeg maradt vissza, s bár ennek hőmérsékletét paraffinfürdőben óvatosan egészen 200°-ra emeltem fel, több folyadék már nem destillált át.

Mint az előbbieken látható: a végbement hatás után háromféle illó folyadékot kaptunk, az egyiknek forrpontja 70°, a másiké 78° közelében fekszik, míg a harmadiké közel 100° C. Ha még a fajsúlyt is figyelembe vesszük, alig szenvedhet kétséget, hogy a második fractio a változatlan æthylalkoholt repræsentalja, a harmadik pedig víz. Az első fractio szintelen, kellemes eszterszagú folyadék, mely alkohollal minden arányban és vízzel tág határok között (de nem minden arányban) elegyedik. Ezen physikai tulajdonságok és a már közölt physikai állandók (forrpont és fajsúly) ismerete alapján azonosságát megállapítani nem voltam képes, hanem külön kísérleteket végeztem e végből.

Mielőtt ezeknek ismertetésére áttérnék, vegyük figyelembe az egymástól elválasztott három illó folyadék quantitativ viszonyait. Az æthylalkohol változatlanul fennmaradt, 105+4+3=112 kem. Minthogy nem szenvedhet kétséget (legalább forrpont és fajsúly után ítélve), hogy a 210 kem.-nyi vízben is kell lenni még néhány köbcentimeter alkoholnak, s circa 20%-ra bátran tehető a veszteség, mely az æthylalkoholt érte a különböző manipulációk folyamán, úgy az eredmény az, hogy az *æthylalkoholból változatlanul fennmaradt az eredeti mennyiségnek fele*. Minthogy pedig 2.5 gr.-mol. brómot hagytunk 5. gr.-mol. æthylalkoholra hatni, ebből következik, hogy minden gramm-molekula bróm egy gramm-molekula æthylalkoholt bont el, tehát a chemiai reactioegyenlet a következő:



hol $n=1, 2, 3$ s i. t. lehet, s még külön meghatározandó.

A fenti reactioegyenletnek helyességét megerősítette annak a sötömegnek analysise is, mely sötömeg a destillálás után visszamaradt. Az analysisnél követett eljárás a következő volt: Az egész sötömeget feloldottam 2 liter vízben. Ezen oldat 5 kcm.-ét ismert súlyú platinacsészében szárazra párologtattam, a maradékot fokozatosan egész kezdődő vörös izzásig felhevítettem (mire csekély szénkiválás mutatkozott) és súlyát megmértem ($= 1.502$ gr.). Ezt az anyagot feloldottam 50 kcm. vízben s ezen oldat 2 kcm.-ében a brómot $\frac{1}{20}$ -n. ezüstnitráttal VOLHARD szerint megtráltam. Elfogyott 10.1 kcm. ezüstnitrátoldat, a mi megfelel 0.0600 gr. brómkaliumnak, s 50 kcm.-re átszámítva, az eredmény $= 1.500$ gr. brómkalium, míg a lemért sómennyiség $= 1.502$ gr. volt, tehát a sötömeg úgyszólván tiszta brómkalium. Az összes, a reactio folyamán képződött brómkalium mennyisége ezek szerint $1.5 \times 400 = 600$ gr., míg a felhasznált 400 gr. brómnak megfelelő brómkaliummennyiség $= 595$ gr., mi arra mutat, hogy az általam választott kísérleti körülmények mellett — állandó és alacsony hőmérsékleten — még igen magas brómconcentratio mellett sem substituál a bróm aethylalkoholban hydrogénatomokat.

Hogy a tanulmányozott reactio folyamán a brómhydrogén mellett képződött vegyületnek azonosságát megállapítsam, mindenekelőtt annak fractionált destillációval még tovább tisztított, mintegy 40 kcm.-t kitevő, 760 mm.-nél $70-71^{\circ}$ C. között forró, $0.8682 \frac{15^{\circ}}{15^{\circ}}$ fajsúlyú részletét organikus elementaris analysisnek vettem alá. E végből az anyagnak kapilláris csővel ellátott kis tekében lemért mennyiségét a (mindkét végén nyitott) égető csőbe helyeztem s az oxigénáramban a kellő óvatossággal elégettem. A netalán jelenlevő halogénnyomok visszatartása czéljából az égető csőnek elülső, absorptiócső edényekkel határos végén ezüstspirálist alkalmaztam. Az analysis eredménye a következő volt:

1. 0.1934 gramm anyag adott 0.3696 gramm széndioxydot és 0.1802 gr. vizet,

2. 0.1668 gramm anyag adott 0.3162 gramm széndioxydot és 0.1555 gr. vizet,

mely adatokból a következő legegyszerűbb empirikus képlet következik: C_2H_4O . Az ezen képlet alapján számított és a tényleg talált százaléktartalom a következőleg egyezik:

| számított | t a l á l t | | |
|-----------|-------------|---------------|-------------|
| | 1. kísérlet | s z e r i n t | 2. kísérlet |
| C | 54.5 | 52.1 | 51.7 |
| H | 9.1 | 10.3 | 10.3 |

A megegyezés, tekintettel arra, hogy az analizált anyag nem lehetett vegytiszta (æthylalkoholt és kevés vizet, melyektől csupán fractionált destillatio útján választatott el, okvetetlen tartalmaz), kielégítő; ugyanis az eltérés a theoretikus értéktől olyan irányú, hogy szénben szegényebb és hydrogénben gazdagabb vegyületekre, mint tisztátalanságokra vonható következtetés s ilyen vegyületek épen az itt egyedül lehetséges tisztátalanságok: æthylalkohol és víz.

A második lépés, mely a vegyület felismeréséhez közelebb vitt, a molekulasúly meghatározása volt. A molekulasúlymeghatározást BECKMANN készülékével, a vízben mint oldószerben ezen anyag által okozott fagypontesökkenés megmérése által végeztem. A nyert kísérleti adatok a következők voltak:

1. 20 gr. vízben 0.35 gr. anyagot oldva ($a = 1.75$), a fagyáspontesökkenés (Δt) 0.469° C. volt;

2. további 0.35 gr. hozzáadására ($a = 3.50$) a fagyáspontesökkenést (Δt) 0.948° C.-nak találtam;

3. végül újabb 0.35 gr. anyag feloldására ($a = 5.25$) az észlelt fagyáspontesökkenés 1.416° C. volt. Ezekből az adatokból a molekulasúly (m) értéket

$$m = 18.5 \frac{a}{\Delta t}$$

képlet szerint számítva * a következő értéket nyerjük: 69.0, 68.3 és 68.6-ot, középvértékben tehát

$$m = 69$$

s így a vegyület tapasztalati képlete $C_4H_8O_2$. A számított molekulasúly (88) ugyan a kísérletileg talált értéknél jóval nagyobb, de az eltérés megint olyan irányú, mint a vegyület æthylalkohol-tartalma után (molekulasúly 46) várni is lehetett.

* J. H. VAN'T HOFF: Vorlesungen über theoretische u. physikalische Chemie. Heft I., 48 (1898).

A most második kiadásában megjelenő RICHTER-féle *Lexikon*-ban* $C_4H_8O_2$ empirikus képlet alatt 16 isomer vegyületet találunk röviden leírva. Ezen vegyületek közül az isopropylformiat [$HCOOCH(CH_3)_2$] physikai állandói (forrpont és fajsúly) egyeznek ugyan legjobban az ezen vegyületre vonatkozólag talált állandókkal, de a másik 3 isomer eszter fajpontja és fajsúlya sem tér nagyon el a talált forrpont és fajsúly értéktől. Mindenekelőtt, hogy a vegyületnek eszter-természetét kétségen kívül helyezzem, két parallel kísérletben a vegyületnek két lemért részletét normal kálilűg lemért mennyiségével 24 órán át beforrasztott üvegesőben 100° C.-nál hevitettem. Ha csakugyan eszter a vegyület, úgy ilyen körülmények mellett el kell szappanosodnia, s a lúgnak a szappanosodáshoz felhasználódott mennyiségéből az eszter mennyisége is kiszámítható. A két üvegeső mindegyikébe 0.345 gr. anyagot és 5 kcm. normal kálilűgot mértem le, s a lűg visszatitralására 24 órai hatás után elfogyott az egyik kísérletnél 2.20, a másiknál 2.15, középértékben 2.17 kcm. normal sósav, tehát az eszter elszappanosítására lett fordítva 2.83 kcm. normal kálilűg, a mi megfelel 0.249 gr. eszternek. A fractionált destillatióval izolált, $70-71^\circ$ C. között forró, kellemes illatú folyadék tehát 72.2% esztert tartalmaz. Ha a valószínűleg igen csekély (1—2%-nál többre alig becsülhető) víztartalomtól eltekintünk, úgy az említett fractio æthylalkohol-tartalmát kereken 28%-ra tehetjük. A 28% æthylalkoholból és 72% $C_4H_8O_2$ -képletű eszterből álló elegyre vonatkozólag a hydrogéntartalom százalékokban 10.2, míg én azt organikus elementaris analysissal 10.3-nak találtam; az ilyen összetételű folyadék egy grammja által okozott fagyáspontesökkenés továbbá, ha azt 100 gr. vízben feloldjuk:

$$\frac{0.72 \times 18.5}{88} + \frac{0.28 \times 18.5}{46} = 0.152 + 0.112 = 0.264^\circ \text{ C.},$$

18.5-nyi, tehát mol. fagyáspontesökkenést 69 gr. anyag okozna, ugyanis $69 \times 0.264 = 18.5$, s így a számított molekulasúly meg-
egyezik azzal, melyet én ezen fractióra vonatkozólag végzett kísér-

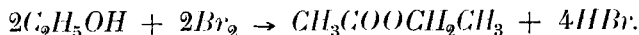
* M. RICHTER: *Lexikon der Kohlenstoffverbindungen*. II. Auflage. Heft 2, 107 (1900).

let útján találtam (69), a mi újabb bizonyíték arra, hogy a 70--71° között forró s meganalizált fractio csakugyan 72% $C_4H_8O_2$ -képletű eszter és 28% æthylalkohol elegyből állott.

Hogy az eszter azonosságát megállapítsam, a fractió egy másik részének kálilúggal történt elszappanosítása után előállítottam a zsírsavas ezüstsót, s a szokásos módon * meghatároztam ennek ezüstitartalmát. 0.4220 gr. anyag izzítási maradéka 0.2730 gr. fémezüst volt, a mi megfelel 64.7% ezüstitartalomnak, míg az *ecet-savas* ezüstre vonatkozólag a számított érték 64.67%. A bromalkoholra való hatása alkalmával a bromhydrogen mellett keletkező eszter tehát *æthylacetat*.

Ezen, lényegében æthylacetátból álló fractio esetleges halogéntartalmát, bár indirekt úton kimutattam, hogy ez legfőlebb csak nyomokra szorítkozhatik, 2 parallel kísérletben — Carius szerint — direkt is meghatároztam. 0.1 gr. anyagot 2 cm. 1.52 fajsúlyú chlormentes salétromsavval és 0.2 gr. ezüstnitráttal beforrasztott végű üvegcsőben 8 órán keresztül 250° C.-nyi hőmérsékleten tartottam, de ezüstbromid csak alig észrevehető nyomokban keletkezett úgy, hogy megmérni nem lehetett. Végül, hogy az æthylacetatot vegytiszta állapotban megkapjam, a szóban lévő (69—71° között forró) fractiót, nagyobb mennyiségű brómból és alkoholból indulván ki, nagyobb mennyiségben másodszer is előállítottam, s belőle az alkoholt vízzel ismételtén kirázva, a maradékot fractionáltam, s végül chlorcalciummal víztelenítettem. Az ekként nyert készítmény physikai állandói pontosan egyeztek az æthylacetatra vonatkozólag ismert állandókkal (forrpont 74.9 mm. nyomásnál 76.2° C, fajsúly 0.9010 $\frac{20^\circ}{20^\circ}$) s 0.901 gr. elszappanosítására elfogyott 10.28 cm. normal kálilúg, a miből 0.904 gr. esztert ad a számítás, jó megegyezésben a direkt lemért mennyiséggel.

Mindezek után nem szenvedhet kétséget, hogy a brómnak hatása æthylalkoholra a következő egyenlet szerint folyik le:



* MAYER-JAKOBSON: Organische Chemie, I, 324.

III. FEJEZET.

A molekula-számnak (a reactio rendjének) megállapítása.

Jelen dolgozatomban közölt, a reactio időbeli lefolyására vonatkozó méréseimet mind az alkoholnak igen nagy feleslege mellett végeztem, t. i. az alkohol egyúttal mint oldószer is szerepelt, de nem tiszta (absolut) alkoholt használtam mint reactióközeget, hanem vizes alkoholt, melyet akként nyertem, hogy $\frac{4}{5}$ térfogat absolut alkoholt és $\frac{1}{5}$ térfogat vizet elegyítettem össze egymással. A contractio, a mely ekkor bekövetkezik, mintegy $\frac{1}{100}$ -részét teszi ki a víz és alkohol eredeti térfogata összegének. *A kísérleteket továbbá mind ugyanazon hőmérsékleten, 25° C.-nál végeztem.*

A brómnak kezdeti concentrációját 0.1 n.-tól 0.001 n.-ig változtattam. Ilyen körülmények mellett az alkoholnak a reactio folyamán átalakult mennyisége és így a közeg megváltozása is elhanyagolható csekély, vagyis mindkettő állandónak tekinthető s így olyan chemiai reactióval van dolgunk, melynek folyamán *egy anyag* szenved egyirányú chemiai átalakulást, mi közben a közeg természete nem változik s a hőmérséklet állandó marad.

Ha c jelenti az átalakuló anyagnak concentrációját t időpillanatban, s dc fejezi ki a concentrációban dt -nyi végtelen kicsiny időtartam alatt (az átalakulás folytán) beálló növekedést, úgy a chemiai kinetika alaptörvénye szerint a szóban levő chemiai reactionnak időbeli lefolyását a következő differentiálegyenletnek kell kifejeznie:

$$-\frac{dc}{dt} = kc^n,$$

hol k a hőmérséklettől, a közeg természetétől stb. függő állandó, az ú. n. *sebesség-állandó*, míg n egyszerű egész számot, az ú. n. «molekula-szám»-ot, vagy a reactionnak ú. n. «rend»-jét jelenti, s azt fejezi ki, hogy a reactionban, melynek sebességéről van szó, az átalakuló anyagnak hány molekulája vesz részt. A szerint azután a mint $n=1, 2$, vagy 3 s i. t., szokás a reactiont «1 molekulás»-nak vagy OSTWALD szerint «első rendű»-nek, «2 molekulás»-nak vagy «másodrendű»-nek s i. t. nevezni.

I. Chemiai kinetikai tanulmánynál a legelső felmerülő kérdés az illető reactio «rendszerének», vagy a «molekulaszám»-nak megállapítása. Egyszerű, zavaró hatások nélkül lefolyó chemiai reactióknál a molekulaszámnak megállapítása semmi nehézséggel sem jár. Ha ugyanis c_0 jelenti az átalakuló anyag concentrációját t_0 időben, a mely időponttól a reactio időbeli lefolyását figyelemmel követjük, mely okból c_0 -t «kezdetconcentráció»-nak szokás hívni, akkor az előbbi differenciálegyenletnek integrálegyenlete:

$$\frac{1}{(n-1)(t-t_0)} \cdot \frac{c_0^{n-1} - c^{n-1}}{c_0^{n-1} \cdot c^{n-1}} = k = \text{const.},$$

s ha $n=1$

$$\frac{1}{t-t_0} \cdot \ln \frac{c_0}{c} = k \quad (\text{l.} = \log. \text{ nat.})$$

mindjárt egy történetileg először használt módszert nyújt az n értéknek meghatározására; e végből ugyanis az n -et az egységgel, majd 2. vel s i. t. téve egyenlőnek, a kísérleti adatokból kiszámítjuk a bal oldalon álló kifejezés értékét ugyanazon kezdetconcentratio mellett változó időben; a mely n -érték mellett az ekként kiszámított értékek nem változnak, hanem — a kísérleti hibák határain belül — állandók maradnak, az adja a helyes n -értéket, vagyis a molekulaszámot. Mintfogya ezen módszernél az átalakuló anyagnak kezdetconcentratioja (c_0), vagy más szóval a térfogat, melyben a reactio lefolyik, fixálva van, s ezen kezdetconcentratiotól kiindulva lesz a reactio időbeli lefolyása tanulmányozva egészen az átalakuló anyag eltűnéséig, azért ezt a módszert «állandó kezdetconcentratio-ra», vagy «állandó térfogatra» alapított módszernek szokás hívni. Ha ezt a módszert alkalmazva nem jutunk eredményhez, vagyis az n -nek egy értéke mellett sem lesz a fenti kifejezés állandó, úgy bizonyos, hogy zavaró hatás van jelen, s n -nek meghatározása céljából más módszerhez kell folyamodnunk (l. alább); ha azonban az átalakuló anyagnak alkalmazott kezdetconcentratiojából kiindulva bizonyos n -érték mellett a fenti kifejezés állandónak mutatkozik, ez zavaró hatásokra visszavezethető okból is történhetik és nem mert a tanulmányozott reactio mole-

kulaszáma tényleg az az érték volna,* miből következik, hogy ez a módszer *magában alkalmazva* nem ad mindig helyes értéket.

Hogy az általam tanulmányozott reakcióra vonatkozólag a molekulaszámot meghatározzam, én is mindenekelőtt a fentiekben röviden kifejtett, történetileg legrégebb módszert használtam. Méréseimnek és számításaimnak eredménye a következő három táblában van összeállítva, még pedig az első rovatban az első titrálás óta lefolyt idő látható *perczekben*, a második rovatban a 20, illetve a IV. és V. táblázatban a 10 cm.-nyi részleteknek 0.00495 *n.* thiosulfáttal végzett titrálásánál elfogyasztott köbcentiméterek száma látható; a harmadik rovatban a bróm-concentratio van kifejezve a molekulatartalom által (gramm-molekulák számával literenkint); a negyedik rovatban annak a kifejezésnek értéke látható, melynek állandónak kellene lennie, ha az átalakulás *monomolekularis* volna, a következő rovatban az, a mely *bimolekularis*, s az utolsóban végül, a mely *trimolekularis* változás esetében volna állandó.

* NOYES, Zeitschr. f. phys. Chemie, 18, 118 (1895).

| Első titrálás óta lefolyt idő per- cekben $t-t_0$ | 0·00495 n. thiosulfat elfogyasztott köbcen- timetereinek száma T'' | Bróm- concentratio mol.-tar- talom által kifejezve c | $0·4343 \cdot \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{c_0-c}{c_0 c}$ | $\frac{1}{2(t-t_0)} \cdot \frac{c_0^2-c^2}{c_0^2 \cdot c^2}$ |
|---|--|---|--|---|--|
| III. táblázat. | | | | | |
| 0 | 16·70 | 0·00207 | — | — | — |
| 3 | 12·75 | 0·00157 | 0·0391 | 50·0 | 27900 |
| 6 | 10·25 | 0·00127 | 0·0353 | 50·6 | 31900 |
| 10 | 8·10 | 0·00100 | 0·0314 | 51·4 | 37900 |
| 15 | 5·95 | 0·00073 | 0·0298 | 58·4 | 53200 |
| 20 | 4·60 | 0·00057 | 0·0280 | 63·6 | 70600 |
| 25 | 3·32 | 0·00041 | 0·0280 | 76·2 | 110500 |
| 29 | 2·75 | 0·00034 | 0·0270 | 84·5 | 138800 |
| IV. táblázat. | | | | | |
| 0 | 17·12 | 0·00424 | — | — | — |
| 4 | 12·70 | 0·00314 | 0·0324 | 20·5 | 5690 |
| 6 | 11·28 | 0·00249 | 0·0302 | 20·3 | 6050 |
| 10 | 9·08 | 0·00224 | 0·0275 | 20·9 | 7140 |
| 15 | 7·18 | 0·00178 | 0·0251 | 21·7 | 8680 |
| 20 | 6·15 | 0·00152 | 0·0222 | 20·6 | 9200 |
| 30 | 4·03 | 0·00100 | 0·0209 | 25·5 | 15760 |
| 60 | 1·22 | 0·00030 | 0·0179 | 51·5 | 92000 |
| V. táblázat. | | | | | |
| 0 | 32·6 | 0·00814 | — | — | — |
| 4 | 24·4 | 0·00610 | 0·0313 | 10·2 | 1470 |
| 10 | 17·8 | 0·00445 | 0·0262 | 9·5 | 1650 |
| 15 | 14·9 | 0·00373 | 0·0226 | 9·7 | 1900 |
| 25 | 10·95 | 0·00274 | 0·0189 | 9·7 | 2360 |
| 40 | 7·2 | 0·00180 | 0·0166 | 10·8 | 3670 |
| 61 | 4·2 | 0·00105 | 0·0145 | 13·6 | 7320 |
| 120 | 1·18 | 0·00030 | 0·0120 | 26·8 | 46300 |

Ezen táblákból az tűnik ki, hogy ama kifejezések közül, melyek valamelyikének — zavaró hatás nélkül — állandónak kellene lennie, egyik sem állandó; még legszűkebb határok között variál — különösen egyik kezdetconcentratiótól a másikra

menve át — a monomolekularis változásokra vonatkozó kifejezés értéke.

II. Zavaró hatásoktól kísért reakciók rendjének megállapítására OSTWALD,* NOYES** és VAN'T HOFF*** dolgoztak ki módszereket; az első két bűvár e végből a chemiai kinetika ide vonatkozó egyenleteinek integrált alakjából, míg VAN'T HOFF magából a differenciálegyenletből indult ki.

a) Az OSTWALD által a reactio rendszámának meghatározására ajánlott eljárás a következő: állapítsuk meg azon időtartamokat, melyekben — különböző kezdetconcentratio mellett — az átalakuló anyag ugyanazon törtrésze alakul át. *Monomolekularis* reactio esetében ezek az időtartamok egyformák, *bimolekularis* változásnál *fordítva arányosak* a kezdetconcentratiókkal, *trimolekularis* átalakulásnál a kezdetconcentratiók négyzetével s i. t.

Az előbbi három táblában közölt kísérleti adatokból, graphikai interpolálás segélyével, azon időtartamokat számítottam ki, melyekben 0·00207, majd 0·00424 s végül 0·00814 kezdetconcentratio mellett a brómnak $\frac{1}{3}$ -a, $\frac{1}{2}$ -e, s végül $\frac{2}{3}$ -a alakul át. Számításaimnak eredményei a következő táblában láthatók összeállítva; az ezen táblában használt jelzés az előzők után külön magyarázatra nem szorul.

VI. táblázat.

| A tábla száma, melynek adatai fel lettek hasz- nálva | c'_0 | c''_0 | $r = \frac{1}{3}$ | | | | $r = \frac{1}{2}$ | | | | $r = \frac{2}{3}$ | | | |
|---|---------|---------|-------------------|-------|------------------|----------------------|-------------------|-------|------------------|----------------------|-------------------|-------|------------------|----------------------|
| | | | t' | t'' | $\frac{t'}{t''}$ | $\frac{c''_0}{c'_0}$ | t' | t'' | $\frac{t'}{t''}$ | $\frac{c''_0}{c'_0}$ | t' | t'' | $\frac{t'}{t''}$ | $\frac{c''_0}{c'_0}$ |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 és 4 | 0.00814 | 0.00424 | 7·86 | 6·80 | 1·15 | 0·52 | 14·14 | 12·35 | 1·14 | 0·52 | 26 | 23·7 | 1·10 | 0·52 |
| 5 és 3 | 0.00814 | 0.00207 | 7·86 | 5·95 | 1·30 | 0·25 | 14·14 | 10·50 | 1·34 | 0·25 | 26 | 17·1 | 1·53 | 0·25 |
| 4 és 3 | 0.00424 | 0.00207 | 6·80 | 5·95 | 1·14 | 0·48 | 12·35 | 10·50 | 1·18 | 0·48 | 23·7 | 17·1 | 1·38 | 0·48 |
| | | | köz. ért. 1·20 | | | | köz. érték 1·33 | | | | köz. ért. 1·33 | | | |

* Zeitschr. f. phys. Chemie 2, 134. 1888, Lehrb. d. allgem. Chemie. II. Auflage. Bd. II. Teil. 2., Lfg. 2. 236. (1897).

** Zeitschr. f. phys. Chemie 19, 604. 1896.; VAN'T HOFF-CHOTEN Studien zur chemischen Dynamik, 107 (1896).

*** Études de dynamique chimique, 107 (1884).

Ezen táblából az tűnik ki, hogy azok az időtartamok, melyekben a brómnak ugyanazon törtrésze alakul át — a kezdetconcentratiótól függetlenül —, közel egyformák. A zavaró hatás befolyását ugyan ezen eljárás követése által sem sikerült egészen kiküszöbölni, de annyira igen, hogy a választás e két eshetőség között: uni- vagy bimolekularis-e a változás, nem lehet kétséges, mert míg a $\frac{t'}{t''}$ viszony értéke igen közel esik az egységhez, addig közelítőleg sem egyezik a $\frac{c'_0}{c''_0}$ viszony értékével. A *reactio* tehát *monomolekularis*.

b) NOYES a molekulaszám kiszámítására a következő formulát vezette le:

$$n = 1 + \frac{\log t' - \log t''}{\log c'_0 - \log c''_0},$$

hol t' és t'' időtartamok megint úgy választandók, hogy c'_0 és c''_0 két különböző kezdetconcentratióból kiindulva, az átalakuló anyagnak ugyanazon törtrésze alakuljon át. A következő táblázatban az ezen formula alapján a 3., 4. és 5. táblában közölt kísérleti adatok segélyével kiszámított n -értékek láthatók összeállítva:

VII. táblázat.

| A tabella száma, melynek adatai fel lettek használva | c'_0 | c''_0 | $r = 1/3$ | | | $r = 1/2$ | | | $r = 2/3$ | | |
|--|---------|---------|-----------------|-------|------|-----------------|-------|------|-----------------|-------|------|
| | | | t' | t'' | n | t' | t'' | n | t' | t'' | n |
| 5 és 4 | 0.00814 | 0.00424 | 7.86 | 6.80 | 0.78 | 14.14 | 12.35 | 0.75 | 26 | 23.7 | 0.86 |
| 5 és 3 | 0.00814 | 0.00207 | 7.86 | 5.95 | 0.80 | 14.14 | 10.50 | 0.85 | 26 | 17.1 | 0.69 |
| 4 és 3 | 0.00424 | 0.00207 | 6.80 | 5.95 | 0.81 | 12.35 | 10.50 | 0.80 | 23.7 | 17.1 | 0.54 |
| | | | középérték 0.80 | | | középérték 0.80 | | | középérték 0.69 | | |

Ezen értékek alapján sem szenvedhet kétséget, hogy n -nek értéke $= 1$, de nem is várhattunk mást ezen formulától azon eredmény után, melyhez OSTWALD módszerével jutottunk; NOYES formulája ugyanis csak formailag különbözik az OSTWALD-féle tételtől, melyen a róla elnevezett módszer alapszik, ugyanis a fenti formula egyszerű átalakítása útján nyerjük a következő egyenletet:

$$\left(\frac{c_0''}{c_0'}\right)^{n-1} = \frac{t'}{t''},$$

vagyis OSTWALD tételét.

c) A két utóbbi módszernél történetileg régibb a VAN'T HOFF által először használt és a differenciálegyenlet alkalmazására alapított módszer. Ezen módszernél a különböző *kezdetconcentrációk* mellett meghatározott *kezdetsebességek* értékéből történik az n -nek, a molekulaszám értékének kiszámítása, s kétségtelen, hogy azon esetekben, a melyekben a *reactiotermékek* (és nem az eredeti anyagok) valamelyike okozza a zavaró hatást, ez a módszer a valósághoz legközelebb fekvő értékeket fog szolgáltatni mint molekulaszámot, mert ilyenkor a zavaró hatás a reactio kezdetén, a mikor a reactiotermékek concentrációja még igen kicsiny, elhanyagolható csekély. A molekulaszám értéke a differenciálegyenlet szerint a következő:

$$n = \frac{\log \frac{dc_0'}{dt} - \log \frac{dc_0''}{dt}}{\log c_0' - \log c_0''},$$

hol $\frac{dc_0'}{dt}$ a reactionsebesség értékét fejezi ki c_0' és $\frac{dc_0''}{dt}$ ugyanazt c_0'' kezdetconcentratio esetében. Ezen egyenlet szerint végezve a számításokat, mint molekulaszámot a következő táblázatban összeállított értékeket nyerjük.

VIII. táblázat.

| A tabella száma, melynek adatai fel lettek használva | c_0' | $-\frac{dc_0'}{dt}$ | c_0'' | $-\frac{dc_0''}{dt}$ | $\frac{\log \frac{dc_0'}{dt} - \log \frac{dc_0''}{dt}}{\log c_0' - \log c_0''}$ |
|--|---------|---------------------|---------|----------------------|---|
| 5 és 4 | 0.00814 | 0.00052 | 0.00424 | 0.00028 | 0.95 |
| 5 és 3 | 0.00814 | 0.00052 | 0.00207 | 0.000125 | 1.05 |
| 4 és 3 | 0.00424 | 0.00028 | 0.00207 | 0.000125 | 1.13 |
| középérték | | | | | 1.04 |

Ezen módszerrel tehát mint molekulaszámot az egységhez jóval közelebb eső értéket kaptunk, mint az integrálegyenletre alapított módszerrel, a mi arra mutat, hogy a *reactiotermékek* valamelyike okozza a zavaró hatást.

IV. FEJEZET.

A zavaró hatás okának megállapítása.

A bróm æthylalkoholra való hatásának termékei, mint a II. fejezetben kimutattam, brómhydrogen és æthylacetat; ezek valamelyikének kell tehát a zavaró hatást okoznia. Annak megállapítása céljából, hogy a kettő közül melyiktől ered a zavaró hatás, a következő két kísérletet végeztem.

E két kísérlet közül az egyiknél a brómhydrogént, a másikonál az æthylacetátot a brómconcentrációhoz képest relative nagy feleslegben alkalmaztam, t. i. az egyik kísérletnél a brómhydrogen, a másikonál az æthylacetat concentrációja $\frac{1}{10}$ n. volt. Megtitráltam 10 cem.-nyi részleteket, s a titrálás ca. $\frac{1}{200}$ n. thiosulfat-oldattal történt. A kísérleti adatok a következő két táblában láthatók összeállítva.

IX. táblázat.

| $t-t_0$ | T . 2000 | $0.4343 \cdot \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{T_0}{T}$ | Megjegyzés |
|---------|------------|--|---|
| 0 | 9.65 | — | A bromhydrogen nagy feleslege ($c_{HBr}=0.1$) jelenlétében. |
| 60 | 7.30 | 0.00202 | |
| 90 | 6.40 | 0.00198 | |
| 120 | 5.60 | 0.00197 | |
| 180 | 4.15 | 0.00203 | |
| 240 | 3.30 | 0.00194 | |
| 450 | 1.35 | 0.00191 | |

X. táblázat.

| $t-t_0$ | T . 2000 | $0.4343 \cdot \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{T_0}{T}$ | Megjegyzés |
|---------|------------|--|--|
| 0 | 9.70 | — | Æthylacetat nagy feleslege (0.1 n. conc.) jelenlétében |
| 3 | 7.75 | 0.0358 | |
| 6 | 6.01 | 0.0316 | |
| 10 | 4.65 | 0.0319 | |
| 15 | 3.42 | 0.0302 | |
| 20 | 2.55 | 0.0290 | |
| 25 | 1.92 | 0.0281 | |
| 30 | 1.54 | 0.0266 | |

Ezekből az adatokból az derül ki, hogy *a zavaró hatást a brómhydrogen és nem az æthylacetat okozza*; mig ugyanis az æthylacetat — bár relative nagy concentratióban van is jelen — az átalakulás időbeli lefolyását nem befolyásolja (v. ö. a X. tábla 3. rovatát a III. tábla 4. rovatával), addig a brómhydrogen hozzá-tétele által a reactionsebesség igen nagy mértékben csökkent, s ez utóbbi esetben egyszersmind a reactio időbeli lefolyása egészen az egy molekulás typus szerint megy végbe, mi könnyen érthető, ha figyelembe vesszük, hogy ezen kísérletnél a brómhydrogennek concentratiója a bróméhoz viszonyítva igen nagy volt, s hogy ennek folytán a reactio folyamán keletkező H Br a brómhydrogének kezdet-concentratióját csak igen csekély mértékben volt képes növelni; ez okból azután a brómhydrogen által okozott zavaró hatás is az egész reactio folyamán állandó maradt.

V. FEJEZET.

A zavaró hatás elmélete.

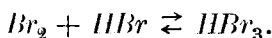
Ama kísérletileg megállapított ténynek, hogy a brómhydrogen a tanulmányozott reactio sebességét csökkenti, vagy az lehet az oka, hogy a brómhydrogen mint lassító katalysator hat, vagy pedig az, hogy a brómra chemiailag hat s e közben olyan vegyület keletkezik, mely már az æthylalkoholra nincs hatással, minek folytán a reactio lassabban folyik le, mint az az egy molekulás typus alapján várható volna.

A brómhydrogen által okozott reactio-lassító hatás katalytikus természetű nem lehet, mert a reactio ekkor szigorúan a két vagy hárommolekulás typus szerint folya le a szerint, a mint a brómhydrogentől eredő katalytikus hatás ennek concentratiójával, vagy a concentratiójának négyzetével lenne arányos,* holott — miként ez a VI. és VII. táblából kitűnik, a tanulmányozott reactio ezen typusok egyike szerint sem folyik le, miből következik, hogy csak a második magyarázat fogadható el, tehát az, hogy a brómhydrogen hat a brómra és vele æthylalkoholra

* Lehrbuch d. allg. Chemie, II. Aufl. Bd. II., Tl. 2, Lf. 2., 232* 271 (1897).

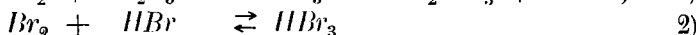
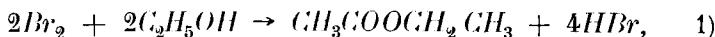
hatás nélkül való, de bizonyára igen laza, componenseire könnyen újból széteső vegyületté egyesül, mert máskülönben a bróm nem alakulna át teljesen brómhydrogénné.

ROLOFF * és JAKOWKIN ** kimutatták, hogy a brómhydrogen vizes oldatban a bróm egy részét mint hydrogentribromidat lekötve tarja, a mennyiben ha brómhydrogen és bróm vizes oldatban találkoznak egymással, közöttük a következő, pillanatszerűleg chemiai egyensúlyállapothoz vezető chemiai átalakulás folyik le:



Analógia alapján feltehető, hogy ez a reactio akkor is lefolyik, a mikor (kevés víz mellett) alkohol a reactióközeg.

Ha ez a feltevés helyes, akkor alkohol és víz elegyéből álló közegben a következő két chemiai átalakulásnak kell egyidejűleg egymás mellett lefolyni:



még pedig az elsőnek (a másodikhoz képest) kicsiny s így mérhető, s a második átalakulásnak az elsőéhoz viszonyítva végtelen nagy sebességgel.

Ha a bróm concentrációjában dt végtelen kicsiny időtartam alatt az 1) egyenlet szerint végbement átalakulása folytán beállott növekedést « dc_1 »-vel s a 2) egyenlet szerintit « dc_2 »-vel jelöljük, ha továbbá a Br_2 -molekulák concentrációját c , a brómhydrogénét c_{HBr} , a hydrogentribromidét c_{HBr_3} fejezi ki, úgy ezen chemiai átalakulás időbeli lefolyását a következő két simultan differenciál-egyenletnek kell kifejezni:

$$-\frac{dc_1}{dt} = kc \quad 1)$$

$$-\frac{dc_2}{dt} = k'(c \cdot c_{\text{HBr}} - Kc_{\text{HBr}_3}), \quad 2)$$

hol k jelenti az első, k' a második reactio sebességállandóját, K pedig az utóbbi reactióra vonatkozó egyensúlyállandót (vagy más

* Zeitschr. f. physik. Chemie, 13, 341 (1894).

** Zeitschr. f. physik. Chemie, 20, 19 (1896).

szavakkal a hydrogentribromid dissociatio-állandóját) fejezi ki. Analogia útján nagy valószínűséggel feltehetjük, hogy alkohol és víz elegyből álló közegben is a k' a k -hoz képest végtelen nagy. Ha ezt teszszük, akkor a 2) alatti egyenlet igen egyszerű alakot vesz fel. Ugyanis minthogy dc_2 abszolút értéke legfőlebb kétakkora, mint dc_1 ,

$$|dc_2| \leq 2dc_1,$$

mert legfőlebb 2-annyi molekula bróm

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{egyesül a brómhydrogennel hydrogentribromiddá} \\ \text{hasad le a hydrogentrimidből ennek dissociációja folytán} \end{array} \right\}$$

mint a hány molekula bróm átalakult brómhydrogenné az első reactio folytán, ennélfogva, az első differenciálegyenlet egyidejű fennállása mellett, a második differenciál egyenlet bal oldalán álló differenciálhányados értéke nem lehet végtelen nagy, hanem véges érték (vagy 0); minthogy pedig k' értéke végtelen nagy, ebből következik, hogy a k' mellett lévő zárjelbe foglalt kifejezésnek kell (közel) a *zérussal egyenlőnek lenni minden időpillanatban*

$$c \cdot c_{HBr} - Kc_{HBr_3} = 0,$$

vagy

$$Kc_{HBr_3} = c \cdot c_{HBr},$$

vagyis a második reactióra vonatkozólag *az egyensúlyfeltétel minden időpillanatban* teljesül, s a két simultan reactióra vonatkozólag a következő két egyenlet érvényes:

$$-\frac{dc_1}{dt} = kc, \quad \text{I)}$$

$$Kc_{HBr_3} = c \cdot c_{HBr}. \quad \text{II)}$$

Hogy ezen theoria helyességét ellenőrizhessük, az I) alatti differenciálegyenletet — eleget téve a II) alatt kifejezett egyensúlyfeltételnek is — integrálnunk kell. E czélból mindenek előtt a fenti két egyenletben szereplő, s direkt kísérlet útján meg nem határozható mennyiségeket, s ilyenek a c , c_{HBr} és c_{HBr_3} , ki kell fejeznünk közvetlenül mérhető mennyiségek által. Jelentse T az összes, titrálás útján talált bróm-concentrátiót normáltartalom által kifejezve, A pedig az összes titrálható savat; könnyen belátható, hogy áll

$$c + c_{HBr_s} = \frac{T}{2} \quad \text{III)}$$

$$c_{HBr} + c_{HBr_s} = A = A_0 + T_0 - T, \quad \text{IV)}$$

ha A_0 jelenti a sav-, T_0 a bromtiter az időszámítás kezdetén (t_0 időben).

A II), III) és IV) alapján:

$$c = \frac{1}{2} [\pm \sqrt{(A_0 + T_0 + K - \frac{3}{2}T)^2 + 2KT} - (A_0 + T_0 + K - \frac{3}{2}T)].$$

Ha a négyzetgyök előtt álló két jel közül a negatívot elhagyjuk (minthogy annak semmi realis jelentése nincs), továbbá, ha az egyes kísérletek egész tartama alatt állandó értékkel bírő, sav- és brómtiterből alkotott összeget egy betűvel, Σ -val jelöljük,

$$A + T = A_0 + T_0 = \Sigma,$$

akkor az activ bróm concentrációját a

$$c = \frac{1}{2} [\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2}T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K - \frac{3}{2}T)] \quad A)$$

kifejezés fogja szolgáltatni. Másrészt evidens dolog, hogy a (molekulatartalom által kifejezett) brómtiter csökkenésének fele adja az 1) chemiai reactioegyenlet értelmében átalakult bróm-molekulák számának csökkenését:

$$-dc_1 = -\frac{dT}{2}, \quad B)$$

s ha az A) és B) alatti értékeket behelyettesítjük az I) alatti differenciálegyenletbe, az utóbbi a következő alakot veszi fel:

$$-\frac{dT}{dt} = k [\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2}T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K - \frac{3}{2}T)].$$

Ezen differenciálegyenletnek határozott integrálja:

$$k(t-t_0) = \frac{\Sigma + K}{K} \ln \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{K} \ln \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{3\left(c_0 + \frac{K}{3}\right)} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}}$$

hol c_0 az activ brómnak a kezdeti titerhez (T_0 -hoz) tartozó értékét

jelenti:

$$c_0 = \frac{\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2} T_0)^2 + 2KT_0} - (\Sigma + K - \frac{3}{2} T_0)}{2},$$

s t_0 ugyanekkor az időt fejezi ki (vagyis a mikor a titert T_0 -nak találtuk), s a hol végül t időpillanathoz a brómtiternek T , s az activ bróm koncentrációjának c értéke tartozik.

VI. FEJEZET.

A használt anyagok készítés- és a normáloldatok beállítás-módja ; mérőedények és mérőeszközök helyességének ellenőrzése stb.

Mielőtt az elmélet helyességének ellenőrzésére végzett kísérleti adatok közlésére térnék át, a reactio tanulmányozásánál használt anyagokról és a normáloldatok beállításának módjáról fogok röviden megemlékezni.

Az abszolút alkoholt a kereskedésbeli circa 96%-os alkoholból állítottam elő a szokásos módon, t. i. több napon át égetett mészén hagytam az alkoholt állani, s azután friss calciumoxydról ledestilláltam. Az alkohol abszolút voltának ellenőrzésére faj-súlyának meghatározása szolgált, s az utóbbiból kiderült, hogy az általam használt abszolút alkohol kereken kifejezve 99.7%-os volt.

A brómot brómkáliumból és brómsavas kaliumból állítottam elő kénsav segítségével. A kiválott brómot olyan készülékből, mely tiszta üvegrészekből állott, kevés brómkáliumot és brómsavas kaliumot tartalmazó vízbe destilláltam át, brómkáliumos és brómsavas kaliumos vízzel jól kimostam, azután koncentrált kénsavval, majd baryumoxyddal szárítottam, s végül az utóbbiról ledestilláltam. Az így nyert brómból lazán záró üveg dugós gömböcskében lemértem 0.2203 gr.-ot, ezt jódkáliumos vízzel félig megtöltött 250 cm.-es lombikba dobtam, s azután a lombikot destillált vízzel felhígítottam a jelig. Ezen oldat 25 cm.-ében megcitráltam a kiválott jódot, circa $\frac{1}{100}$ n. thiosulfattal, melynek titerét vegytiszta jódból készített $\frac{1}{100}$ n. oldattal állítottam be. Az ezen alapon kiszámított brómmennyiség csak 0.18%-kal különbözött (nagyobb volt) a direkt lemerített brómmennyiségtől, úgy hogy a bróm vegytisztának volt tekinthető.

A thiosulfatoldatot $1/50$ - vagy $1/200$ -*n.* concentrációban használtam a titrálásokhoz, s $1/100$ -*n.* jódoldat segélyével állítottam be, s határoztam meg a napi titerjét. Az $1/100$ -*n.* jódoldat készítéséhez a MERCK-féle 2-szer átszublimált vegytiszta jódot és vegytiszta jódkaliumot használtam. A jódnak tisztaságát — $1/50$ -thiosulfatoldat közvetítésével — $1/20$ -*n.* kaliumbijódátoldattal ellenőriztem, melyet THAN előírása szerint előállított, 3-szor átkristályosított savanyú jódsavas kalium feloldása által készítettem; a szokásos qualitativ próbákkal a jódkalium tisztaságáról is meggyőződtem.

A VOLHARD módszere szerint végzett brómtitráláshoz használt $1/20$ *n.* ezüstnitrátoldatot a MERCK-féle vegytiszta ezüstnitrát feloldása által készítettem, s ezen oldatnak pontosságáról vegytiszta brómkalium lemért mennyiségének megtitrálása útján szereztem meggyőződést.

A savtitráláshoz használt ca. $1/20$ -*n.* barytvizet $1/20$ -*n.* sósavval, az utóbbit pedig kiizzított MERCK-féle vegytiszta (vizmentes) natriumcarbonat segélyével állítottam be. A barytvíz s így közvetve az $1/20$ *n.* sósav titerének helyességét savanyú jódsavas kaliummal, s ezenkívül az $1/20$ *n.* sósavat $1/20$ *n.* ezüstnitrátoldattal direkte is ellenőriztem.

A használt mérőedények (büretták, pipették, mérőlombikok) gondosan ki voltak kalibrálva, s a használat előtt belőlük valamint az összes üvegedényekből a vízben oldható, lúgos reactiót okozó alkalisilicátok el lettek távolítva.

A használt thermostat mintegy 50 liter vizet tartalmazott, s OSTWALD * előírása szerint volt felszerelve. A thermoregulatoron az üvegsaport egészen elhagytam, s ez által a csap hibái (tökéletlen zárása) által okozott hőmérsékletingadozások elestek, s a hőmérsékletingadozás heteken keresztül nem tett ki többet néhány századfoknál ($\pm 0.03^\circ$ C.-t). A thermostat kavaráó készülékét gázláng által hajtott, igen jól functionáló levegős motor (Heissluftmotor) tartotta mozgásban. *Összes méréseimet $25.00 (\pm 0.03)^\circ$ C.-nál végeztem, s a közeget, melyben a reactio lefolyt, mindig $4/5$ térf. abs. alkohol s $1/5$ térf. víz összeelegyítése által készítet-*

* Hand- u. Hilfsbuch zur Ausführung physiko-chemischer Messungen, 70. (1893).

tem. A használt, direkt $1/10^\circ$ -okra osztott hőmérő a berlini «Reichsanstalt» által volt hitelesítve.

VII. FEJEZET.

A sebesség- és az egyensúlyállandó értékének meghatározása.

Az alkoholban oldott bróm átalakulásának időbeli lefolyását, mint az V. fejezetben levezettem — feltéve természetesen, hogy az elmélet helyes —, a következő transcendens egyenletnek kell kifejeznie:

$$\frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \ln \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+2/3 K}{K} \ln \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+2/3 K}{3 \left(c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}} \right] = k = \text{const. Ia)}$$

hol c -nek értéke

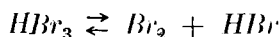
$$c = \frac{\sqrt{(\Sigma+K-3/2 T)^2 + 2KT} - (\Sigma+K-3/2 T)}{2},$$

s a hol T a titrálás útján talált t időpillanathoz tartozó s normáltartalom által kifejezett brómconcentrátiót (brómtitert) fejezi ki, c meg az *actív* (HBr -hez nem kötött) brómmolekulák koncentrációját jelenti — molekulatartalom által kifejezve — ugyanazon pillanatban; c_0 -nak értéke

$$c_0 = \frac{\sqrt{(\Sigma+K-3/2 T_0)^2 + 2KT_0} - (\Sigma+K-3/2 T_0)}{2},$$

a hol T_0 jelenti a brómtitert t_0 időpillanatban, vagyis azon időpontban, a mely időponttól kezdve a reactio időbeli lefolyását vizsgáljuk, T_0 tehát az első titrálás alkalmával talált brómtitert, c_0 meg ugyanezen időpillanatban az *actív* bróm koncentrációját fejezi ki (mólokban). Ezen egyenletben Σ jelenti a bróm- és savtiter összeget, s ez (l. fennebb) minden egyes kísérleten belül állandó marad, a miért is csak ha egyik kísérletről a másikra megyünk át, áll módunkban a Σ értéket változtatni, tehát az utóbbi olyan mennyiségekkel viselkedik analog módon, melyeket a matematikában és physikában *parameter* néven szokás hívni. Ezen egyenletben továbbá K a hydrogentribromid dissociatio-állandóját,

vagy más szavakkal a



reakciónak egyensúlyállandóját, s végül k a bróm æthylalkoholra való hatásának sebességállandóját fejezi ki.

A K kivételével az összes többi, ezen egyenletben szereplő mennyiségeknek értéke direkt kísérlet útján megmérhető (így a Σ , t és t_0) avagy explicit alakban megadott egyenlet segítségével (így a c és c_0 és k) kiszámítható; azonban, hogy az utóbb említett, k -ra vonatkozó számítást elvégezhezzük, a K értékének ismeretére van szükségünk; ha ezt nem ismerjük, úgy a sebességállandó értékét sem számíthatjuk ki. Elvben a K és k értékének kiszámítása semmi nehézséggel sem járhat; ugyanis, minthogy az 1a) alatti egyenlet minden időpillanatban érvényes, írjuk azt fel t_1 és t_2 időpontokra vonatkozólag, a mikor a megfelelő c illetve T értéket c_1 és T_1 -nek, illetve c_2 és T_2 -nek találtuk:

$$\frac{1}{t_1 - t_0} \left[\frac{\Sigma + K}{K} \cdot \frac{c_0}{c_1} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c_1 + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{3 \left(c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_1 - c_0}{c_1 + \frac{K}{3}} \right] = k, \quad a)$$

$$\frac{1}{t_2 - t_0} \left[\frac{\Sigma + K}{K} \cdot \frac{c_0}{c_2} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c_2 + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{3 \left(c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_0 - c_2}{c_2 + \frac{K}{3}} \right] = k, \quad \beta)$$

s ez által a K és k két ismeretlen értékének meghatározásához szükséges és elegendő két egyenlet birtokába jutottunk. Minthogy azonban e két egyenlet transcendens természetű, csak igen hosszadalmas és fárasztó próbálgatás útján sikerülne azt K -ra és k -ra vonatkozólag megoldani; e végből t. i. próbálgatás útján azt a K értéket kellene megtalálni, mely mellett az a) és β) alatti egyenletek ugyanazt az értéket ($=k$) szolgáltatják.

Ha azonban az 1a) alatti transcendens egyenletet kissé szemügyre vesszük, kitűnik, hogy az bizonyos szélső esetekben igen egyszerű alakot vesz fel, s erre az előbbinél sokkal gyorsabban célhoz vezető eljárást lehet alapítani, a k és K értékének meghatározására. Ugyanis feltéve, hogy a K értéke nem nagyon

kicsiny (a mi arra mutatna, hogy a hydrogentribromid még *nagyon híg* oldatban is csak kevéssé van disszociálva, mit nincs okunk feltenni, mert pl. vizes oldatban is K -nak értéke JAKOWKIN szerint közel 0.06-tal egyenlő) — ha a brómnak igen alacsony kezdetconcentrációjából indulunk ki (a brómhydrogen koncentrációjának kezdeti értékét természetesen zérussal téve egyenlőnek), úgy az egyenlet bal oldalán álló második és harmadik tag értékének kicsinynek kell lenni az első tag értékéhez képest, s ezen kívül az első tag logaritmusa mellett álló factornak (Σ igen kicsiny lévén) közel az egységgel kell egyenlőnek lenni, s így megközelítéssel írhatjuk:

$$-\frac{1}{t-t_0} \text{ l. } \frac{c_0}{c} = k;$$

ugyanekkor, ha a

$$c = \frac{1}{2} [\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2} T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K - \frac{3}{2} T)]$$

egyenletet más alakban írjuk (a négyzetgyököt eltüntetjük)

$$c(c + \Sigma + K - \frac{3}{2} T) = K \cdot \frac{T}{2} \quad \text{Ib)}$$

észreveszszük, hogy megközelítéssel áll

$$c = \frac{T}{2}.$$

Ebből következik, hogy *igen híg oldatban* a brómátalakulásnak *nagy megközelítéssel* a monomolekularis reactiókra érvényes typus szerint kell lefolynia; tehát ha ilyen nagyon híg oldatban tanulmányozzuk a reactio időbeli lefolyását, a sebességállandó közelítő értékét (k') kell megkapnunk

$$-\frac{1}{t-t_0} \text{ l. } \frac{T_0}{T} = k'$$

egyenlet alapján.

Én e végből a bróm átalakulását mintegy 0.001 *n.* oldatban tanulmányoztam. A kísérleti eljárás a következő volt: 400 *cm.* absolut alkoholhoz 95 *cm.* vizet, majd 5 *cm.* ca. $\frac{1}{10}$ *n.* brómvizet adtam. Ebből a reactioelegyből felírt időközökben $\frac{1}{200}$ *n.* thiosulfattal 50 *cm.*-nyi részleteket titráltam meg. Ezen titrálás-

nál indikátorul nem használtam keményítőt, mert a kipipettázott részleteket aránylag nagy mennyiségű vízzel kellett volna higítani, hogy a keményítő a jódot jelezhesse (mert ez tudvalevőleg erősen alkoholtartalmú folyadékban nem következik be), ilyenkor azonban — tapasztalatom szerint — a titrálás végpontjának megállapítása bizonytalanabb volt (mely bizonytalanság előidézéséhez természetesen legtöbbel a vízben elnyelt oxygen járult hozzá), mint mikor a jódtól eredő szineződést használtam fel ezen célra. Az első titrálást 1 percczel az összeelegyítés után végeztem és a titrálásnál lehetőleg siettem. Az átalakulás befejezte után a Σ értéket $1/20$ n. ezüstnitrattal végzett titrálással állapítottam meg.

A kísérleti adatok a következő táblázatban láthatók összeállítva, melyben az első rovatban $t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt időt *percekben*, T'' a titráláshoz elfogyasztott thiosulfatköbcentiméterek számát jelenti; a harmadik rovatban a brómtiter (T) a literben foglalt grammæquivalensek száma által kifejezve látható, s a negyedik rovatban van végül a sebességállandó (közelítő) értéke.

 $\Sigma=0.00088$

XI. táblázat.

 $t_0=1$

| $t-t_0$ | T'' | T | k $= \frac{1}{t-t_0} \cdot l. \frac{T_0}{T}$ |
|------------|-------|----------|---|
| 0 | 6.78 | 0.000678 | — |
| 3 | 5.10 | 0.000510 | 0.095 |
| 6 | 3.90 | 0.000390 | 0.092 |
| 10 | 2.62 | 0.000262 | 0.095 |
| 15 | 1.54 | 0.000154 | 0.098 |
| 20 | 0.97 | 0.000097 | 0.099 |
| 25 | 0.59 | 0.000059 | 0.097 |
| középérték | | | 0.096 |

Ezekből a kísérletekből kitűnik, hogy a brómnak átalakulása ilyen híg oldatban már egészen az egy molekulás typus szerint folyik le, s hogy a sebességállandó közelítő értéke: 0.096.

Ezt a (közelítő) értéket ismerve, az egyensúlyállandónak közelítő, majd pontos értékéhez a következő megfontolások segélyével juthatunk.

Tegyük a brómhydrogen kezdetconcentrációját a bróméhoz

képest igen nagyra, pl. az előbbi circa 0·5, míg az utóbbit 0·01 normálra. A reakciónak ekkor megint az egymolekulás típus szerint kell lefolynia, csak sokkal kisebb sebességgel, mint az előző esetben. Ekkor ugyanis az Ib) alatti egyenlet helyett elengedő megközelítéssel írhatjuk:

$$c = \frac{K}{\Sigma} \cdot \frac{T}{2},$$

s ekkor az Ia)-ból lesz

$$\frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \text{ l. } \frac{T_0}{T} = k \text{ (megközelítéssel),}$$

miből

$$K = \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{k} \text{ l. } \frac{T_0}{T}.$$

Ezen egyenlet alapján az egyensúlyállandó közelítő értékének meghatározása céljából a következő kísérletet végeztem. 80 kem. abszolút alkoholt összeelegyítettem 16 kem. circa 2·5 *n.* vizes brómhydrogen-, továbbá 4 kem. olyan vizes brómhydrogen-oldattal, mely ezenkívül brómra mintegy 0·25 normal volt. A titrálást $\frac{1}{200}$ *n.* thiosulfattal végeztem, s 10 kem.-nyi részleteket titráltam meg, hozzáfolyasztva ezeket 5 kem. circa $\frac{1}{10}$ *n.* jódkálium-, 5 kem. 0·95 *n.* kaliumbicarbonat-oldat és 40 kem. víz összeelegyítése által készített és mintegy 10° C.-ra lehűtött folyadék részletekhez. A brómhydrogen közönbösítéséhez *majdnem elegendő* kaliumbicarbonat hozzátétele és hűtés azért volt szükséges, mert ha ezt elmulasztjuk, nyomokban jódd válik ki s ez a körülmény a titrálás végpontjának megállapítását bizonytalanná teszi. Ez okból a kaliumbicarbonat hozzátételét mindig alkalmaztam, valahányszor a jódot sav feleslegében titráltam. A sav- és brómtiter összegét (Σ értékét) $\frac{1}{20}$ *n.* ezüstnitrattal végzett titrálással határoztam meg, miután practice az összes bróm átalakult, a mi (a reactio kezdetétől számítva) 3 nap múlva következett be. Méréseimnek eredményei a következő táblában láthatók összeállítva.

$\Sigma = 0.546$

XII. táblázat.

 $t_0 = 2$

| $t-t_0$ | T' | T | K $= \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \cdot \frac{T_0}{T}$ |
|-----------|-------|---------|---|
| 0 | 20.15 | 0.01007 | -- |
| 200 | 17.05 | 0.00852 | 0.0047 |
| 280 | 15.92 | 0.00796 | 0.0048 |
| 360 | 14.82 | 0.00741 | 0.0048 |
| 540 | 12.50 | 0.00625 | 0.0050 |
| 1420 | 5.75 | 0.00287 | 0.0050 |
| 1900 | 3.85 | 0.00192 | 0.0049 |
| közéérték | | | 0.0048 |

Az egyensúlyállandónak ezen közelítő értéke :

$$K = 0.0048,$$

minthogy csak correctióról van szó, elegendő pontos ahhoz, hogy segélyével az Ia) alatti pontos egyenlet alapján (felhasználva ezen célra újból a XI. tábla adatait) a sebességállandó végleges értékét kiszámítsuk. Ezen számításaimnak eredményei a következő táblában láthatók.

$$\Sigma=0.00088$$

XIII. táblázat.

$$t_0=1$$

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{1}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | $k = \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{1}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|---------|----------|----------|--|---|--|--|
| 0 | 0.000678 | 0.000325 | — | — | — | — |
| 3 | 510 | 236 | 0.384 | 0.044 | 0.029 | 0.104 |
| 6 | 390 | 176 | 0.736 | 0.075 | 0.064 | 0.100 |
| 10 | 262 | 115 | 1.246 | 0.108 | 0.094 | 0.104 |
| 15 | 154 | 66 | 1.913 | 0.135 | 0.120 | 0.110 |
| 20 | 97 | 41 | 2.484 | 0.149 | 0.133 | 0.110 |
| 25 | 0.000059 | 0.000025 | 3.077 | 0.158 | 0.142 | 0.111 |
| | | | | | | középérték 0.107 |

A sebességállandónak értéke tehát középértékben

$$k = 0.107,$$

s ezen értéket fogadva el — a XII. táblázatban közölt adatok felhasználásával — az egyensúlyállandóra vonatkozólag a következő értékeket nyerjük.

$\Sigma = 0.546$

XIV. táblázat.

$t_0 = 2$

| $t - t_0$ | T | $K = \frac{1}{t - t_0} \cdot \frac{\Sigma T_0}{K \cdot T}$ |
|------------|---------|--|
| 0 | 0.01007 | — |
| 200 | 0.00852 | 0.00427 |
| 280 | 0.00796 | 0.00430 |
| 360 | 0.00741 | 0.00435 |
| 540 | 0.00625 | 0.00451 |
| 1420 | 0.00287 | 0.00451 |
| 1900 | 0.00192 | 0.00443 |
| középérték | | 0.00441 |

Az egyensúlyállandónak végleg elfogadható értéke tehát

$$K = 0.00441.$$

VIII. FEJEZET.

Az elmélet helyességének ellenőrzésére végzett kísérletek.

I. kísérletsorozat. Ezen kísérletsorozatnál a brómhydrogen kezdeti koncentrációja (közel) 0 volt, s bróm kezdeti koncentrációja circa 0.002 *n.*-tól 0.1 *n.*-ig variált. Kísérleteimnek és számításaimnak eredményei a következő hat táblázatban vannak összeállítva.

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $= \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|------------------|----------|----------|--|---|--|---|
| $\Sigma=0.00178$ | | | XV. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.001475 | 0.00696 | — | — | — | — |
| 3 | 1136 | 502 | 0.459 | 0.100 | 0.071 | 0.096 |
| 6 | 836 | 348 | 0.973 | 0.187 | 0.139 | 0.108 |
| 10 | 591 | 235 | 1.524 | 0.256 | 0.196 | 0.107 |
| 15 | 391 | 150 | 2.154 | 0.311 | 0.245 | 0.100 |
| 20 | 252 | 94 | 2.908 | 0.348 | 0.279 | 0.114 |
| 25 | 0.000144 | 0.00052 | 3.628 | 0.378 | 0.307 | 0.117 |
| középérték | | | | | | 0.107 |
| $\Sigma=0.00445$ | | | XVI. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.00413 | 0.001965 | — | — | — | — |
| 3 | 315 | 1281 | 0.860 | 0.373 | 0.178 | 0.103 |
| 6 | 254 | 917 | 1.567 | 0.610 | 0.314 | 0.107 |
| 10 | 200 | 675 | 2.147 | 0.789 | 0.430 | 0.093 |
| 15 | 147 | 455 | 2.940 | 0.971 | 0.562 | 0.094 |
| 25 | 82 | 230 | 4.310 | 1.179 | 0.732 | 0.096 |
| 29 | 0.00068 | 0.000186 | 4.737 | 1.223 | 0.770 | 0.095 |
| középérték | | | | | | 0.098 |

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | $k = \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|------------------|---------|----------|--|---|--|--|
| $\Sigma=0.00940$ | | | XVII. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.00849 | 0.00382 | — | — | — | — |
| 4 | 629 | 213 | 1.829 | 1.077 | 0.365 | 0.097 |
| 6 | 558 | 172 | 2.499 | 1.416 | 0.511 | 0.095 |
| 10 | 449 | 120 | 3.632 | 1.913 | 0.763 | 0.096 |
| 15 | 356 | 83 | 4.792 | 2.331 | 1.010 | 0.097 |
| 20 | 305 | 63 | 5.655 | 2.520 | 1.136 | 0.100 |
| 60 | 0.00060 | 0.000102 | 11.347 | 3.400 | 1.842 | 0.098 |
| középérték | | | | | | 0.097 |
| $\Sigma=0.0178$ | | | XVIII. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.01612 | 0.00703 | — | — | — | — |
| 4 | 1210 | 352 | 3.494 | 2.560 | 0.565 | 0.092 |
| 10 | 882 | 179 | 6.891 | 4.563 | 1.292 | 0.104 |
| 15 | 739 | 131 | 8.463 | 5.312 | 1.654 | 0.100 |
| 25 | 543 | 80 | 10.916 | 6.255 | 2.200 | 0.098 |
| 40 | 358 | 45 | 13.868 | 7.058 | 2.758 | 0.101 |
| 60 | 209 | 24 | 17.014 | 7.598 | 3.192 | 0.104 |
| 120 | 0.00058 | 0.00006 | 24.000 | 8.121 | 3.662 | 0.102 |
| középérték | | | | | | 0.100 |

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1. \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot 1. \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $= \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1. \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot 1. \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|-----------------|--------|----------|---|--|--|---|
| $\Sigma=0.0513$ | | | XIX. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.0431 | 0.001516 | — | — | — | — |
| 4 | 333 | 614 | 11.393 | 9.616 | 1.288 | 0.122 |
| 10 | 282 | 364 | 17.983 | 14.515 | 2.451 | 0.102 |
| 15 | 248 | 259 | 22.327 | 17.348 | 3.340 | 0.109 |
| 25 | 207 | 172 | 27.460 | 20.310 | 4.546 | 0.104 |
| 60 | 122 | 705 | 38.770 | 25.050 | 7.194 | 0.109 |
| 120 | 0.0061 | 0.000285 | 50.212 | 27.667 | 9.156 | 0.111 |
| közéérték | | | | | | 0.109 |
| $\Sigma=0.1020$ | | | XX. táblázat. | | | |
| 0 | 0.0869 | 0.03024 | — | — | — | — |
| 4 | 696 | 1142 | 23.495 | 21.420 | 1.610 | 0.116 |
| 10 | 591 | 559 | 40.745 | 35.755 | 3.852 | 0.114 |
| 25 | 468 | 265 | 58.707 | 48.545 | 7.379 | 0.111 |
| 60 | 335 | 128 | 76.252 | 58.165 | 11.601 | 0.108 |
| 120 | 205 | 59 | 94.926 | 65.046 | 15.861 | 0.116 |
| 180 | 135 | 34 | 107.995 | 68.090 | 18.698 | 0.118 |
| 250 | 0.0090 | 0.00021 | 119.715 | 69.893 | 20.152 | 0.117 |
| közéérték | | | | | | 0.114 |

Ezen táblákból az tűnik ki, hogy a reactio tényleg úgy folyik le, mint a theoria kívánja, mert a k értékében mutatkozó ingadozások nem nagyobbak, mint a mekkorák az elkerülhetlen kísérleti hibáktól eredhetnek. A k értékének kiszámítása ugyanis öt kísérletileg meghatározott s így bizonyos hibával és nem pontosan ismeretes mennyiség, t. i. a Σ , T_0 , T , K és $t-t_0$ értékeiből történik, s ennek folytán kedvezőtlen esetben — mint erről néhány próbaszámítással meggyőződhetünk — nagyobb ingadozások is lehetségesek a sebességállandó értékében, mint a mekkorákat a fenti táblázatban volt alkalmunk tapasztalni. A sebességállandó értéke ezen kísérletsorozat alapján 0.104.

II. kísérletsorozat. Ezen kísérletsorozatnál a bróm kezdeti concentrációja mellett a brómhydrogénét is változtattam, de e két (molekulatartalomban kifejezett) concentrációnak aránya mindig (közel) az egységgel, s így a $\frac{\Sigma - T_0}{T_0}$ viszony értéke $1/2$ -vel volt egyenlő és a T_0 értéke 0.005 és 0.04 n . között változott. Méréseimnek és számításaimnak eredményei az alábbi táblázatokban láthatók. (Lásd XXI—XXIV. táblázatot.)

Ezek az adatok szintén a theoria helyessége mellett szólnak. A sebességállandó értéke gyanánt ezen kísérletsorozat 0.111 értéket ad.

III. kísérletsorozat. Ezen kísérletsorozatnál a bróm kezdeti concentrációja állandó volt (0.01 n .) és a brómhydrogéné 0.025—0.1 n . között változott úgy, hogy a $\frac{\Sigma - T_0}{T_0}$ viszony értéke a négy egymásután végzett kísérletnél 2.5, 5, 7.5 és végül 10 volt. Ezen méréseimnek eredményei a következő táblázatokban láthatók összeállítva. (Lásd XXV—XXVIII. táblázatot.)

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $= \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|---|---------|----------|--|---|--|---|
| $\Sigma=0.0075$ XXI. táblázat. $t_0=0$ | | | | | | |
| 0 | 0.00500 | 0.00178 | — | — | — | — |
| 5 | 335 | 94 | 1.717 | 0.706 | 0.372 | 0.128 |
| 10 | 259 | 63 | 2.798 | 1.033 | 0.585 | 0.118 |
| 15 | 202 | 48 | 3.564 | 1.215 | 0.718 | 0.109 |
| 30 | 0.00105 | 0.00022 | 5.061 | 1.551 | 0.990 | 0.104 |
| középérték | | | | | | 0.114 |
| $\Sigma=0.0150$ XXII. táblázat. $t_0=5$ | | | | | | |
| 0 | 0.00732 | 0.001608 | — | — | — | — |
| 5 | 572 | 1060 | 1.834 | 0.797 | 0.420 | 0.123 |
| 10 | 472 | 793 | 3.112 | 1.252 | 0.700 | 0.116 |
| 15 | 389 | 605 | 4.304 | 1.604 | 0.939 | 0.117 |
| 25 | 275 | 386 | 6.281 | 2.058 | 1.279 | 0.113 |
| 35 | 204 | 270 | 7.855 | 2.330 | 1.494 | 0.118 |
| 55 | 0.00117 | 0.000145 | 10.592 | 2.624 | 1.760 | 0.113 |
| középérték | | | | | | 0.117 |

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $= \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|-----------------|---------|----------|--|---|--|---|
| $\Sigma=0.0300$ | | | XXIII. táblázat. | | | $t_0=5$ |
| 0 | 0.01630 | 0.002813 | — | — | — | — |
| 5 | 1394 | 1985 | 2.720 | 1.605 | 0.614 | 0.100 |
| 10 | 1080 | 1225 | 6.487 | 3.458 | 1.453 | 0.112 |
| 25 | 866 | 857 | 9.275 | 4.557 | 2.155 | 0.102 |
| 35 | 704 | 633 | 11.640 | 5.313 | 2.657 | 0.105 |
| 55 | 469 | 372 | 15.788 | 6.304 | 3.397 | 0.110 |
| 75 | 330 | 245 | 19.047 | 6.838 | 3.838 | 0.112 |
| 135 | 0.00091 | 0.000060 | 30.027 | 9.410 | 4.613 | 0.118 |
| közéérték | | | | | | 0.109 |
| $\Sigma=0.0600$ | | | XXIV. táblázat. | | | $t_0=5$ |
| 0 | 0.0337 | 0.00410 | — | — | — | — |
| 4 | 307 | 315 | 3.876 | 2.687 | 0.798 | 0.098 |
| 15 | 248 | 183 | 11.791 | 7.477 | 2.592 | 0.115 |
| 25 | 212 | 137 | 16.021 | 9.624 | 3.489 | 0.116 |
| 35 | 184 | 107 | 19.616 | 11.208 | 4.493 | 0.112 |
| 55 | 138 | 68 | 26.145 | 13.558 | 5.970 | 0.120 |
| 95 | 0.0085 | 0.00036 | 35.255 | 15.933 | 7.912 | 0.120 |
| közéérték | | | | | | 0.113 |

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $= \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|----------------|---------|----------|--|---|--|---|
| $\Sigma=0.035$ | | | XXV. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.00997 | 0.000870 | — | — | — | — |
| 9 | 867 | 705 | 1.880 | 0.629 | 0.409 | 0.094 |
| 20 | 765 | 599 | 3.336 | 0.841 | 0.706 | 0.089 |
| 40 | 587 | 417 | 6.573 | 1.851 | 1.291 | 0.086 |
| 60 | 452 | 306 | 9.340 | 2.373 | 1.712 | 0.088 |
| 100 | 267 | 161 | 15.081 | 3.106 | 2.344 | 0.096 |
| 150 | 138 | 82 | 21.110 | 3.533 | 2.738 | 0.099 |
| 200 | 0.00066 | 0.000038 | 27.989 | 3.781 | 2.975 | 0.106 |
| középérték | | | | | | 0.094 |
| $\Sigma=0.060$ | | | XXVI. táblázat. | | | $t_0=2$ |
| 0 | 0.00992 | 0.000487 | — | — | — | — |
| 20 | 887 | 379 | 3.663 | 0.824 | 0.626 | 0.110 |
| 40 | 757 | 310 | 6.599 | 1.353 | 1.068 | 0.104 |
| 62 | 635 | 253 | 9.566 | 1.818 | 1.456 | 0.102 |
| 90 | 502 | 193 | 13.522 | 2.324 | 1.895 | 0.103 |
| 150 | 302 | 110 | 21.733 | 3.054 | 2.558 | 0.108 |
| 210 | 0.00175 | 0.000062 | 30.107 | 3.636 | 2.974 | 0.112 |
| középérték | | | | | | 0.107 |

| $t-t_0$ | T | c | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{k}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|----------------|---------|----------|--|---|--|--|
| $\Sigma=0.085$ | | | XXVII. táblázat. | | | $t_0=2$ |
| 0 | 0.01012 | 0.000299 | — | — | — | — |
| 20 | 907 | 262 | 2.640 | 0.410 | 0.375 | 0.093 |
| 43 | 780 | 221 | 6.130 | 0.899 | 0.782 | 0.103 |
| 63 | 697 | 181 | 10.134 | 1.372 | 1.208 | 0.119 |
| 110 | 537 | 145 | 14.675 | 1.817 | 1.617 | 0.101 |
| 140 | 468 | 128 | 17.203 | 2.027 | 1.814 | 0.095 |
| 200 | 342 | 89 | 24.572 | 2.520 | 2.283 | 0.099 |
| 310 | 194 | 49 | 36.469 | 3.039 | 2.790 | 0.099 |
| 448 | 0.00097 | 0.000025 | 50.320 | 3.357 | 3.107 | 0.098 |
| középérték | | | | | | 0.101 |
| $\Sigma=0.110$ | | | XXVIII. táblázat. | | | $t_0=5$ |
| 0 | 0.00995 | 0.000220 | — | — | — | — |
| 30 | 882 | 192 | 3.532 | 0.367 | 0.321 | 0.095 |
| 60 | 722 | 165 | 7.462 | 0.832 | 0.736 | 0.098 |
| 90 | 690 | 146 | 10.641 | 1.068 | 0.949 | 0.096 |
| 120 | 610 | 127 | 14.152 | 1.421 | 1.297 | 0.097 |
| 220 | 392 | 80 | 26.250 | 2.200 | 2.013 | 0.100 |
| 400 | 0.00202 | 0.000035 | 47.700 | 3.037 | 2.749 | 0.105 |
| középérték | | | | | | 0.099 |

A sebességállandó értéke tehát megint csak csekély, a kísérleti hibáktól származó ingadozásokat mutat. Értéke 0·100.

IV. kísérletsorozat. Ezen kísérletsorozatnál a brómhydrogen kezdeti koncentrációja állandó (ca. 0·4 *n.*), és a bróméhoz viszonyítva igen nagy (legalább 20-akkora) volt, a bróm kezdeti koncentrációja pedig 0·005 és 0·02 *n.* között variált. Ebben az esetben a theoria szerint igen nagy megközelítéssel a következő egyenlet szerint kell a reactionnak lefolyni:

$$\frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \text{ l. } \frac{T_0}{T} = k.$$

Mint a következő négy táblából láthatjuk, a theoriának ezen követelménye szintén beválik.

| $t-t_0$ | T | k $= \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \text{ l. } \frac{T_0}{T}$ |
|--|---------|---|
| $\Sigma=0\cdot405$ XXIX. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.00484 | — |
| 120 | 421 | 0.107 |
| 240 | 367 | 0.105 |
| 350 | 325 | 0.104 |
| 1220 | 130 | 0.099 |
| 1400 | 107 | 0.100 |
| 1580 | 0.00085 | 0.099 |
| középérték | | 0.102 |
| $\Sigma=0\cdot410$ XXX. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.00985 | — |
| 140 | 840 | 0.109 |
| 200 | 793 | 0.100 |
| 320 | 700 | 0.099 |
| 440 | 625 | 0.097 |
| 570 | 545 | 0.097 |
| 1620 | 0.00175 | 0.099 |
| középérték | | 0.100 |

| $t-t_0$ | T | k $= \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \cdot \frac{T_0}{T}$ |
|-------------------------------------|---------|---|
| $\Sigma=0.415$ XXXI. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.01495 | — |
| 120 | 1315 | 0.109 |
| 150 | 1265 | 0.104 |
| 280 | 1102 | 0.103 |
| 400 | 975 | 0.102 |
| 520 | 860 | 0.104 |
| 630 | 0.00765 | 0.104 |
| középérték | | 0.106 |
| $\Sigma=0.420$ XXXII. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.01995 | — |
| 60 | 1875 | 0.106 |
| 120 | 1742 | 0.110 |
| 210 | 1580 | 0.107 |
| 320 | 1405 | 0.104 |
| 480 | 1180 | 0.103 |
| 1300 | 0.00491 | 0.102 |
| középérték | | 0.105 |

Ezen adatokból a sebességállandóra vonatkozólag a következő értéket nyerjük:

$$k = 0.104.$$

V. kísérletsorozat. Ezen kísérletsorozatnál a bróm kezdeti koncentrációja volt minden kísérletnél ugyanakkora (0.005 *n.*) és a brómhidrogéné variált 0.1 normáltól 0.4 *n.*-ig, tehát a brómhydrogen koncentrációja megint igen nagy volt a bróméhoz képest, mely esetben a reactio lefolyását elegendő pontossággal az egyszerű

$$k = \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \cdot \frac{T_0}{T}$$

egyenletnek kell kifejezni. Erre vonatkozó méréseimnek eredményeit a következő négy tábla tünteti fel.

| $t-t_0$ | T | k $= \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\Sigma}{K} \cdot \frac{T_0}{T}$ |
|--------------------------------------|---------|---|
| $\Sigma=0.105$ XXXIII. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.00482 | — |
| 60 | 365 | 0.111 |
| 90 | 320 | 0.109 |
| 120 | 280 | 0.108 |
| 180 | 207 | 0.111 |
| 240 | 165 | 0.106 |
| 450 | 0.00067 | 0.105 |
| középérték | | 0.109 |
| $\Sigma=0.205$ XXXIV. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.00487 | — |
| 30 | 455 | 0.107 |
| 100 | 381 | 0.115 |
| 120 | 364 | 0.113 |
| 200 | 300 | 0.112 |
| 360 | 209 | 0.109 |
| 420 | 0.00132 | 0.109 |
| középérték | | 0.111 |
| $\Sigma=0.305$ XXXV. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.00482 | — |
| 80 | 430 | 0.108 |
| 120 | 402 | 0.101 |
| 180 | 355 | 0.101 |
| 360 | 274 | 0.106 |
| 480 | 232 | 0.108 |
| 600 | 0.00200 | 0.101 |
| középérték | | 0.106 |
| $\Sigma=0.405$ XXXVI. tábl. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.00487 | — |
| 120 | 415 | 0.107 |
| 240 | 361 | 0.106 |
| 300 | 341 | 0.102 |
| 360 | 322 | 0.097 |
| 1210 | 130 | 0.098 |
| 1440 | 0.00099 | 0.098 |
| középérték | | 0.103 |

A reactio tehát megint a theoria által megkívánt módon folyik le. A sebességállandó értéke ezen kísérletsorozat szerint 0.107.

Mind az öt kísérletsorozat adataiból a középértéket véve, a sebességállandónak következő legvalószínűbb értékét nyerjük:

$$k = 0.1052.$$

IX. FEJEZET.

Az elektrolytes dissociatio-elmélet consequentiái.

Mint COHEN * méréseiből tudjuk, alkoholból és vízből álló elegyekben az erős elektrolytek molekulavezetőképessége — hig oldatokban — hasonlóan mint vízben igen csekély mértékben változik további hígításra, miből következik, hogy ezek az anyagok vizes alkoholban nagy hígítás mellett (épügy mint vízben) majdnem teljesen (s így a különböző elektrolytek egyformán) disszociálva vannak. Ezt tudva, vizsgáljuk meg, hogy az elektrolytes dissociatio figyelembe vétele micsoda következményekhez vezet.

Mindenekelőtt a mi a reactio időbeli lefolyásának elméletét illeti, a korábbi

$$-\frac{dc_1}{dt} = kc \quad 1)$$

$$c = K \frac{c_{HBr_3}}{c_{HBr}} \quad 2)$$

két egyenlethez még két új egyenlet járul, melyekben egyfelől a hydrogentribromidnak, s másfelől a hydrogenbromidnak *elektrolytes* disszociációja jut kifejezésre, t. i.

$$K_1 \cdot c_{HBr_3} = c_H^+ \cdot c_{Br_3}^- \quad 3)$$

$$K_2 \cdot c_{HBr} = c_H^+ \cdot c_{Br}^-, \quad 4)$$

s ha a két utóbbi egyenlet segélyével a 2)-ben a c_{HBr_3} -at és a c_{HBr} -et elimináljuk, nyerjük

$$c = K \cdot \frac{K_2}{K_1} \cdot \frac{c_{Br_3}^-}{c_{Br}^-},$$

* Zeitschr. f. phys. Chemie 25, 1 (1898).

mivel pedig COHEN mérései alapján megközelítéssel írható

$$K_1 = K_2,$$

ez új theoriának kifejezői a

$$-\frac{dc_1}{dt} = kc \quad 1')$$

$$c = K \frac{\bar{c}_{Br_3}}{\bar{c}_{Br}} \quad 2')$$

egyenletek a régi helyességére kipróbált theoriának következő két egyenletével szemben :

$$-\frac{dc_1}{dt} = kc \quad 1)$$

$$c = K \frac{c_{HBr_3}}{c_{HBr}}, \quad 2a)$$

mely utóbbi egyenletben c_{HBr_3} -mal az összes (tehát a dissociált és a nem dissociált) hydrogentribromid-molekulák számát, c_{HBr} -rel az összes brómhydrogen-molekulák számát jeleztük, s ez okból az újabb jelzéssel összhangban 2a) helyett írunk kell :

$$c = K \frac{\bar{c}_{Br_3} + c_{HBr_3}}{\bar{c}_{Br} + c_{HBr}}. \quad 2)$$

Minthogy csak igen híg oldatok képezték kísérleteim tárgyát, s ilyen körülmények mellett az elektrolýtes dissociatio majdnem teljes, ennél fogva az összes és az elektrolýtesen dissociált hydrogentribromid-molekulák száma, továbbá az összes és a dissociált hydrogenbromid-molekulák száma értékre egymással igen közel megegyezik, s így akár a 2), akár a 2') alatti egyenletből indulunk ki az activ bróm concentratiójának kiszámításánál, ugyanazt a c értéket kell hogy kapjunk, vagyis az *elektrolýtes dissociatio ugyanazon elmélethez vezet*, melynek helyességét kimutatnom sikerült.

Azonban az elektrolýtes dissociatio-elméletnek figyelembe vétele nemcsak hogy nem vezet kísérleti tényeknek ellentmondó consequentiákhoz, hanem belőle többi közt olyan két, helyességére kísérleti úton ellenőrizhető consequentia vonható le, melyeket a korábbi elmélet alapján nem volnánk képesek előre látni.

A 2') alatti egyenletből ugyanis az tűnik ki, hogy (a tribróm-

ionok mellett) a *brómionok* concentratiója az, a mitől az activ brómnak concentratiója függ, tehát hogy az utóbbi nem függ különlegesen a brómhydrogentől. Ebből az következik, hogy ha a reactióközegben a bróm hozzáadása előtt relative nagy feleslegben, de ugyanazon concentratióban akármilyen bromidet feloldunk, úgy (a különböző bromidek közel egyformán lévén dissocíálva) a reactio időbeli lefolyásának és a sebességállandó értékének is közel meg kell egyeznie.

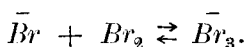
Ennek megvizsgálása czéljából két parallel kísérletben a brómot (0.005 *n.* kezdetconcentratio mellett) egyfelől 0.1 *n.* lithium-, másfelől 0.1 *n.* ammoniumbromid jelenlétében (mint a mely bromid alkohol és víz elegyében eléggé oldatik) hagytam vizes alkoholra hatni. Kísérleteimnek eredményei a következő két táblában láthatók összeállítva.

| $t-t_0$ | T | $= \frac{1}{t-t_0} \cdot \frac{\sum T_0}{K \cdot T}$ | Megjegyzés |
|--|---------|--|-----------------------------|
| $\Sigma=0.1061$ XXXVII. táblázat. $t_0=2$ | | | |
| 0 | 0.00535 | — | Lithiumbromid jelenlétében |
| 46 | 455 | 0.097 | |
| 60 | 422 | 0.098 | |
| 120 | 319 | 0.103 | |
| 180 | 245 | 0.104 | |
| 300 | 140 | 0.107 | |
| 450 | 0.00074 | 0.105 | |
| középtérték | | 0.104 | |
| $\Sigma=0.1045$ XXXVIII. táblázat. $t_0=2$ | | | |
| 0 | 0.00530 | — | Ammoniumbromid jelenlétében |
| 40 | 420 | 0.133 | |
| 60 | 381 | 0.128 | |
| 120 | 270 | 0.133 | |
| 180 | 189 | 0.135 | |
| 240 | 133 | 0.136 | |
| 400 | 0.00062 | 0.126 | |
| középtérték | | 0.131 | |

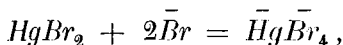
Ezen mérésekből az tűnik ki, hogy a sebességállandó értéke 0·1 *n.* lithiumbromid vagy ammoniumbromid jelenlétében csak kevésbé különbözik azon értéktől, melyet 0·1 *n.* brómhydrogen jelenlétében kaptunk (l. a XXXIII. táblát).

Az elektrolytes dissociatio-elmélet egy másik folyamányához a következő módon jutunk.

A reactio eltérésének oka az egymolekulás typustól ezen elmélet szerint az, hogy a reactio folyamán keletkező *bromionok* a Br_2 molekulák egy részével tribrómionná egyesülvén, a brómot inactiválják:



Ennélfogva ha a bróm hozzáadása előtt, vagy ezzel egyidejűleg a bróm concentratiójához viszonyítva *nagy feleslegben* olyan anyagot juttatunk a közegbe, mely a brómionokat additio útján szintén lekötni képes (de az elemi brómra természetesen nincs hatással), akkor a reactionnak az egymolekulás typus szerint kell lefolynia a brómnak olyan kezdetconcentratiója mellett is, a mikor különben a brómionok által okozott zavaró hatás már olyan jelentékeny, hogy az átalakulás az egymolekulás typustól egészen eltérőleg folyik le, mint pl. 0·01 *n.* kezdetconcentratio esetében. Ilyen anyag pl. a mercuribromid. Ez a vegyület, mint egy régebbi dolgozatomban kimutatnom sikerült,* vizes oldatban elenyészően csekély, s azért elhanyagolható mértékben dissociál brómionokra, ellenben képes az utóbbiakat a következő reactioegyenlet szerint lekötni:



tehát velök bromomercuratnak nevezett complex ionná ($HgBr_4$) egyesülni. Analogia útján következtethető, hogy a mercuribromid alkohol és víz elegyéből álló közegben is ugyanígy fog viselkedni.

Mint a következő három táblázatból látható, az elektrolytes dissociatio-theoria ezen consequentiája is bevált, s mercuribromid feleslege jelenlétében a reactio egészen simán az egymolekulás typus szerint, a sebességállandónak már ismert értéke mellett folyt le, függetlenül a mercuribromid és a bróm kezdetconcentratiójától.

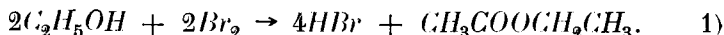
* Mathematikai és természettudományi Értesítő, XI. 349, 1893.

| $t-t_0$ | T | $\frac{1}{t-t_0} \cdot 1. \frac{T_0}{T}$ | Megjegyzés |
|------------------|---------|--|--|
| XXXIX. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.00872 | — | Mercuribromid concentratiója : 0.1 n., a bróm kezdeti concent. 0.01 n. |
| 2 | 717 | 0.099 | |
| 4 | 585 | 0.101 | |
| 7 | 435 | 0.112 | |
| 10 | 314 | 0.102 | |
| 15 | 170 | 0.110 | |
| 20 | 94 | 0.111 | |
| 25 | 50 | 0.114 | |
| 30 | 0.00029 | 0.113 | |
| középérték | | 0.108 | |
| XL. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.00872 | — | Mercuribromid concentratiója : 0.0625, a bróm kezdeti concent. 0.01 n. |
| 2 | 715 | 0.101 | |
| 4 | 592 | 0.097 | |
| 7 | 431 | 0.101 | |
| 10 | 316 | 0.102 | |
| 15 | 186 | 0.103 | |
| 20 | 107 | 0.105 | |
| 25 | 067 | 0.103 | |
| 30 | 0.00042 | 0.101 | |
| középérték | | 0.102 | |
| XLI. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.01027 | — | Mercuribromid concentratiója : 0.1 n., a bróm kezdeti concent. 0.12 n. |
| 2 | 845 | 0.098 | |
| 4 | 690 | 0.099 | |
| 6 | 567 | 0.099 | |
| 10 | 365 | 0.103 | |
| 15 | 213 | 0.107 | |
| 20 | 127 | 0.106 | |
| 25 | 80 | 0.102 | |
| 30 | 0.00047 | 0.102 | |
| középérték | | 0.102 | |

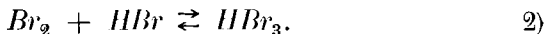
X. FEJEZET.

Összefoglalás.

A bróm az æthylalkoholt mérhető sebességgel a következő egyenlet szerint bontja el:



Ez az átalakulás az alkohol nagy feleslege mellett, t. i. ha az utóbbi egyszersmind mint oldószer szerepel ($1/5$ térf. víz mellett) monomolekuláris, de zavaró hatástól kísérve, mely onnét ered, hogy az átalakulás folyamán keletkező brómhydrogen a bróm egy részét mint hydrogentribromidet leköti és ez által inactiválja:



Ezen második reactio a bróm és æthylalkohol egymásra hatásának sebességéhez képest végtelen nagy gyorsasággal folyik le, minek folyománya, hogy a 2) alatti átalakulásra vonatkozólag az egyensúlyfeltételnek minden időpillanatban teljesülnie kell.

E két simultan átalakulás időbeli lefolyását a következő két egyenlet fejezi ki:

$$-\frac{dc_1}{dt} = kc$$

és

$$c = K \frac{c_{HBr_3}}{c_{HBr}},$$

melyekben $-\frac{dc_1}{dt}$ az első reactionnak sebességét fejezi ki, k ezen átalakulásra vonatkozó sebesség-, K a második reactionra vonatkozó egyensúly-állandó, míg c az activ (és nem az összes titrálható) brómnak koncentrációját fejezi ki. A c_{HBr_3} és c_{HBr} jelek jelentése nem szorul magyarázatra.

Az első 1) alatti átalakulás időbeli lefolyását kifejező egyenlet integrálalakban a következő:

$$k = \frac{1}{t-t_0} \cdot \left[-\frac{\Sigma + K}{K} \ln \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{K} \ln \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{3 \left(c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}} \right],$$

a hol c_0 az activ bróm concentratióját (kifejezve a gramm-molekulák számával) jelenti t_0 , c ugyanazt t időpillanatban, s a c_0 és c értékeket a következő egyenletek szolgáltatják:

$$c_0 = \frac{\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2} T_0)^2 + 2KT_0} - (\Sigma + K - \frac{3}{2} T_0)}{2},$$

$$c = \frac{\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2} T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K - \frac{3}{2} T)}{2},$$

melyekben T_0 jelenti a brómtitert (kifejezve a normáltartalom által) t_0 , T ugyanazt t időpillanatban, Σ meg a sav- és brómtiter összegét fejezi ki ugyancsak a normáltartalom által.

Ha a concentratiót a *literben* foglalt *gramm-molekulák*, a titert meg a *gramm-aequivalensek* számával fejezzük ki, s időegységnek a *percet* választjuk, 25° C. hőmérsékleten s olyan közegben, mely $\frac{4}{5}$ térf. alkohol és $\frac{1}{5}$ térfogat víz összekeverítése által készült, az egyensúlyállandónak (K), illetve a sebességállandónak (k) értéke:

$$K = 0.00441,$$

$$k = 0.1052.$$

Az elektrolytes dissociatio figyelembe vétele igen hig oldatokra - s csak ilyenek képezték vizsgálataim tárgyát - az előzőekben röviden összefoglalttal lényegében *azonos* elmélethez vezet, de egyúttal két olyan kísérletileg igaznak bizonyult folyományhoz is, melyeket az elektrolytes dissociatio hypothesis nélkül nem volnánk képesek előre látni.

AZ ÉGI TESTEK FEJLŐDÉSE ÉS A FÖLD KORA.

(II. és befejező közlemény.)

KÖVESLIGETHY RADÓ I. tagtól.

A hősugárzás mechanikai kifejezése.

A koszikus fejlődés tanulmányozásában feltevés nélküli és ezért teljesen megbízható módszerünk van, melynek alapját RITTER A.* vetette meg. A vizsgálat fordulópontja, hogy valamely gázgömb belső melege és önmagára vonatkoztatott potentialja között határozott összefüggés áll fenn, mely egyszer tetszésszerinti, máskor a $\frac{p}{s^k} = \text{const.}$ egyenlet által jellemezett egyensúly számára felírható.

Mínthogy RITTER eredményeiből lényegesen új és fontos következtetéseket fogunk vonhatni, levezetését röviden bemutatjuk.

A ρ és $\rho + d\rho$ sugarak között foglalt dm tömegű gömbhéj összes melegkészlete

$$dQ = c_v \theta dm, \quad (15)$$

és ebből az egész r sugarú gömbé

$$Q = 4\pi c_v \int_0^r s \rho^2 \theta d\rho, \quad (15')$$

vagy tekintettel a BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvényre:

$$Q = \frac{4\pi}{k-1} \int_0^r p \rho^2 d\rho, \quad (15'')$$

melyben a betűk a korábbi, már ismert jelentőséggel bírnak.

* Anwendungen der mech. Wärmetheorie auf kosmolog. Probleme. Leipzig 1882. 55. lap, és Annal. d. Phys. u. Chemie, 1880. XI. köt. 340. l.

A gázgömbnek önmagára vonatkozó potenciálja

$$V = \int_0^r g_\rho \rho dm = 4\pi \int_0^r g_\rho s \rho^3 d\rho, \quad (16)$$

s ez egyszersmind azon munka, melyet az égi test végzett, mialatt anyagát a végtelenül szétszórt állapotból jelenlegi térfogatába gyűjtötte. E kifejezésben g_ρ a nehézségi gyorsulás értéke oly gömbfelületen, mely az égi test középpontjától ρ távolságra fekszik.

A hydrodinamikai egyenletnek:

$$d\rho = -g_\rho s d\rho \quad (17)$$

felhasználásával a potenciál kifejezése

$$V = -4\pi \int_0^r \rho^3 d\rho \quad (18)$$

alakba hozható. Ha ezt partiálisan integráljuk és tekintetbe vesszük, hogy a $p\rho^3$ szorzat $\rho=0$ miatt a középpontban, $p=0$ miatt a felületen eltűnik, az eredmény

$$V = 3 \cdot 4\pi \int_0^r p \rho^3 d\rho. \quad (19)$$

Ezen egyenlet összehasonlítása $15''$ -vel ad minden tetszőleges egyensúly számára

$$\frac{V}{Q} = 3(k-1), \quad (20)$$

úgy, hogy a potenciál és belső meleg viszonya bármily egyensúlyi állapot mellett csupán a gáz molekuláris összetételétől függ.

A mennyiben V mint összes végzett contractiómunka fogható fel,

$$V - Q = \frac{3k-4}{3k-3} V \quad (21)$$

nyilván azon hő, melyet az égi test létezése óta kisugárzás által veszített. Két atomos gázok számára

$$V - Q = \frac{1}{6} V,$$

úgy, hogy az összesen végzett munkának $\frac{1}{6}$ -a hő alakjában kisugárzott, míg $\frac{5}{6}$ -a még a testben felhalmozódott. Ha $k > \frac{4}{3}$, a test kisugárzása contractióval jár, ha $k < \frac{4}{3}$, ellenkezőleg expansióval.

Ugyane viszony számára még más, de immár csak a 6) által jellemezett egyensúly számára. érvényes kifejezés is állítható fel. Ha a 15) egyenletet 0 és r határok között részenként integráljuk, lesz

$$Q = c_v [m\theta - \int m d\theta]_0^r = -c_v \int_0^r m d\theta, \quad (22)$$

a mennyiben a középpontban m , a külső felületen ellenben θ a nullával egyenlő.

A Poisson-féle egyenletekből, melyekben azonban most a 6)-nak megfelelőleg k minden az egységnél nagyobb számot jelenthet, és 17)-ből következik

$$c_p d\theta = -g_\rho d\rho, \quad (23)$$

és ezzel átalakul 22) a következő egyenletté

$$Q = -\frac{1}{k} \int_0^r m g_\rho d\rho = -\frac{a^2 g}{kT} \int_0^r \frac{m^2}{\rho^2} d\rho, \quad (24)$$

ha a , g és T a Földnek középsugarát, felületi nehézségi gyorsulását és tömegét jelenti.

A partiális integrálás újból való alkalmazása ad végre

$$Q = \frac{a^2 g}{kT} \left(2 \int_0^r \frac{m dm}{\rho} - \frac{M^2}{r} \right), \quad (24')$$

a hol M az égi test egész tömegét jelenti. Az $\frac{m^2}{\rho}$ kifejezés a középpontban nulla.

Hasonlóképen alakítható át 16) g_ρ -nak a NEWTON-féle törvényből való behelyettesítése által:

$$V = \frac{a^2 g}{T} \int_0^r \frac{m}{\rho} dm. \quad (25)$$

Az integrálnak a két utolsó egyenletből való eliminálása ad :

$$Q = \frac{a^2 g}{kT} \left(2 \frac{TV}{a^2 g} - \frac{M^2}{r} \right), \quad (26)$$

a miből 20) segítségével következik :

$$Q = \frac{a^2 g M^2}{(5k-6) Tr} \quad \text{és} \quad V = \frac{(3k-3) a^2 g M^2}{(5k-6) Tr}. \quad (27)$$

Ezen egyenletek azonban már csak a 6) alakú egyensúlyra érvényesek.

Ha Ω -val jelöljük az égi test létezése óta kisugárzott hőt, azaz az összes kifejtett munka és hő és a jelenlegi melegkészslet különbségét, akkor

$$\Omega = V - Q = \frac{(3k-4) a^2 g M^2}{(5k-6) Tr}, \quad (28)$$

és ennél fogva számítható a jelen t időt követő dt pillanatban is a $\frac{\partial \Omega}{\partial t} dt$ kisugárzás, melynek értéke az időegységre vonatkoztatva szolgáltatja a kisugárzás I intenzitását. E szerint

$$I = - \frac{(3k-4) a^2 g M^2}{(5k-6) Tr^2} \frac{dr}{dt}, \quad (29)$$

vagy, ha G -vel jelöljük az égi test felületén a t időben uralkodó nehézségi gyorsulást s ha az intenzitást hőmértékben fejezzük ki $\left(A = \frac{1}{424} \right)$, egyszerűbben

$$I = - \frac{3k-4}{5k-6} A G M \frac{dr}{dt}. \quad (29')$$

A pillanatnyi kisugárzás tehát arányos azzal a munkával, melyet az égi test végezne, ha saját felületén mért súlya a contractio terén át szabadon esik. Az arányossági faktor ismét csak a gáz molekuláris szerkezetétől függ.

Ha \mathcal{G} jelenti a nehézségi gyorsulás kezdeti, r sugarhoz tartozó értékét, akkor

$$I = - \frac{3k-4}{5k-6} A \mathcal{G} M \frac{r^2}{r^2} \frac{dr}{dt}, \quad (29'')$$

és ebből tüstént levezethető a Földnek $14''$) alatt adott kora, ha feltehetnők, hogy a sugárzás intenzitása minden időben ugyanaz marad.

A 20) egyenlethez fűzött megjegyzések itt ismételhetők; azonkívül látjuk — mint korábban más alkalommal —, hogy az égi test egyetlen pontba zsugorodik össze, ha $k = \frac{6}{5}$.

Az égi testnek k értékéhez kötött centrifugális vagy centripetális jellege összefügg ama körülménnyel, hogy kosmikus fajhője negatív is lehet. Ha ugyanis képezzük a hőelmélet első egyenlete segítségével az égi test anyagának $\frac{dQ}{d\theta} = c$ fajhőjét oly állapotváltozásra, mely a 7) egyenletek által adott, akkor az eredmény

$$c = -(3k - 4)c_v,$$

a mi eddigi észrevételeinkkel lényegesen azonos. Addig, míg $k > \frac{4}{3}$, a fajhő negatív, azaz a test kisugárzás által felmelegszik. A látszó paradoxont a 21) egyenlet teljesen magyarázza. A kisugárzással összehúzódás, tehát munkafejlesztés jár és ennek hőértéke nem csak pótolja a kisugárzás folytán beállt veszteséget, hanem nagyobb részében még meleg felraktározására is szolgál.

A 29') egyenlet azonnal felhasználható a Nap contractiójának kiszámítására, minthogy ez esetben a kisugárzást ismerjük. A contractio jelen értékét ς -val fogjuk jelölni, úgy hogy

$$\varsigma = - \frac{dr}{dt} \quad 30)$$

centripetális testek esetén positiv szám.

A Nap CORNU szerint perczenként 40 kilogrammkalóriát sugároz a légkörön kívül a Föld minden négyzetméterére. Ha tehát $a = 1,493 \cdot 10^{11}$ a Napnak távolsága a Földtől méterekben és $T = 365,25 \cdot 1440$ az év tartama percekben, akkor az egy év alatt az egész térbe sugárzott hő

$$q = 40 \cdot 4\pi a^2 T = 5,893 \cdot 10^{80}.$$

Kényelmesebb számhoz jutunk, ha ezt a Nap tömegével hasonlítjuk össze. Ez a Földének 328266-szorosa. Ha utóbbinak

középsugara 6370000 m. és sűrűsége 5,53, akkor a Nap tömege $1,965 \cdot 10^{30}$ és ennél fogva a Nap minden tömegegysége évente 2,993 kilogrammkaloria hőt sugároz átlag. Innen

$$I = 2,993 \text{ } Mg,$$

a hol Mg a Napnak súlya a Föld felületén mérve. Minthogy még $\frac{G}{g} = 27,62$ és $A = \frac{1}{424}$, úgy következik 29')-ből

$$\varsigma = 45,94 \frac{5k-6}{3k-4},$$

vagyis

$$\varsigma = 229,7 \text{ meter,} \quad 31)$$

ha a Napot kétatomos gáznak tekintjük. Napunk sugara tehát jelenleg évenként 230 meterrel fogy, a mi látszó sugarában egy évezred alatt $0^{\circ}22$ -t, tehát teljesen észrevehetetlen mennyiséget tesz ki. E számadat nagyon fontos a Föld korának megbecslése szempontjából.*

A 29') egyenlet bal oldala mint a spektrum összes energiája lemérhető, úgy hogy az egyenlet minden égi testre alkalmazható, minthogy a többi szereplő mennyiség ugyancsak spektrálanalytikai úton beszerezhető.**

A kisugárzás számára könnyen felállithatunk más egyenletet is, mely fontos, az állapot és a méretek között fennálló vonatkozáshoz vezet. A 19) és 15'') egyenletek különbsége ad ugyanis

$$\Omega = V - Q = 4\pi \frac{3k-4}{k-1} \int_0^r p \rho^2 d\rho, \quad 32)$$

a mely tekintettel 1), 2) és az ebből folyó Poisson-féle

$$p = p_0 y^{\frac{k}{k-1}}$$

* Első közleményemben még a VIOLLE-féle napállandóra támaszkodtam, mely a CORNU-félének 0,7-szerese. Ezen értékkel a contractio 161,2 m. Hasonlóképpen a Föld korának alsó határértéke pontosabban 2,999 millió év.

** Az égi testek spektruma. Math. és Term. tud. Ért. XVII. k. 154. l.

egyenletekre

$$\mathcal{Q} = 4\pi p_0 r^3 - \frac{3k-4}{k-1} \int_0^1 y^{\frac{k}{k-1}} x^2 dx \quad 32')$$

alakban is írható. A kisugárzás momentán intenzitása ismét a kifejezésnek az időszerinti differenciálquotiensével egyenlő, és minthogy x és y — mint ezt már kiemeltük — az időtől teljesen független, úgy lesz

$$I = 4\pi \frac{3k-4}{k-1} \frac{\partial}{\partial t} (p_0 r^3) \cdot \int_0^1 y^{\frac{k}{k-1}} x^2 dx. \quad 32'')$$

Összehasonlítva ezzel a 29'') egyenletet, a következő differenciálegyenletet nyerjük:

$$\frac{d(p_0 r^3)}{dr} = - \frac{(k-1) A \mathcal{G} M r^2}{4\pi (5k-6) \int_0^1 y^{\frac{k}{k-1}} x^2 dx} \cdot \frac{1}{r^2}, \quad 33)$$

mely integrálva és az állandónak kellő meghatározása után ad

$$p_0 = \frac{(k-1) f A}{4\pi (5k-6) \int_0^1 y^{\frac{k}{k-1}} x^2 dx} \frac{M^2}{r^4}, \quad 34)$$

ha f a tömegvonzás állandója. A gázgömb középponti nyomása tehát

$$p_0 = K \frac{M^2}{r^4} \quad 34')$$

alakban állítható elő, a hol K tisztán csak a gáz molekuláris összetételétől és egyensúlyának alakjától függő állandót jelent.

Ezen egyenlet

$$R\theta_0 s_0 = \frac{16}{9} \pi^2 K r^2 (s)^2 \quad 34'')$$

alakra is hozható, hol (s) a közép sűrűség. Ennek összefüggése a középponti s_0 sűrűséggel adva van

$$(s) = 3s_0 \int_0^1 x^2 y^{\frac{1}{k-1}} dx$$

vonatkozás által.* A 34') és 34'') egyenletek most már így is írhatók:

$$\theta_0 s_0 = \frac{KM^2}{Rr^4} \quad \text{és} \quad \frac{\theta_0}{s_0} = \frac{16\pi^2 Kr^2}{R} \left(\int_0^1 y^{\frac{1}{k-1}} x^2 dx \right)^2,$$

a melyekből

$$s_0 = \frac{M}{4\pi \int_0^1 y^{\frac{1}{k-1}} x^2 dx \cdot r^3} = K_1 \frac{M}{r^3} \quad (35)$$

és

$$\theta_0 = 4\pi \frac{KM}{Rr} \int_0^1 y^{\frac{1}{k-1}} x^2 dx = K_2 \frac{M}{r} \quad (35')$$

megoldások következnek. A K -val jelzett állandók értékei közvetlenül leolvashatók. A 34) és 35)-iki egyenletek megadják az égi test középpontjának, s ennél fogva bármely helyének állapotját, tisztán tömege és sugara által kifejezve. Lényegesen azonosak tehát az 5) egyenletekkel, de abszolút meghatározásra alkalmasak lévén, többet mondanak.

A gáztörvény értelmében a K állandók között a

$$K = RK_1 K_2$$

és 4)-ből folyólag a

$$q^2 = \frac{4\pi(k-1)fK_1^2}{kK} = \frac{4\pi fK_1}{c_p K_2}$$

vonatkozás áll fenn.

Homogen gáz esetében $k = \infty$ és

$$\int_0^1 y^{\frac{1}{k-1}} x^2 dx = \frac{1}{3}, \quad \int_0^1 y^{\frac{k}{k-1}} x^2 dx = \frac{2}{15},$$

úgy hogy

$$K = \frac{3f}{8\pi}; \quad K_1 = \frac{3}{4\pi}; \quad K_2 = \frac{f}{2c_p}.$$

A 3) egyenlet második integrabilis esetében $k=2$, és

$$K = \frac{\pi f}{8}; \quad K_1 = \frac{\pi}{4}; \quad K_2 = \frac{f}{2c_v}.$$

* i. h. 128. l.

Két atomos gázok számára közelítésben

$$q = 5,36 \quad \text{és} \quad \int_0^1 y^{\frac{1}{k-1}} x^2 dx = \frac{1}{69},$$

és ennek folytán

$$p_0 = 0,006\,000 f \frac{M^2}{r^4}; \quad s_0 = 5,490 \frac{M}{r^3}; \quad \theta_0 = 0,001\,093 \frac{f}{c_p} \frac{M}{r},$$

a hol a tömeg kilogrammokban, a sugár méterekben fejezendő ki. A legérdekesebb tétel mindenesetre, hogy a középponti hőmérséklet a felületi vonzási potenciállal arányos.

A nélkül, hogy a hővezetés egyenlete által nyert eredményeket tovább felhasználnám, mégis ki szeretném emelni, hogy a 13) és 29') egyenletek összehasonlítása némi átalakítás után azon nevezetes tételhez vezet, hogy gázgömbök kisugárzása nem a felülettel, hanem a tömeggel arányos. A gázok nem jelentéktelen átlátszósága mellett az eredmény előre is várható volt.

A hősugárzás thermikus kifejezése.

A hősugárzás számára eddig nyert kifejezések értéke tetemesen fokozódik azon körülmény által, hogy ez tisztán spektrálanalytikailag is származtatható. Az erre vonatkozó egyenleteket összeállítottam ugyan egy korábbi alkalommal,* de gondolni sem lehet arra, hogy az adott integrál még adott speciális esetben is kifejezhető volna. A főnehézség abban áll, hogy általában görbült sugarakkal van dolgunk, a melyek két rétegben éppenséggel circuláris refractiót szenvednek, továbbá, hogy a hullámhosszaságtól függő absorptiocoefficiens az égi test minden rétegében más és más.

Későbbi alkalomra tartva fenn a jogot, hogy az égi test spektrumát teljességében adhassam, itt csupán az összes energiasugárzásra van szükségünk, melyet nyilván nyerünk, ha az egyes egy színű sugárzások összegét vesszük, $\lambda_1 = 0$ és $\lambda_2 = \infty$ hullám-

* i. h. 120. l.

hosszaságok között. Ekkor szabad lesz a közép absorptio-coefficientst bevezetni, a melynek értéke *

$$a = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \frac{\mu^4}{m^4} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left(\frac{\lambda^2 + m^2}{\lambda^2 + \mu^2} \right)^2 d\lambda; \quad \lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \infty,$$

vagy, mint könnyű számítás mutatja

$$a = \frac{\mu^4}{m^4}, \quad (36)$$

ha μ és m a gáz és a vele egyenlő hőmérsékletű absolut fekete test intensitás-maximumának hullámhosszasága. Ez felette fontos tétel, mert e két mennyiség viszonya tisztán az entropia függvénye ** lévén, isentropikus egyensúlyú gázgömb minden rétegében ugyanaz, a mi a számolást tetemesen könnyíti.

A 29') egyenlet, mely minden az egységgel egyenlő vagy nála nagyobb k -ra érvényes, egyszerű módot nyújt, hogy a fénysugarak általában görbe voltából származó számolási nehézségeket kikerülhessük, minthogy e kifejezés teljesen független a kisugárzásban résztvevő sugarak útjától.

Ha e szerint $k = \infty$, a mi homogen gömbnek felel meg, akkor

$$I_\infty = -\frac{3}{5} A G M \frac{d\eta}{dt}, \quad (37)$$

és ezen érték nehézség nélkül számolható, minthogy benne csak egyenes fénysugarak szerepelnek. Képzeljünk most isentrop gömböt, mely az adott homogen gömbbel egyenlő sugárral, tömeggel és contractióval bír, akkor nyilván 29')-cel való összehasonlítás útján

$$I = \frac{5}{3} \cdot \frac{3k-4}{5k-6} I_\infty, \quad (38)$$

úgy hogy most a kisugárzás minden tetszőleges k -ra nézve meghatározható, ha homogen gömbben ismerjük.

* A spektr. anal. két parameteregyenlete. Math. és Termtud. Ért. XVI. k. 444. l.

** i. h. 481. l.

Az égi test felületén felvesszünk egy dF felületelemet, az ahhoz húzott sugár legyen koordináta-rendszerünk poláris tengelye. Ha a pólustávolságot φ -vel, a geographiai hosszúságot ψ -vel jelöljük, akkor egy $\rho = xr$ sugarú gömbhéj felületi eleme

$$df = r^2 x^2 \sin \varphi d\varphi d\psi.$$

Az abszolút hőmérséklet e pontban θ , és általában homogen gázgömbben a 3) egyenlet megoldása *

$$\theta = \theta_0 (1 - x^2).$$

A STEFAN-féle, most már a legtágabb hőmérsékleti határok között igazolt és elméletileg is levezethető törvény értelmében az abszolút fekete test kisugárzása arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával, és ennél fogva az a hő, melyet a df elem dF felé sugároz

$$di = cr^2 \theta_0^4 x^2 (1 - x^2)^4 \cos \gamma \sin \varphi d\varphi d\psi dF,$$

feltéve, hogy ez elem abszolút feketének tekinthető. Ebben γ a két felületi elemet összekötő egyenesnek hajlása df normálisához, és c KURLBAUM kísérletei szerint $1,278 \cdot 10^{-12} \frac{\text{g cal}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$.

A ρ sugarú réteg azonban nem abszolút fekete. Ha benne a közép absorptiocoefficiens a hosszegységre α , akkor értéke a $d\rho$ vastag gömbhéj számára

$$A = 1 - (1 - \alpha)^{d\rho} = -1 \cdot (1 - \alpha) d\rho$$

s a KIRCHHOFF-féle tétel értelmében ezzel szorzandó di , hogy a tényleges sugárzást kapjuk. Ha végre r_s a df és dF elemek távolsága, akkor

$$\cos \gamma = \frac{x - \cos \varphi}{s},$$

és minthogy a fénysugár az r_s úton még absorptiót szenved, melynek folytán egységenként $e^{-\int_0^{r_s} (1 - \alpha) ds}$ -ra süllyed, lesz a dF -ből kilépő intensitás

* Az égi testek spektruma. 128. l.

$$= 2\pi ac r^3 \theta_0^4 dF \int_0^\pi d\varphi \sin \varphi \int_0^1 dx x^2 (1-x^2)^4 \frac{x - \cos \varphi}{s} e^{-ar s},$$

a mennyiben a φ szerinti integrálás 0 és 2π határok között könnyen végezhető. Rövidítésül írtunk

$$a = -1. (1-a), \quad (39)$$

és minthogy oly $\frac{p}{s^k} = \text{const.}$ alakú egyensúlyban lévő gömbről van szó, mely számára $k=\infty$, az a független x -től, úgy hogy a transmissiocoeficiens egyszerűen $e^{-ar s}$ alakban írható.

A dF -ben összefutó sugarak által alkotott kúp nagysága és alakja teljesen független a dF elem fekvésétől, és ennél fogva az egész térbe sugárzott energia egyszerűen $\frac{4\pi}{dF}$ -szer akkora, mint i .

E szerint

$$I_\infty = 8\pi^2 ac r^3 \theta_0^4 \int_0^\pi d\varphi \sin \varphi \int_0^1 dx x^2 (1-x^2)^4 \frac{x - \cos \varphi}{s} e^{-ar s}. \quad (40)$$

Legyen rövidség kedvéért

$$ar = -r l. (1-a) = \beta, \quad (41)$$

és tegyünk

$$\beta s = \beta (1 - 2x \cos \varphi + x^2)^{\frac{1}{2}} = v.$$

A φ szerinti integrálás könnyen végezhető, és az eredmény

$$\int_0^\pi \frac{x - \cos \varphi}{s} \sin \varphi e^{\beta s} d\varphi = \frac{e^{-\beta(1-x)}}{\beta x^2} \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1-x}{\beta} - x + x^2 \right) - \frac{e^{-\beta(1-x)}}{\beta x^2} \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1+x}{\beta} + x + x^2 \right).$$

Az x szerinti integrálás sem okoz nehézséget, különösen, ha sorbontással élünk; az eredmény

$$I_\infty = 2^6 \cdot 3\pi^2 ac r^3 \theta_0^4 e^{-\beta} \sum_0^\infty \frac{2n(2n-\beta)n!}{(2n+1)!(n+5)!} \beta^{2n-2}, \quad (42)$$

de a legtöbb esetben β oly nagy, hogy e különben konvergáló sor haszonnal nem alkalmazható. A megfelelő zárt kifejezés

$$I_\infty = 8\pi^2 r^2 \beta c \theta_0^4 f(\beta), \quad (42')$$

a hol

$$\begin{aligned}
 f(\beta) = & -\frac{1}{\beta^{12}} (1920 \beta^5 - 36\,864 \beta^4 + 309\,120 \beta^3 - 1\,428\,480 \beta^2 + \\
 & + 3\,628\,800 \beta - 4\,032\,000) - \\
 & -\frac{e^{-\beta}}{\beta^{12}} (4 \beta^9 + 8 \beta^8 - 64 \beta^7 - 256 \beta^6 + 1728 \beta^5 + 10\,368 \beta^4 - \\
 & - 46\,080 \beta^3 - 368\,640 \beta^2 + 806\,400 \beta + 8\,064\,000) + \\
 & + \frac{e^{-2\beta}}{\beta^{12}} (768 \beta^6 + 14\,208 \beta^5 + 125\,184 \beta^4 + 666\,240 \beta^3 + \\
 & + 2\,234\,880 \beta^2 + 4\,435\,200 \beta + 4\,032\,000). \quad 43)
 \end{aligned}$$

A 38) egyenlet alapján most már bármily k mellett az összesen kisugárzott energia

$$I = \frac{5}{3} \frac{3k-4}{5k-6} 8\pi^2 c r^2 \theta_0^4 \beta f(\beta), \quad 44)$$

a mely egyenlet a kisugárzás thermikus kifejezése. β jelentőségénél fogva látni, hogy első közelítésben a sugárzás valóban a gömb térfogatával arányos.

Az I -re talált két kifejezés teljesen egyenértékű, ennél fogva 44) azonnal felhasználható a Nap közép absorptiocoeficiensének meghatározására, csak a c állandó fejezendő ki az új egységekben, melyek az év, a méter és a kilogramm ($c = 0,000\,4034$). A már korábban alkalmazott számértékekkel nyerünk így

$$\log \beta f(\beta) = -14,9534, \quad 45)$$

és ebből a 43) egyenletnek megoldása által

$$\beta = -r l \cdot (1-a) = 1091,8966.$$

A Nap sugara 695 440 km. és ezért a közép absorptiocoeficiens egy kilométer vastag rétegben

$$l \cdot (1-a) = -0,001\,5701 \quad \text{vagy} \quad a = 0,001\,5689. \quad 45')$$

A chromosphærára vonatkozó értékekkel \star a β -nak megfelelő érték $h l \cdot (1-a) = -0,0462$, a miből ezen igen vékonynak ismert réteg vastagsága

\star Parameteregyenletek. 483. l.

$$h = 29,4 \text{ kilométer,}$$

feltéve, hogy absorptiója ugyanaz, mint a Nap közép absorptiója.

A contractio egyenlete.

A 29') és 42') kifejezések teljes egyenértékűsége mellett a következő differenciálegyenletet nyerjük:

$$\frac{dr}{dt} = C'r^4\theta_0^4\beta f(\beta),$$

a melyben az időtől független állandókat egy C' állandóba foglaltuk össze. 35') értelmében az $r\theta_0$ szorzat is időben állandó, úgy hogy végre

$$\frac{dr}{dt} = C\beta f(\beta) \quad (46)$$

egyszerű egyenlethez jutunk, melyben C állandót jelent. A jelen pillanatban az egyenlet alakja 30) miatt

$$s = - C\beta_0 f(\beta_0) \quad (46')$$

és ennél fogva az idő, mely alatt valamely gáznemű égi test sugara r -ről mai r értékére fogyott, adva van

$$t = \frac{1}{s} \int_r^r \frac{\beta_0 f(\beta_0)}{\beta f(\beta)} dr \quad (47)$$

által, ha az időt a jelen pillanattól (a multban negatívnak) olvaszuk. A Föld korát adja ezen integrál negatív értéke, ha r a Nap mai sugara és $r = \frac{r}{215}$.

Az integrál kiszámolása feltételezi, hogy β mint r függvénye ismeretes. A 36) egyenletben is felhasznált korábbi tanulmányom szerint az

$$x = \frac{\mu}{m} \quad (48)$$

viszony tisztán csak a gáz S entropiájától függ, úgy hogy

$$S = C\varphi(x), \quad (49)$$

a hol C valamely állandó, $\varphi(x)$ pedig ismeretes függvény.* Az 5) egyenletek által jellemezett kosmogonikus fejlődés számára az entropia kifejezése

$$S = A + (4 - 3k) c_v l. m, \quad (50)$$

ha A az integratio állandóját jelenti. A jelen pillanatban $m = 1$, és $x = x_0$, A jelenti tehát a momentán entropiaértéket. Azonkívül az égi test teljesen átlátszónak tekinthető, azaz $x = 0$, a midőn $m = M$ volt, a hol természetesen M igen nagy számot jelent. E két feltétel meghatározza az A és C állandót, úgy hogy 49) és 50) egyenlítése után marad

$$\varphi(x) = \varphi(x_0) \left(1 - \frac{l. m}{l. M}\right). \quad (51)$$

A 49) egyenlet megfordítása, a melyet idézett dolgozatomban szintén megadtam, e szerint a következő már használható eredményhez vezet:

$$\alpha = x^4 = \varphi(x_0)^4 \left(1 - \frac{l. m}{l. M}\right)^{4\nu} \left(1 + a_2 \varphi(x_0)^{2\nu} \left(1 - \frac{l. m}{l. M}\right)^{2\nu} + \dots\right)^4, \quad (52)$$

a melyben $a_2, a_4 \dots$ kis mennyiségek, melyek első közelítésben elhanyagolhatók, míg ν tiszta számérték,

$$\nu = 1,461\ 5774.$$

Ha most rövidség kedvéért még

$$\frac{l. m}{l. M} = y \quad \text{és} \quad l. M = q \quad (53)$$

írunk, és első közelítésben $-l(1 - \alpha) = a$ teszünk, a mi 45') szerint már ma is megengedett, tehát még nagyobb pontossággal a multa vonatkozólag tehető, akkor nyerünk elegendő pontossággal

$$\alpha = \varphi(x_0)^{4\nu} (1 - y)^{4\nu}, \quad (54)$$

és minthogy 5) és 53) szerint

$$r = \frac{r}{m} = r e^{-qy}, \quad (55)$$

* Parameteregyenletek. 480. l.

hasonlóan

$$\beta = ar = r\varphi(x_0)^{4\nu} e^{-qy} (1-y)^{4\nu}. \quad (56)$$

β_0 jelenérték $y=0$ -nak felel meg, és ennél fogva

$$\beta = \beta_0 e^{-qy} (1-y)^{4\nu}. \quad (56')$$

Ezek után a 47) egyenlet végleges alakja

$$t = q \frac{r}{s} \int_0^y \frac{f(\beta_0)}{f[\beta_0 e^{-qy} (1-y)^{4\nu}]} \frac{dy}{(1-y)^{4\nu}}. \quad (57)$$

Ha $f'(\beta_0)$ helyett most röviden f' -et írunk, akkor

$$\frac{f(\beta)}{f(\beta_0)} = 1 + \frac{1}{1!} \frac{f'}{f} \beta_0 e^{-qy} (1-y)^{4\nu} + \frac{1}{2!} \frac{f''}{f} \beta_0^2 e^{-2qy} (1-y)^{8\nu} + \dots$$

és ennél fogva

$$t = q \frac{r}{s} \int_0^y dy \left\{ 1 + 4\nu y + 2\nu(4\nu+1)y^2 + \dots + \frac{f''}{f} \beta_0 (1-e^{-qy}) - \left(\frac{f'^2}{f^2} - \frac{1}{2!} \frac{f''}{f} \right) \beta_0^2 (1-e^{-2qy} (1-y)^{4\nu}) + \dots \right\}, \quad (58)$$

ha az integrál alatt az $y=0$ számára érvényes

$$1 - \frac{f'}{f} \beta_0 + \left(\frac{f'^2}{f^2} - \frac{1}{2!} \frac{f''}{f} \right) \beta_0^2 - \dots = 1$$

sort levonjuk. Az integrálás eredménye, ha qy helyébe ismét

$$qy = l.m = l. \frac{r}{r}$$

írunk, a következő alakra hozható:

$$t = \frac{r}{s} l. \frac{r}{r} + a_1 y + a_2 y^2 + \dots, \quad (59)$$

a mi első közelítésben, minthogy q tetszőszerinti nagynak választható, az első tagra redukálódik. Tényleg a többi tagok úgy az alsó, mint a felső határ számára érezhetlen kicsinyek, illetve null. Ugyanezen eredményhez jutunk akkor is, ha az 52) teljes

egyenletből indulunk ki és α helyett a teljes $-1 \cdot (1 - \alpha)$ kifejezéssel számolunk.

Rövidebben is ugyanezen egyenlet keletkezik, ha a 29'') egyenlet segítségével meggyőződünk arról, hogy az intenzitás, mely r sugár mellett I_0 volt, $r' = \frac{r}{m}$ sugár mellett mI_0 -lá lett. Ez a 44) egyenlet számára a

$$\beta f(\beta) = \frac{1}{m} \beta_0 f(\beta_0)$$

vonatkozáshoz vezet, a mely ismét

$$t = \frac{r}{s} \text{ l. } \frac{r}{r'} \quad 59')$$

integrált szolgáltatja. Ha most a Föld korának megfelelőleg $\frac{r'}{r} = 215$, azaz, ha a Föld akkor szakadt le a Nap testéből, mikor ez a Föld pályájáig ért, akkor

$$t = 16,26 \text{ millió év.} \quad 60)$$

Könnyű belátni, hogy a 21) egyenlet értelmében a kisugárzás minden tetszőleges egyensúly mellett arányos a contractio terén át való szabad esés munkájával, másrészt 44) nyomán a gömb térfogatával és közép hőmérsékletének negyedik hatványával. Ennek folytán *bármily egyensúly feltételezése is mindig az 59') egyenlethez fog vezetni.*

Az egyetlen kétséges feltevés tehát egész levezetésünkben a Nap anyagának ideális gázvolta. Valójában a reális gáz összenyomhatósága a feltevésnél csekélyebb, a mi 6) szerint könnyen láthatólag ugyanaz, mintha k -t nagyobbítanók. A Föld kora ennél fogva nagyobbnak fog adódni.

Még mielőtt a VAN DER WAALS-féle törvényre alapított számításokat teljességében végezhetnők, előzetes áttekintést nyerhetünk az elérendő eredményekről. Ha e törvényt

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = R\theta$$

alakban írjuk, akkor az az ideális gáz, mely a Föld keletkezése

óta a Nappal egyenlő contractiót szenvedett és ezalatt ugyanazt a hőt sugározta, úgy jellemezhető, mintha fajhőjének viszonya k helyett

$$k' = k + (k-1) \frac{b}{v}$$

lenne, mint ezt a hőelmélet első egyenletéből nehézség nélkül találni. A legkedvezőtlenebb feltevés, melyet tehetünk, nyilván az, hogy jelenleg a Nap anyaga contractióképességének határát érte el. Ekkor a molekulák minden rendelkezésre álló tért betöltöttek, és $\frac{b}{v} = 1$, míg középértéke a Föld keletkezése óta, mely 59' segítségével könnyen számolható

$$k' = 1.4 + \frac{2}{5} \frac{b(1-m^{-8})}{3v l. m}.$$

Ha $m=215$, akkor ebből $k'=1.425$ és ezzel a Föld kora

$$t = 19,87 \text{ millió év.} \quad (60')$$

LORD KELVIN a Föld megszilárdulása óta elfolyt időt teljesen más úton 20 és 40 millió év között találja és hozzá teszi, hogy nyomás okoknál fogva az érték tetemesen közelebb fekszik a 20 millió évhez.* A Földnek eleinte nagy hősugárzása folytán az első kéregképződésig elfolyt idő az egész élettartamának csak kis törtrésze lévén, mondhatjuk, hogy a két különböző módszer szerint talált érték teljesen kielégítően összevág.

Minthogy a bolygók közel geometriai haladványt képező távolságban állanak a Naptól, azok kora is közel arithmetikai haladványt képez, vagyis a bolygók leválásának időközei közel állandók.

* Scotch geogr. Mag. 1900 febr. 61. l.

JELENTÉS TIENSANI TUDOMÁNYOS UTAZÁSOMRÓL.

ALMÁSY GYÖRGY-től.

Mult év tavaszán indultam el a gráci egyetem zoologiai magántanárával, dr. STUMMER-TRAUNFELS társammal egy faunisztikai expedícióra, melynek munkaterületül Közép-Ázsia azon részét szemeltük volt ki, mely a *Tien-San* hegység éjszaki lejtője és a *Balkhas-tó* között terül el, névszerint az orosz Turkesztán *Szemirjézsenszk* nevű kormányzóságát.

Míg a *Kaspi* és a *Baikál* tavak vidékéről meglehetősen beható kutatások eredményeit bírjuk, és míg FÉDSZENKO orosz gyűjtő páratlanul gazdag anyaga az *Araltó* rendszerét és *Ferghana* faunáját ismerteti eléggé kimerítő módon, addig a jelzett területről csak SZÉVERTZOFF, PRZSEVALSZKIJ és újabb időben NIKHOLSZKIJ és SCHMIDT orosz kutatók szolgáltatnak be eddig anyagot, mely azonban csaknem kizárólagosan gerinczesekre szorítkozik. Csak SCHMIDT dr. gyűjtött gerincznélkülieket is, de az ő kutatásai, specziális kiküldetésének megfelelően, csakis *molluskákra* irányultak, és azonfelül kizárólagosan csakis az *Isszyk-kül* területére szorítkoznak.

Pedig az alsóbb rendű állatok faunája ígérkezett különösen érdekesnek ezen a területen, mert nem kevesebb mint öt hydrographiai rendszerhez tartozó folyó szeli azt át vagy veszi eredetét csekély távolságra egyik a másiktól a terület hegységei közt.

Ezek a «központi rendszerek», mint az ilyen kontinentális, *lefolyásnélküli* medenczék rendszerét RICHTHOFEN nyomán földrajzi terminussal jelölni szoktuk, a következők:

1. A *Balkhas* rendszere az *Ili* folyammal.
2. Az *Isszyk-kül* rendszere számos kisebb-nagyobb hegyi patakkal és folyóval.

3. A *Csú* folyam rendszere, mely ugyan némi tekintetben még mai nap is az Isszyk-kül rendszeréhez számítható, a mennyiben a hóolvadás vagy rendkívüli erős esőzések idejében egy különben száraz, kicsi erecske, a *Kutem-álly*, ömlik a *folyóból* az Isszyk-kül tavába; de a mely, bár régebbi időkben kétségen kívül az Isszyk-kül lefolyását képezte, ma rendes körülmények közt nincs összeköttetésben azzal, hanem a *Mojun-Kum* homoksivatagjaiban vész el egy sor poshadt, nádborította mocsárban.

4. A *Tarim*, azaz a *Lop-nor* rendszere, melynek számos mellékfolyója a Tien-Sanban ered; ezek közül expedíciónk területére nézve a legfontosabb a Khan-Tengri vidékén eredő, a Csauskan-Darjába ömlő *Száry-Isasz* vagy *Dzsanart* folyó.

5. Végre az Aral-tó vízrendszere; mert a *Szyr-Darja* eredete itt van az *Isszyk-kül* közelében, az attól csakis a *Terszkei-Tau* hegyláncza által elválasztott *Kis-* és *Nagy-Naryn* völgyeiben.

Szembetünő, hogy az alsóbb rendű vizi fauna, mely természeténél fogva nem igen alkalmas a helyváltoztatásra, érdekes anyagot szolgáltathat úgy ezen jelenleg izolált hydrographiai rendszerek *régi* topographiai viszonyaira, mint azon esetlegesen megállapítható biológiai befolyásokra is, melyeket a vizek következetesen haladó elszáradása okozhat az életfeltételek megváltoztatása által.

Ezen utóbbi kérdést illetőleg meg kell jegyeznem, hogy a területnek számos kisebb és nagyobb tava *sós tartalmú*, hogy a rohamosan haladó elszáradás sok régebben összefüggő nagy víztükröt apró részletekre darabolt fel, és hogy így a természet maga szül meg a területen olyféle viszonyokat, mint a milyenek az ismeretes *Branchypus* és *Artemia salina* kísérletnek kiinduló pontjai.

A mi a vízrendszerek régi topographiájának kérdését illeti, a PRZSEVALSZKIJ, SZÉVERTZOFF, FÉDSENKO és NIKHOLSKIJ által gyűjtött halak anyaga már is eléggé érdekes feltevésekre szolgáltatott alkalmat.

FÉDSENKO fedezte fel a Szyr-Darjában a híres *Scaphirhynchus*, mely genusnak rokonai ezenkívül csakis a *Mississippi* vizeiben, *Amerikában* fordulnak elő, de Ázsiában úgy látszik kizárólagosan az Aral-tó medenczéjére szorítkoznak. Legalább a *Csúban*, mint a mi expedíciónk is újra megállapíthatta, hiányzik ez a ge-

nus és így ez a faunisztikai adat támogatja azon feltevést, mely szerint a Csú folyam nem tartozott volna az Aral-tó medencéjéhez.

A mi közönséges pontyunk, *Cyprinus carpio*, nagy mennyiségben lakja az Isszyk-kül vizét, de teljesen hiányzik a Balkhas és az Ili rendszer vizeiben és onnan délkelet felé. Itt helyettesíti őt a *Schizothorax* család, Ázsia ezen vágott hasú, mérges ikrájú ponty fajainak egész sorozata. Ebben úgy, mint azon körülményben, hogy a *Dyptichus*, *Oreinus*, *Nemachilus* tipikusan *magas-ázsiai* halfélék, melyek a *Lop-nor* medence jelegzetes alakjai, több fajban vannak képviselve a Balkhas rendszer vizeiben, NIKHOLSZKIJ dr. támogatását látja annak a geológiai hypothesisnek, melynek értelmében a Balkhas-tó a hajdani «ázsiai földközi tengernek», a «*Han-Hai*»-nak képezte volna egy — a mai Dsungárián át — messze nyugatra terjedő öblét és nem lett volna része az Aralo-Kaspi medencének, bár jelenleg ez utóbbitól csak egy alacsony, alig észrevehető vízválaszték választja el, míg közte és a Takla-Makan medencéje közt ma a Tien-San és a Narrat hegység óriási szikla falai merednek ég felé.

Ezek egyelőre még hypothesisek és annál inkább is hypothesisek, mert az itt kérdésbe jövő faunisztikai anyag nemcsak, mint említém, hézagos, de alsóbb rendű állatokat, különösen *turbelláridákat* és *crustaccákat*, melyek első sorban volnának érdekesek, mindeddig egyáltalában nem tartalmazott.

Ezen hézagot akarta expedíciónk első sorban kitölteni, de ezenkívül *általános* faunisztikai kutatásokat is vettünk volt tervbe, mert PRZSEVALSZKIJ és SZÉVERTZOFF óta szakértő kutató nem járt a terület nagy részén — tudniillik a hegyek között — és az akkor hozott és determinált fajok közül — melyek típusai nem egy esetben szinte unicum számba menve állanak a szt. pétervári és moszkvai muzeumokban — nem egyet kellett volna úgyszólván újra fölfedezni.

Nemcsak a madarak közt van sok ilyen — pl. SZÉVERTZOFF *Parus* fajai, mint *P. flavipectus*, *P. thianschanicus*, *P. songarus*, *P. asiaticus* —, de az emlősök közt is sok csoport adott kilátást érdemes kutatásra.

Így p. o. az *Ovis poli*, a nagy hegyi juhok családjából SZÉ-

VERTZOFF nem kevesebb mint négy fajt írt le,* anélkül, hogy mind-
eddig adatait anyag hiánya folytán alaposan felülbírálni lehetett
volna.

Ezenkívül pedig még a terület igen változatos felülete is
kilátást nyújtott arra, hogy expedíciónk *aránylag* csekély kiter-
jedésű földön az organikus élet legkülönbözőbb életviszonyaira és
így a fauna változatos alakulásaira fog találni.

A Szémirjétsi kormányzóság éjszak felé eső részét síkságok
alkotják, melyek egészen a Balkhas-tó partjáig húzódnak le. Magas-
ságuk a tenger színe fölött aránylag csekély: a Balkhas-tó tükre
csakis körülbelül 270 méternyi magasságban fekszik, az Ili folyam
mentén elterülő nagy pusztaságok pedig a 700 méternyi magassá-
got sehol sem haladják meg. A kormányzóság déli részét a Tien-
San hegyvidéke foglalja el hatalmas, átlag 4000—5000 méterrel a
tenger színe fölé emelkedő hegyláncaival.

A terület földrajzi fekvését tekintetbe véve — körülbelül Ná-
poly és déli Olaszország magasságában terül el — az éghajlati vi-
szonyok is nagy változatosságot mutatnak, a mennyiben az alföld-
ségen nyáron majdnem tropikus forráság uralkodik, míg a hegy-
lánczok gerinceit száz meg száz kilométernyi kiterjedésben örökös
hó- és jégmezők borítják; ezen orographiai befolyásoktól eltekintve,
a kormányzóság éghajlati viszonyai a szélsőségig menő kontinen-
tálisak, megfelelően fekvésének, mely körülbelül központjába esik
Ázsia óriási szárazföldjének.

Ezen klimatikus viszonyoknak és a földfelület változatos ala-
kulásának felel meg a terep soktermészetű jellege is.

A hol a folyók vize megtermékenyíti a talajt, ott buja vege-
tatio fejlődik; ily helyeken váltakoznak az ős természet szülte
óriási kiterjedésű nádasok, fűzesek és erdőszerű ligetek a művelés
alatt álló föld oázisaival, melyek szinte hihetetlen termőképessé-
gét a csakis itten — a folyó közelében — lehetséges mesterséges
irrigatio teremti elő.

A talajnedvesség fokozatos csökkenésével a vegetatio képe
is más-más alakot ölt és így a folyóvölgyek buja oázisait hol a

* Ovis Karelíni Sew., Ovis nigrimontana Sew., Ovis heinsi Sew. és
a tipikus Pamir-juh, Ovis poli.

még elég jó legelőt nyújtó füves steppék, hol a már meglehetősen sivár ürömpuszták szegélyezik, míg még odább a növényi élet úgyszólván teljesen elvész és a sivatagok élettelen, halálosan száraz alakulása borítja nagy kiterjedésben a terület felszínét.

Közvetlenül ezen alföldségekből emelkednek a Tien-San rendszer óriási heglánczai, melyek nemcsak függőleges tagosulásuk következtében, hanem az itten uralkodó sajátos lecsapodási viszonyok folytán is sokféleképen váltakozó képeit mutatják a növényi élet fejlődésének.

A Tien-San hegyrendszerét az éjszokról dél felé lépcsőzetesen emelkedő párhuzamos heglánczok sokasága képezi, melyek keletről, a Khan-Tengri vidékéről kiindulva, nyugat és délnyugat felé húzódnak és ezalatt legyezőszerűen szétsugárzanak, úgy hogy az egyes lánczok nyugat felé eső végződése távolabb esnek egymástól, mint a keletiek. Az egyes heglánczok között nagy kiterjedésű, fensíkszerű völgyek fekszenek, melyeket rendszeren meglehetősen nagy hegyi folyók szelnek által, követve a hegység főirányát, tudniillik az ÉK—DNy irányt, mindaddig, míg kilépve a hegyek közül, többnyire éjszaknak, egyesek azonban délnek is veszik útjokat.

A nyári csapadékok a DNy-szelek hozzák a területre, szabadon hatolhatnak be a nyugat felé szétsugárzó heglánczok közé és azok mentén tovahaladva, fokozatosan emelkedhetnek a hosszan elnyúló gerinczek magaslatáig. A heglánczok közt elterülő fensíkok pusztai jelleggel bírnak, még magas fekvésük daczára is és így, mint Ázsia naptól perzselt síkságai általában, nem igen alkalmasak arra, hogy a felettük elhaladó felhők lecsapodását előidézzék.

A felhők felhúzódnak a 4—5 ezer méter magasságig felnyúló gerinczek hó és jég fődte régiójába és itt, a hirtelen lehűtés következtében összetömörülve, rendszeren hó alakjában csapodnak le.

A téli felhők ellenben Szibéria felől, ÉK szelektől hajtva érik el a hegységet. A nagy kiterjedésű síkságok felett nem nagy magasságban elhaladva, úgyszólván bele ütköznek az itten tömör falként felágaskodó hegláncz hatalmas gátjába, melyen túlnyomó részük nem bír áthatolni, hanem ott, 1500—3000 méternyi magasságban csapodik le.



Így azután a fensíkok területei nyáron kapják meg a hegylánczok havasaiból a szükséges nedvességet, mely legelőiket termékenyíti, míg télen hó alig lepi el őket és így alkalmas téli legelőül szolgálnak a kirgiz nomádoknak, a kik e fensíkok magas fekvése daczára sem panaszkodnak igen a téli hidegről, mivel — mint említém — télen ezen helyeken majdnem teljes szélesend szokott uralkodni.

Az alacsonyan fekvő téli havazások övében ellenben a növényéletnek szükséges nedvességet a téli hó olvadó tömege nyújtja és ez az aránylag gazdag vízmennyiség termékenyíti meg oly fokban a talajt, hogy ottan tülevelű fákból álló igazi erdőség fejlődhetik ki.

Tehát nemcsak pusztaszerű völgyeket, hanem buján termő réteket, tülevelű erdőségeket és ezek fölött a jellegzetes hegyvilág mindenféle alakulásait is találhatjuk a Tien-San hegységben, melyek mindmegannyi változatos, más-más életfeltételeket biztosító lakóhelyeket nyújtanak az állatvilág részére.

Végre még arról is meg kell emlékeznem, hogy a területen nem kevesebb mint négy faunisztikai subregio érinti egymást, úgy mint az európa-szibériai, a tulajdonképeni turkesztáni, az indo-himalayai és magas-ázsiai.

Ezen érvelésekből kiindulva választottuk meg a területet és ezen alapon szerveztük az expedíciót, melyet társammal, STUMMER-TRAUNFELS dr.-ral közösen, közkölségen szereltünk fel és vittünk keresztül.

Az expedíció vezetését és a megfelelően szükséges előkészületek eszközzését én vállaltam magamra és így, mint az expedíció magyar képviselője, az orosz kormánynyal és az orosz hatóságokkal szemben a szükséges utazási és gyűjtési engedélyek kieszközlésére WLASSITS GYULA Minister úr Ó Excellentiája erkölcsi támogatását kértem ki.

Ezt hathatós módon megnyervén, az orosz kormány is megadta — bár eleinte nem minden nehézség nélkül — az engedélyt, és kétségen kívül áll, hogy a magyar kormány meleg pártfogásának köszönheti az expedíció azon kifogástalanul előzékeny fogadtatást és hathatós segédkezést, melyben az orosz hatóságok mindnyájunkat az utazás egész tartama alatt kivétel nélkül részesítettek.

Az expedíció Budapestről márczius hó 20.-án indult útnak, de tulajdonképeni munkálkodását csak május 9.-én kezdhette meg az Ili folyam partján, Iliszk falu határában; a közbeeső időt úgy az utazás maga, mint a karaván végleges felszerelése töltötte ki.

Tekintettel az idő ilyen előrehaladott voltára le kellett arról a tervről mondanunk, hogy magáig a Balkhas-tóig nyomuljunk elő. A nyár kezdetén ugyanis, május és június hónapokban az Ili folyam mentén elterülő mocsaras és árvíz járta területekből a csipő, vérszopó rovarok minden fajának oly számú légiói kelnek ki, hogy ezen évszakban ott hátság- és teherhordó állatokkal, lovakkal vagy tevékkel utazni egyáltalában lehetetlenné válik. A nomádok az év ezen szakában elhagyják a tó partjait és csakis ősszel, szeptember vége felé térnek oda ismét vissza. Karavánunk emberei — kirgiz-kazákok — határozottan kijelentették nekem, hogy elérhetjük ugyan a tavat, de hogy lovaink és különösen tevéink okvetlenül el fognak menetközben pusztulni és mi így kénytelenek lennénk a tó partjain nyaralni mindaddig, míg az ősszel visszatérő nomádok onnan újra föl nem szabadítanak.

Így tehát elejtettük programmunk ezen részét és csak arra szorítkoztunk, hogy az Ili folyam mentén egészen deltája kezdetéig nyomuljunk elő a tó felé.

Későbbi tapasztalataink után arra a meggyőződésre jutottam, hogy programmunk ezen megváltoztatása nagyobb hátrányt nem rejtett magában tudományos céljaink elérése tekintetében. A Csü folyamtól éjszakra és keletre eső területek ugyanis majdnem teljesen tipikus európai-palæarktikus faunával bírnak, a mit két hónapnál tovább tartó kutatás alatt eléggé volt alkalmunk megállapíthatni. A Csüig például hemzseg a síkságon az *Arctomys bobac*, míg azontúl, a *kurlai* dombsorozat keleti lejtőjén teljesen hiányzik. Szintúgy a legszorgalmasabb utánjárás után a Szakszaül-szajkókat (*Podoces* fajokat) illetőleg csakis arra a negatív eredményre juthattam, melyre NIKHOLSKIJ dr., tudniillik, hogy a turkesztáni madárfauna e jellegzetes képviselői *teljességgel hiányzanak* a területen.

Úgy a gerinces, mint az alsóbb rendű fauna nagyjából tipikusan európai-palæarktikus a területen, a mi pedig az alsó rendű vizi faunát, különösen az crustaceák és a vermeselek csoportjait

illeti, köztudomású, hogy egy-egy vízrendszer alsóbbrendű faunája a rendszer egészében egyöntetű, egyforma szokott lenni.

Iliszkától, visszatérve a folyó deltájától, keletnek vette az expedíció útját és az Ili folyam balpartján elterülő síkságok mentén elvándorolt a nagy kuldszai medenczéhez egészen a chinai határ közeléig. Innen átfordultunk a Tien-San hegyvidékére és az Isszyk-kül közelében fekvő *Przscevalszk* városkában rendeztük be főhadiszállásunkat, a melyből kiindulva az egész középső Tien-Sant kuttattuk át, részben együtt, részben pedig, hogy annál nagyobb területet járhassunk be, külön csoportokra oszolva.

Társam, STUMMER dr., egy harmincz napig tartó kiránduláson délfele nyomult elő egészen az *Al-Szai* fensík széléig, mely kirándulásról különösen sok rovar és alsóbbrendű állatot hozott magával.

Ezalatt én egy 52 napig tartó expedíciót vezettem a *Khan-Tengri* vidékére, mely ez egész Tien-San hegyrendszer legmagasabb emelkedését képviseli. Itten, közvetlenül a chinai határon, egyesülnek a középső Tien-San nyugat felé húzódó heglánczai egy magasan kidomborodó, csomóhoz hasonló tömegben, melynek közepéből merészen emelkedik ki a 7000 méternél jóval magasabbra becsült *Khan-Tengri*,* a «Szellemelek királyának» büszke pyramisa.

Az egyes heglánczok között itt is tágas, fensíkszerű völgyek terülnek el, melyek közül a legnagyobb a Száry-Dsász folyó átlag 3000 métert meghaladó magasságban fekvő «Szyrt»-je, mint a kara-kirgizek nevezik az ilyenmű völgyalakulásokat.

Előttem ezen területen *Kaulbars* ezredes vonult át 1869-ben, majd 1886-ban az orosz kormány expedíciót küldött ki oda IGNATJEV és KRASSZNOFF vezetése alatt, azon megbízással, hogy a Khan-Tengri vidékének földrajzi alakulását tanulmányozzák. Ha tehát így a Száry-Dsász vidéke nem is teljesen ismeretlen már, mégis volt ott alkalmam több ízben meggyőződni térképeink hiányos voltáról és így — zoologiai tevékenységen kívül — földrajzi kérdésekkel is foglalkozni. A Tien-San orográfiájának egy kisebb problémája az volt, miként tör át a Száry-Dsász folyó — mely később Dzsánart

* 7200 méter; Ignatjev, Izv. 87; 105 lap.

név alatt ömlik a Csaúskan-Darjába, keleti Turkesztánban — a Tien-San hegylánczain *délfelé*, holott mint említém, jellemző a Tien-San rendszerére a fokozatos, lépcsőzetes emelkedés éjszokról délre.

Térképeink úgy tüntetik fel a dolgot, mintha az itten kérdésben forgó hegylánczok szinfalszerűen sorakoznának egymás mellé, széles völgyben tért engedve a folyónak végződéseik közt. Megkísérlettem e kérdést a Küljü-Tau és Száry-Dsászyn-Tau hegylánczolatok közt áthúzódo Száry-Dsász völgyben megoldani és úttalan útakon benyomulva a csakhamar járhatatlan hegyszakadéknak bizonyuló völgybe, megállapíthattam, hogy a nevezett két hegyláncz nem szinfalszerűen sorakozik egymás mellé, hanem lényegileg egy összetartozó, egységes lánczot képez, melyen szűk hasadéokban a szó szoros értelmében *áttöri* magát a Száry-Dsász folyó.

Nem részletezhetem e helyen e kérdés fontosságát zoologiai tekintetben is és csak arra utalhatok röviden, hogy a Száry-Dsász folyó jelenlegi iránya összevetve egy régi, hatalmas hegyi tó nyomai-val, melyeket a Száry-Dsász szyrtjén találtam és melynek hajdani lefolyását éjszak felé, az Ili rendszeréhez valószínűnek tartom, jó támaszpontokat nyújt a Lop-nor medencze vizi faunájának és az Ili állatvilágának bizonyos közösségének a megmagyarázására.

Arról is szabadjon még megemlékezni, hogy a Khan-Tengri vidékén való vándorlásaim alkalmával még azt is megállapíthattam, hogy a Száry-Dsász völgytől délfelé a Tien-Sant nem *két* párhuzamos hegyláncz választja el a kelet-turkesztáni síkságtól, tudniillik a Száry-Dsászyn-Tau és az Inilesek-Tau, hanem hogy ezektől délre, a körülbelül 60 kilométer hosszúságú *Kaĩndy-völgy* által az Inilesek-Tautól elkülönítve, még egy *harmadik*, térképeinken még eddig föl nem tüntetett határhegyláncz húzódik el, melyet *Ücs-Csát-Tau*-nak neveznek és melyet körülbelül 70 kilométer hosszúságú hegylánczon úttalan *kapcsagai*-ban, hegyhasadéokban tör át a Dzsananart folyó.

Ezen nagyszerű hegyvilág faunája is rendkívül érdekes és elég gazdagnak bizonyult. Bár a terület magas fekvése folytán azon augusztus havában már oly rideg időjárás uralkodott, hogy a rovarvilágnak csakis kevés képviselőjére tehettem szert, mégis gyűjtésem kielégítőnek mondható. Gyűjteményünk nagy emléseit

majdnem teljességgel ezen a kiránduláson szereztem meg, sok alsórendű vizi állatot szedtem össze és egyebek közt a Lop-nor medencéjéhez tartozó vizekből 300 halat is innen hoztam magammal.

Naryn-kol falunál, a Tekkesz völgyében, át akartam rándulni Chinába, mert épen a Tekkesz völgy chinai részének nagy kiterjedésű erdőségei, gazdag vegetációja és különösen az a körülmény, hogy Chinának ezen határrésze úgyszólván teljesen lakatlan, jó eredményt helyezett kilátásba. Azonkívül a *Muszart* szorosától keletre eső részeket akartam egy kevesse átkutatni, mivel ezeket mindeddig európai utazó általában még sohasem látogatta volt meg.

Sajnálatomra a Chinában kiütött forrongások folytán orosz részről nem kaptam meg az engedélyt a határ átlépésére; így tehát visszatértem Przsevalszkba, a hol november 10-én fejeztük be tevékenységünket és orosz Turkesztánon és a Transkaspi területen át visszatérve, december 10.-én érkeztünk ismét haza.

Nagyszámú jegyzeten és egy kisebb ethnografiai gyűjteményen kívül, melyet mellékesen szedtem össze és mely körülbelül magántulajdonomat képező 200 tárgyból áll, közös gyűjteményünk körülbelül a következő anyagot foglalja magába:

Emlősökből 300 drb körül és pedig rókanagyságtól felfelé 80 drbon felül, kisebbekből körülbelül 200. Az előbbieik közül érdekesebb fajok az *Ovis poli* 14 teljes példánya, melyekhez még néhány teljes csontváz és körülbelül 30 koponya járul. Fölsorolom még a *Capra sibíriva*, *Cervus pygargus*, *Ursus leuconyx*, *Felis irbis*, *Canis alpinus* példányait. A kisebb emlősök közül néhány *Dipus* faj és különösen sok a *Glíresek*-hez tartozó példány — kiváltképen *Arvicolák* — érdemelnek megemlítést.

Az emlősökből bőrt és koponyát preparáltunk, a kisebbek közül sok egészben konzerváltatott szeszben vagy formaldehydben.

Madarakból 760, többnyire a passeriformesek csoportjára szorítókozó bőrt hoztunk el.

Reptiliák: a *chelonák* ott egyedül előforduló fajából, a *Homopus horsfieldi*-ből 10—15 drb, *Sauriák*-ból 200 drb, különösen Agama, Stellio, Phrynocephalus, Eremias és Ablepharus génusokból, *Ophidiákból* 100 példányon felül.

Érdekes ezek közt egy *Trigonocephalus*, valószínűleg *Trigonocephalus halys*, melyet az Ilivölgyből, tehát meglehetősen északi vidékről szereztünk be.

Halakból gyűjteményünk gazdag; 2000 példány körül tartalmaz ezekből, melyeket az Ili, az Isszyk-kül és a Lop-nor medencze különböző vizeiből fogtunk.

Rovarok dolgában a *coleopterák* csoportja van legjobban képviselve 5000 darabbal, melyek nagyrészt a Tenebrionidák köréből valók, de melyek között gyönyörű *Julodeseket* is szedtünk.

Diptera 2000 drbra tehető.

Rhynchota 1000 drb. Ezekből 900 a hemipterákra esik, míg a cicadinák 100 példányban vannak képviselve.

Neuroptera aránylag kevés, példányaink száma 100-ra tehető; annál több az

Orthoptera, melyek a 3000-et meghaladják.

Lepidoptera a növényzet kedvezőtlen viszonyai folytán kevés jutott a múlt évben birtokunkba. Virág alig nyílott úgy a hegy-ségben, mint a síkságon és így csak 500 példányt gyűjthettünk ezekből.

Arachnoidea 1500—2000 drb.

Myriapoda 180—200 drb és pedig minden valószínűség szerint legalább is 4—5 fajból. Ezen eredmény elég érdekes, ha a terület száraz éghajlati viszonyait vesszük tekintetbe. Ugyanez áll a

Molluskák osztályára való tekintettel, melyekből ugyan nem sok példányt — számukat 100-ra tehetem — gyűjtöttünk, de melyek közt meztelen csigák, limax fajok is vannak képviselve.

A *crustaceákat* és *vermeseket* számszerint nem sorolhatom föl; az előbbiekből gyűjtési katalógusunk 30 gyűjtési számot tüntet föl, de miután ezek némelyikében — különösen hol planktonfogásokról van szó — az egyedek ezrei vannak tartalmazva, közelebb számok szerint megkülönböztetni merő lehetetlenség. Ugyanez áll a *vermesek* osztályáról is, melyből gyűjteményünkben *annelidák* és *hirulidák* is vannak képviselve, de melyek zömét a 40 gyűjtés *turbellaria* képezi, mindegyike ezeknek 60—200 egyedet tartalmazva.

Coelenterátákat és *ázalagokat* külön nem konzerváltunk. Az előbbiekből csak *hydra* fajokat állapítottunk meg úti mikro-

skopunk segítségével és úgy ezekről mint néhány ázalagról társam rajzvázlatokat készített. De megfelelő helyekről több iszappróbát szárítottunk és hoztunk haza, melyek kellő kezelés alatt majdan tanulságos infúziókat szolgáltathatnak.

Összesen tehát körülbelül 20.000 darabot számlál gyűjteményünk, persze bele nem értve a crustaceák és vermeselek ezreit.

Nézetem szerint nem teljesen kielégítő ezen eredmény számra vagy mennyiségre nézve, ha tekintetbe veszem a gyűjtésre fordított időt — teljes hat hónapot — és felszerelésünket, mely csakugyan a lehetőleg legtökéletesebbnek vallható.

Igaz ugyan, hogy a fauna maga sem valami túlgazdag Közép-Ázsia pusztáin és hogy a terület maga fölötté nagy kiterjedésben egyöntetű, egyforma, úgy hogy a gyűjtőnek roppant utakat kell végeznie, hogy más terepviszonyok közé és így más faunához jusson.

Továbbá a Tifliszből magunkkal vitt praeparatorra csakhamar rábizonyult, hogy állítólagos mesterségéhez semmi tekintetben sem ért és így semmiképen sem használható; kényszerülve voltunk tehát, hogy hosszú időn át magunk foglalkozzunk az egyszerű praeparálás manuális munkájával, a helyett, hogy egész időnket künn a terepen az ok- és szakszerű gyűjtésre, anyagbeszerzésre fordíthattuk volna.

Vége pedig ez volt *első* kirándulásom Közép-Ázsiába és világos, hogy a theoretikus előkészültség, akár mily alapos legyen is az, nem pótolhatja sohasem — különösen az ily nemű tevékenységnél — a helyszínen, a gyakorlat terén szerzett tapasztalatokat.

Belső érték dolgában ugyan jobban megállja gyűjteményünk a helyét, mert a terület faunájának minden ágából tartalmaz képviselőket és mert a kitűzött czél értelmében különösen a halak és az alsóbbrendű vízi állatok gyűjteménye nemcsak elég gazdag, hanem a vízrendszerekre való tekintettel meglehetősen kimerítő is.

De mindazonáltal már is a helyszínen érlelt meg bennem az a terv, hogy — a mikor körülményeim csak engedik — újra és pedig egyedül menjek el még egyszer ugyancsak a Tien-San területére.

Ezen második expediciót mindenekelőtte *korábban* kellene kezdenem, hogy a növényzet rövid virágzási periodusának a kez-

detén már is ott legyek a helyszínén és avval fokozatosan lépést tartva húzódhassak föl a hegység magaslataira.

Így kiegészíthetném egyrészt az eddigi gyűjteményt, mely p. o. a tulajdonképeni hegyi faunának úgyszólván csak őszi alakjait tartalmazza, de másrészt mennyiségre nézve is sokkal gazdagabb anyagra tehetnék szert, mert most már tapasztalatból ismerem nemcsak a gyűjtésre általában alkalmas helyiségeket, hanem a terület azon terepviszonyait is, melyeken a különböző évadok során át összpontosodni szokott az organikus élet.

Csak egy példát legyen szabad elmondanom. SZEVERTZOW leírt egy általa *Leptopoeile sophiae*-nek nevezett, a Parusok és a Phyllopneusték között álló madárfajt, melyet október havában a Barsz-Koín szoros erdőségében talált fel.

Három és egy fél hónapon át kerestem ezt az apró, gyönyörű kék zománczos színben ragyogó madárkát a Tien-San erdeiben — a Szan-Tas-tól egész a Terszkei-Tau nyugati részéig és onnan ismét vissza kelet felé egész Naryn-kol-ig, anélkül, hogy csak egy példányra sikerült volna szert tennem. Végre október hónap második felében került meg egészen Przsevalszk város közelében egy apró erdőrészletben előbb egy, majd még több példány is.

Világos tehát, hogy ezen madárka csak ősszel, őszi kóborlásán húzódik le az erdőzónába, nyáron pedig minden valószínűség szerint fent a magaslatokon, a tenger színe fölött tizezer láb-nál magasabban lakik, ott, hol a hegylejtőket a gyalogfenyő módjára kúszó *Juniperus*-fajok,* az úgynevezett *arcsa* bokrai borítják.

A *Leptopoeile* fészke, tojásai ismeretlenek, életmódjáról mit sem tudunk, még systematikai állása is teljességgel kétséges; a nyert tapasztalatok után pedig meg vagyok arról győződve, hogy minden nagyobb nehézség nélkül mindezen kérdéseket teljes bizonyossággal el lehet dönteni ott a helyszínén, június hó közepe táján, a Músz-art és a Chalyk-Tau hegyláncz arcsá-val borított magaslatain.

Ezen második expedíció kiinduló pontjául a Tekkesz völgyében fekvő Naryn-kol falut szemelném ki, melynek terepviszonyai rendkívül kedvezők a gyűjtésre, a mennyiben ez a teljesen

* *Juniperus pseudosabina* és hasonló fajok.

pusztai karakterrel bíró aránylag mély depressió * közvetlenül a *Khan-Tau* óriási pyramisa alatt terül el. Innen a *Muszart* szorostól keletre fekvő hegységet — a *Chalyk-Tau* és a *Narrat* hegylánczait is, melyeket, mint említém, eddig utazó még egyáltalában nem látogatott meg — kényelmesen át lehetne kutatni és így — ha addig a chinai zavarok végkép elcsendesedtek — azt a nagy hézagot is ki lehetne tölteni, mely a *Lop-nor* medence és a *Takla-Makan* sivatag éjszaki szélének nem csak faunája, hanem földrajzi részleteinek dolgában is tátong Közép-Ázsiáról való ismereteink eddigi anyagában.

Ezen szempontból tehát kérem, tisztelt Akadémia, kegyeskedjék a mult évi expediciómról és annak eredményeiről az imént előadottakat csakis *előzetes jelentésképen* elfogadni, a mennyiben — ha a körülmények félig-meddig megengedik a lehetőséget — határozott szándékom ismételni utazásomat azzal a kettős czéllal, hogy egyrészt kiegészítsem és kibővítssem a most hozott gyűjteményt, másrészt pedig, hogy ezen második gyűjteményt kizárólagosan *Magyarország részére* hozhassam meg, ezáltal biztosítva hazánknek a tudományos kiaknázás, a *feldolgozás* kulturális eredményét.

Engedje meg végül, tisztelt Akadémia, hogy hálás köszönetet fejezzem ki azon nagy megtiszteltetésért, melyben az által részesültem, hogy hazánk legmagasabb kulturális foruma előtt volt szabad úgy a nyert eredményeimről való jelentésemet, mint a jövőre szóló terveimet is ezennel előterjeszteni.

* 1675 m ; Golubew, Zap. 61, 103 old.

OLDATOK MOLEKULÁRIS FELÜLETI ENERGIÁJÁRÓL.★

(A kén molekulasúlya.)

PEKÁR DEZSŐ-től.

Első kedves köteleességemnek tartom, hogy e helyen is köszönetet mondjak professoromnak, br. Eötvös LORÁND úr ő excellenciájának azon sokoldalú szíves támogatásért, a melyben munkám folyamán engem részesíteni kegyeskedett.

★

I. Bevezető rész.

Célom volt megvizsgálni azt, hogy vajjon *foliadék-elegyekre* illetve *oldatokra* nézve nem áll-e fenn hasonló törvényszerűség, mint a melyet *a folyadékok molekuláris felületi energiájára* vonatkozólag Eötvös megállapított.**

E szerint *a normál folyadékok molekuláris felületi energiája a hőmérséklettel arányosan és egyformán változik*. Legyen a felületi feszültség f , a molekulafelület $\lambda^2 = v^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{\mu}{s}\right)^{\frac{2}{3}}$, hol μ a folyadék molekulasúlyát, s a folyadék sűrűségét, $\frac{\mu}{s}$ tehát a molekulatérfogatot jelenti. A felületi feszültség és a molekulafelület szorzatára a molekuláris felületi energiára, $f\lambda^2$ -ra vonatkozólag e törvény értelmében

$$\frac{df\lambda^2}{dt} = \frac{f_1\lambda_1^2 - f_2\lambda_2^2}{t_2 - t_1} = k \text{ illetve } \frac{d(f\lambda^2)}{dt} = k \quad 1.$$

* Dolgozat a budapesti kir. m. tudományegyetem physikai intézetéből.

** Mathematikai és Természettudományi Értesítő 4. 1885/6. Wiedemann Ann. 27. 1886.

egyenlet áll fenn, a melyben l a hőmérsékletet, k pedig bizonyos, valamennyi normál folyadékra nézve ugyanazon értékű, állandó számot jelent.

E tételt, mely a *molekuláris felületi energia-temperatúra-együtthatójának állandóságát* fejezi ki, Eötvös a megfelelő állapotoknak a VAN DER WAALS-félétől eltérő definitiója alapján elméleti úton azon feltevésből vezette le, hogy a megfelelő állapotban, tehát a hasonló összetétel állapotában lévő testek mechanikai értelemben is, azaz a megfelelő részek között működő erőket és energiájukat illetőleg is hasonlóak. E levezetést nem részletezem. Igen nagy számú folyadékkal végzett kísérletek e tétel helyességét igazolták.

Már az elméleti levezetés feltételeiből következik, hogy e törvény csupán azon folyadékokra érvényes, a melyek «egyszerűen összetettek», azaz a melyeknek molekulái nem asszociálódnak bizonyos molekula-complexusokká. Az ilyen folyadékokat az *asszociálódó folyadékokkal* szemben *normál folyadékoknak* nevezhetjük. Az *asszociálódó folyadékok*nál a k értéke a hőmérséklettel emelkedik; bizonyos határhőmérséklet felett azután állandóvá lesz. A *normál folyadékok*nál a k elegendő szigorúsággal állandó; kevésbé szigorúan áll fenn azonban az, hogy a k értéke a különböző folyadékokra nézve ugyanaz. Valószínűnek látszik, hogy a k még bizonyos módon a molekulatérfogatától függ és pedig kisebb molekulatérfogathoz kisebb, nagyobb molekulatérfogathoz nagyobb az átlagos leggyakoribb értéknél. Ha a felületi feszültség egységeül azt választjuk, mely a folyadék felületében 1 mm-nyi hosszban a milligramm súlyával egyenlő erőt fejt ki, egyébként pedig a szokásos egységeket használjuk, akkor $k = 0.227$ az átlagos érték.*

Később W. RAMSAY és J. SHIELDS hasonló irányú kísérleteket végeztek; ** a nyert eredmények az Eötvös-féle törvénynek teljesen megfeleltek.

* Ha az összes adatokat a C. G. S. rendszerben fejezzük ki, az átlagos érték: $k = 0.227 \cdot 981 = 2.23$ erg.

** Phil. Trans. Roy. Soc. London. 184. 1893; Chem. News 69. 1894; Zeitschrift f. phys. Chemie 12. 1893.

E törvény módot nyújt arra, hogy a *folyadékoknak mint folyadékoknak határozhatjuk meg a molekulasúlyát*. Az 1. alatti első egyenletből ugyanis

$$\mu = \left\{ \frac{k(t_2 - t_1)}{\frac{f_1}{s_1^2} - \frac{f_2}{s_2^2}} \right\}^{\frac{2}{3}} \quad 2.$$

A molekulasúly meghatározására elegendő tehát, ha két hőmérsékleten a felületi feszültség, valamint a folyadék-sűrűség értékét ismerem. A megvizsgált folyadék normál voltát az alacsonyabb és magasabb hőmérsékleten meghatározott molekulasúly állandósága dönti el.

E törvény alapján továbbá *a folyadékok kritikus hőmérsékletét is elegendő pontossággal meghatározhatjuk*. Jelentse ugyanis T azon hőmérsékletet, a melyre nézve $f\lambda^2 = 0$, akkor az 1. alatti egyenletből következik:

$$f\lambda^2 = k(T - t). \quad 3.$$

A T hőmérséklet körülbelül összeesik a folyadék kritikus temperaturájával. Elegendő közelítéssel mondhatjuk tehát, hogy *a normál folyadékok molekuláris felületi energiája egyformán arányos a kritikustól lefelé számított hőmérséklettel*.

A capillaris észlelések alapján kiszámított T hőmérséklet rendszeren a kritikushoz alacsonyabb. Organikus folyadékokra vonatkozólag az eltérés $4-8^\circ \text{C}$.

Folyadékelegyekre vonatkozólag ezen irányban eddig a következő megfigyelések történtek. Eötvös* az æther és szénkéneg keverékével végzett hozzávetőleges kísérleteket, melyek szerint erre vonatkozólag szintén fennáll az 1. egyenlet, ha molakulatérfogatnak a $\frac{v_1 + cv_2}{1 + c}$ középértéket veszszük, hol v_1 és v_2 az egyes molekula térfogatokat, c pedig a keverési viszonyt jelenti. W. RAMSAY és E. ASTON** a toluol és piperidin, a benzol és tetrachlormethan,

* A fennebb idézett értekezésben.

** Proc. of the Royal Society 1894; Zeitschrift f. phys. Chemie 15. 1894. Ezen értekezés csaknem munkám befejezéseig elkerülte figyelmemet. Szerzők a capillaris állandót a vékony csövekben felemelkedő folyadék-oszlop magasságából határozták meg.

a chlorbenzol és æthylendibromid, végül a chloroform és szénkéneg elegyekkel kísérleteztek. Az eredmény ugyanaz, mint a mire saját kísérleteim vezettek, melyeket más elegyekkel s egyzsersmind oldatokkal végeztem. A kísérleteimben alkalmazott módszer eltér attól, a melyet fennebb említett szerzők használtak. Az eredményt később részletezem. Egyelőre röviden annyit jegyezzünk meg, hogy ha az elegy, illetve oldat molekulasúlyának a $\mu = \frac{\mu_1 + c\mu_2}{1 + c}$ középtértéket veszszük — hol μ_1 és μ_2 a molekulasúlyokat, c pedig a molekuláris keverési viszonyt, a molekulák számának viszonyát jelenti —, akkor ezek is megfelelnek az 1. egyenletnek.

II. Az észlelés módja.

Az alkalmazott módszerek, melyek segítségével üvegcsőbe zárt folyadékokra nézve az összes szükséges adatokat meghatározhatjuk, *Eörvöstől valók*. Miután e módszerek eddig jobbra nincsenek közölve, kénytelen vagyok azokat itt kissé részletesen tárgyalni.

Ismeretes, hogy a bevezető részben említett mértékrendszert használva :

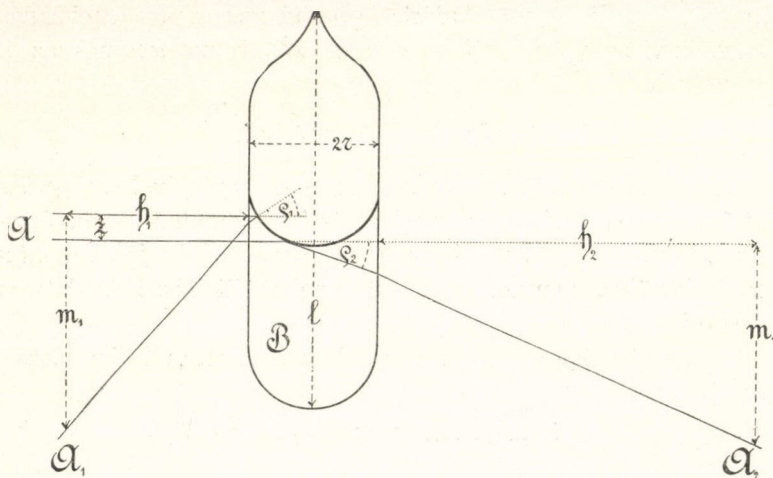
$$f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma) \text{ és } \lambda^2 = v^2 = \left(\frac{\mu}{s} \right)^{\frac{2}{3}},$$

hol a még eddig nem használt a^2 a capillaris állandót, σ pedig a gőz sűrűségét jelenti. Miután a molekulasúly ismeretes (vagy éppen meghatározandó), a molekuláris felületi energia meghatározására a capillaris állandót, továbbá a folyadék és a gőz sűrűségét kell lemérnünk.

1. A capillaris állandó meghatározása reflexio módszerrel* összehasonlítás útján történt. A függélyesen álló B csőben foglalt folyadék szintje alatt (l. 1. ábra: a csövet a többi méretekhez képest jóval nagyobbnek és aránytalanul szélesnek rajzoltam) A_1 és A_2 -ben egy-egy fényforrás illetve megvilágított vízszintes rés van elhelyezve. Ha az A oldalon lévő kathetometer távcsövét vízszintesre állítván a meniscusra irányítjuk, abban az A_1 illetve A_2

* Műegyetemi Lapok 1. 1867.

résnek a meniscus felületéről reflectált képét látjuk. Ezen a meniscus felső illetve, alsó részéről vízszintes irányban reflectálódó két réskép egymástól való vertikális távolságát jelöljük z -vel. A z mindössze pár milliméter; ezt a kathetometer mikrometer csavarjával mérjük le. Jelöljük továbbá azon szögeket, melyet az A_1 illetve A_2 -ből jövő, az ábrában feltüntetett sugár a meniscus közelében, tehát a folyadékban belül, a vízszintessel képez, ρ_1 illetve ρ_2 -vel, a mely szögek a megfelelő beesési szögek kétszeresével



1. ábra.

egyenlők. A ρ_1 és ρ_2 értéke az A_1 és A_2 helyzetén kívül természetesen még a *folyadék törésmutatójától függ*.

A törésmutató tekintetbe vételével állítsuk az A_1 és A_2 réseket akként, hogy ρ_1 és ρ_2 külön-külön mindig ugyanazon értékű legyen. Ez esetben két különböző folyadékra nézve, ha

$$\frac{z}{r} = \frac{z'}{r'}, \quad \text{akkor} \quad \frac{a}{r} = \frac{a'}{r'},$$

hol r és r' a csövek sugarát a és a' pedig a capillaris állandókból vont négyzetgyököt jelenti. Ez alapon, ha valamely folyadékra nézve meghatározzuk a $\frac{z}{r}$ viszonyt, s ehhez ismert capillaris

állandójú folyadékkal megtöltött oly sugarú csövet keressünk, hogy a $\frac{z'}{r}$ viszony ugyanaz legyen, akkor a fentebbi második egyenlet alapján a capillaris állandót könnyen kiszámíthatjuk. A sugár leméréséről majd a sűrűség meghatározásánál szólnunk.

Összehasonlításra vizes csöveket használtam; a víz capillaris állandóját az észleléskor uralkodó hőmérsékleten az

$$a^2 = 15.233 - 0.02742 t - 0.000013 t^2$$

Lörvös megállapította formulából számítottam ki. Minthogy ez további meghatározásaimnak alapját képezi, különböző sugarú vizes csöveknél a z értékét lehetőleg nagy gondnal és több ízben lemértem s ez alapon a következő adatokat állapítottam meg: *

| | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|
| | $\frac{z}{r} = 0.2501$ | $\frac{a}{r} = 0.2593$ |
| Feltéve, hogy: | 0.2760 | 0.2855 |
| $\rho_1 = 16^\circ 41'$ | 0.3611 | 0.3787 |
| $\rho_2 = 5^\circ 6'$ | 0.4144 | 0.4463 |
| | 0.4810 | 0.5388 |
| | 0.5249 | 0.6094 |

Hogy a meghatározás lehetőleg egyszerű legyen, ezen adatokból a legkisebb négyzetek módszerével a következő formulát számítottam ki:

$$\frac{a}{r} = 0.10015 + 0.34 \left(\frac{z}{r} \right) + 1.195 \left(\frac{z}{r} \right)^2.$$

Ha tehát gondoskodtunk arról, hogy az r sugarú csőben foglalt megvizsgálandó folyadék felületére a résekből jövő fény akként essék be, hogy $\rho_1 = 16^\circ 41'$, $\rho_2 = 5^\circ 6'$ legyen, akkor a z -t lemérvén, ezen formula alapján az $\frac{a}{r}$ -et kiszámíthatjuk; ezzel egyszersmind a capillaris állandót meghatároztuk. Ezen empirikus

* A ρ_1 illetve ρ_2 azért nem kerek szám, mert a h_1 , m_1 illetve h_2 , m_2 távolságokat alkalmasan megválasztottam, s a szögeket csak utólag számítottam ki.

formula kellő pontosságáról ismert capillaris állandójú folyadékokon végzett mérésekkel meggyőződtem.

Hogy a réseket kellően állíthassuk, ismernünk kell a folyadék törésmutatóját.

A *törésmutató meghatározását* oly módszerrel végeztem, a melyet Eötvös ugyan már régebben használt, de a melyet nem publikált. Tőle függetlenül később GALITZINE* ugyanezen eljárást közölte és «méthode de la lentille»-nek nevezte el. A módszer főbb vonásokban a következő:

Helyezzünk a vertikálisan álló üvegcső mögé, mely a megvizsgálandó folyadékot tartalmazza, körülbelül fél meter távolságra egy homályos üveglapot, a mire előzetesen három egymástól 10—10 cm. távolságban lévő függélyes vonalat rajzoltunk. A csőre viszonyítva a homályos üveg átellenében körülbelül három meter távolságban állítsunk fel egy elég nagy nagyítású és mikrometeres okulárral ellátott távcsövet. Világítsuk meg kellően a homályos üveglapot, s irányítsuk a távcsövet a folyadékot tartalmazó csőre, ekkor azon mint hengerlencsén keresztül a három vonal képét látjuk. E vonalak egymástól való távolságát az okulár mikrometer csavarjával mérjük le. Ha a cső tökéletesen hengeres volna, akkor a szükséges távolságokat és méreteket meghatározván, a törésmutatót már ezen adatokból közvetlenül kiszámíthatnók. Mivel azonban csöveim nem voltak tökéletesen hengeresek, a törésmutatót összehasonlítás útján határoztam meg. Ugyanis a tulajdonképeni mérés előtt a csövet előzetesen ætherrel, majd pedig szénkénnel töltöttem meg, s mindkét esetben lemértem a vonalaknak egymástól való távolságát. A használt æther, illetve szénkénnel törésmutatóját két egymástól elegendő távol fekvő hőmérsékleten az ABBE-féle totalrefractometerrel meghatároztam; ez alapon azután lemérvén az észleléskor uralkodó hőmérsékletet, az ennek megfelelő törésmutatót interpolatio útján kiszámíthattam. Ily módon megállapítottam tehát, hogy két egymástól meglehetősen eltérő törésmutatójú folyadékra vonatkozólag mekkora a vonalak egymástól való távolsága. Ha tehát ezen, hogy úgy mond-

* Rapports présentés au congrès international de physique réuni a Paris en 1900. I.

juk, a törésmutatóra vonatkozó kalibrálás után a csövet a megvizsgálandó folyadékkal megtöltjük, s a vonalak távolságát lemérjük, akkor a törésmutatót a kalibrálási adatok alapján könnyen kiszámíthatjuk. A kalibrálás természetesen minden csővel külön-külön végzendő. Ha gondoskodunk arról, hogy a távolságok lehetőleg pontosan mindig ugyanazok, továbbá a cső helyzete is mindig ugyanaz legyen, a mi aránylag könnyen elérhető, akkor egymással jól egyező adatokat kapunk s a törésmutatót elegendő pontossággal határozhatjuk meg.

Ismervén a folyadék törésmutatóját, a réseket akként kell állítanunk, hogy n_1 és n_2 a megkívánt értékű legyen. Egyszerűség kedvéért a h_1 és h_2 -t külön-külön mindig ugyanazon értékűnek vettem és így csupán az m_1 és m_2 -öt kellett kellően megváltoztatnom. Az erre való egyszerű módon lehozható pontos formulával a numerikus számítás hosszadalmas. A formulát azonban a következő, a számításra alkalmas alakba hozhatjuk:

$$m' = \frac{n'}{n} m + \gamma \left(\frac{n'}{n} m \right),$$

hol m' az n' törésmutatójú folyadékra, m pedig az $n = 1.333$, a vízre vonatkozik; a γ egy a törésmutató n' értékétől és a beesési szögtől függő tényező; értéke kicsi, úgy, hogy ha nem nagy pontossággal dolgozunk, a formula második része elhagyható s ekkor tehát egyszerűen a törésmutatók arányában kell az m -et megváltoztatnunk, azaz a réseket vertikális irányban eltolnunk. Én a formula második részét is figyelembe vettem. Egyszerűség kedvéért pár törésmutatóra vonatkozólag a γ értékét kiszámítottam s a következő táblázatban állítottam egybe:

| n' | γ | |
|-------|------------------------------|----------------------------|
| | $\varphi = 16^\circ 41'$ -re | $\varphi = 5^\circ 6'$ -re |
| 1.2 | — 0.016 | — 0.002 |
| 1.333 | 0.000 | 0.000 |
| 1.5 | + 0.023 | + 0.002 |
| 1.6 | + 0.040 | + 0.003 |

2. *A folyadék és a gőz sűrűségének meghatározása.* Töltsünk meg két csövet ugyanazon folyadékkal különböző mennyiségben,

s a levegőt kiűzvéen belőlük, forrasztjuk le azokat. Legyen ugyanazon hőmérsékleten p_1 illetve p_2 a beforrasztott anyag tömege, v_1 illetve v_2 a folyadék, w_1 illetve w_2 a gőz térfogata, s a folyadék, σ pedig a gőz sűrűsége, akkor :

$$\begin{aligned} v_1 s + w_1 \sigma &= p_1, & v_2 s + w_2 \sigma &= p_2, \\ \text{honnan} & & & \\ s &= \frac{p_1 w_2 - p_2 w_1}{v_1 w_2 - v_2 w_1}, & \sigma &= - \frac{p_1 v_2 - p_2 v_1}{v_1 w_2 - v_2 w_1}. \end{aligned}$$

Ha tehát két ugyanazon folyadékot tartalmazó csőre vonatkozólag meghatározom a bennük foglalt anyag tömegét, a folyadék és a gőz térfogatát, akkor ezen adatokból a sűrűségeket kiszámíthatom.

A *tömegmérésről* csupán annyit jegyzek meg, hogy a méréseket mindenkor légüres térre redukáltam.

A *térfogatmérés* céljából a csöveket előzetesen ki kellett kalibrálnom. E végből azokra egymástól körülbelül két cm. távolságban vagy hat vonalkát éttettem be, melyeknek pontos távolságát kathetometerrel mértem le. Kalibrálásra biztosan nedvesítő folyadékot, alkoholt használtam; a párolgás elkerülése végett a csövet, kivéve az alkohol lehetőleg gyors betöltésekor, bedugaszolva tartottam. A kalibráló folyadékot részletenkint előzetesen pontosan kimért körülbelül 1 cm³-es pipettával vittem a csőbe, s mindenkor kathetometerrel lemértem a meniscus legalsó pontjának távolságát a hozzá közel eső valamelyik vonaltól. Ezen adatokból a cső különböző helyein az 1 mm.-nek megfelelő térfogatot, valamint a cső sugarát kiszámíthattam. A cső aljától vett, továbbá a folyadék térfogatok kiszámításánál, mivel aránylag kis térfogatokról van szó, a meniscus térfogatát okvetlenül tekintetbe kellett vennem. Erre ezen részlet befejezésekor térek át.

Az előzetes kalibrálás után a megvizsgálandó anyagot a csőbe beforrasztjuk. Lemérvén már most a meniscus legalsó pontjának valamelyik vonaltól való távolságát, ebből a kalibrálási adatok alapján, a meniscus-térfogat tekintetbe vételével, a folyadék térfogatát kiszámíthatjuk. Hogy a beforrasztott cső egész belső térfogatát ismerjük, nem kell egyebet tennünk, mint a csövet beforrasztott végével lefelé állítván, a meniscus helyét valamelyik

vonálhoz képest meghatároznunk. Mivel a cső egyébként ki van kalibrálva, s a folyadék térfogatát már ismerjük, ez alapon a beforrasztás felé eső rész térfogatát s egyszersmind a cső egész belső térfogatát kiszámíthatjuk. A cső egész térfogatának és a folyadék térfogatnak különbsége természetesen a gőz térfogatát adja. Magasabb hőmérsékleteken való észleléskor az üveg kiterjedésének megfelelő térfogat-nagyobbodást tekintbe vettem.

A *meniscus-térfogatokat* a következő formulák alapján számítottam ki:

$$u = \pi (a^2 r - r^3 h) \text{ és } \frac{h}{a} = 2.735 e^{-1.324 \frac{r}{a}}^*$$

hol az eddig nem használt betűk értelme: u a meniscus-térfogat, h az r sugarú csőben fölemelkedő folyadékoszlop magassága (a külső szintől a meniscus aljáig), π és e ismert jelentőségű számok. Hogy a számítást egyszerűsítsem, e formulák alapján tabellát készíttettem, a miből, ismerve a cső sugarát és a folyadék capillaris állandójából vont négyzetgyököt, a meniscus-térfogatot interpolatio útján nyerjük.

A táblázatban (l. 220. l.), úgy a vertikális, mint a horizontális sorok különbségei tizedes pont nélkül bennfoglaltatnak. Ha pár század köbmm. hibát megengedünk, akkor az interpolatio egyszerű arányosság útján történhet és a második különbségek tekintetbe nem veendők, miért is ezek a tabellában nincsenek feltüntetve. Jelen méréseknél ugyanis elegendő, ha a meniscus-térfogatokat csupán egész köbmm.-ig számítjuk ki.

A mi az interpolatióra szükséges adatokat illeti: A cső sugara az előzők alapján ismeretes; a vizsgált folyadékok capillaris állandója amúgy is meghatározandó; a calibráló alkohol capillaris állandóját pedig két egymástól távolabb fekvő hőmérsékleten megmérvén, az észlelés hőmérsékletének megfelelő értéket ez alapon számítottam ki.

3. Az észlelés módjára vonatkozólag még a mondottakon kívül egyetmást meg kell jegyeznünk.

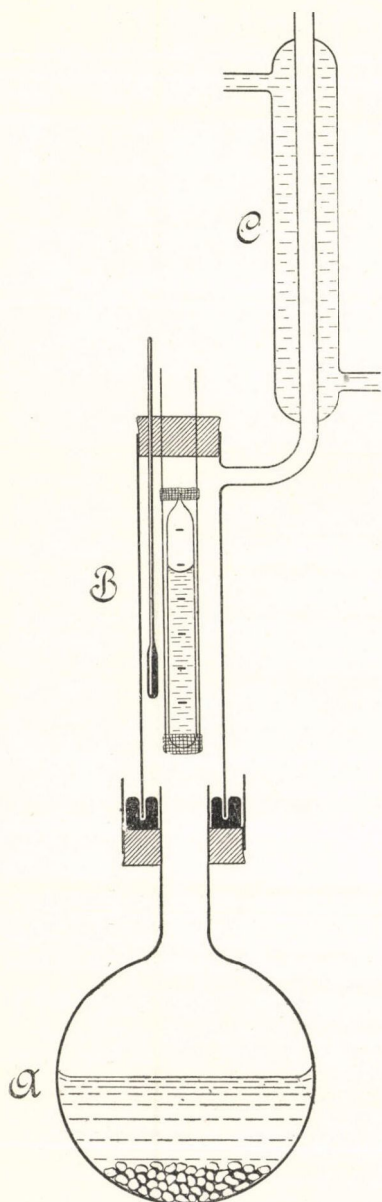
* Eötvös empirikus formulája, a melyet az $\frac{r}{a} = 2.1$ -re a BASHFORTH tabelláiból vett és az $\frac{r}{a} = 5$ -re a Poisson formulából kiszámított $\frac{h}{a}$ értékek alapján állapított meg.

Meniscus-térfogat mm.³-ben.

PEKÁR DEZSŐ.

220

| | r mm.-ben | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|-----------------|-----|
| | 5·2 | | 5·3 | | 5·4 | | 5·5 | | 5·6 | | 5·7 | | 5·8 | | 5·9 | | 6·0 | |
| a | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | | mm ³ | |
| 1·6 | 36·81 | 102 | 37·83 | 101 | 38·84 | 101 | 39·85 | 100 | 40·85 | 99 | 41·84 | 99 | 42·83 | 98 | 43·81 | 98 | 44·79 | |
| | | 354 | | 369 | | 385 | | 400 | | 416 | | 432 | | 447 | | 463 | | 479 |
| 1·7 | 40·35 | 117 | 41·52 | 117 | 42·69 | 116 | 43·85 | 116 | 45·01 | 115 | 46·16 | 114 | 47·30 | 114 | 48·44 | 114 | 49·58 | |
| | | 346 | | 363 | | 379 | | 395 | | 411 | | 427 | | 444 | | 460 | | 476 |
| 1·8 | 43·81 | 134 | 45·15 | 133 | 46·48 | 132 | 47·80 | 132 | 49·12 | 131 | 50·43 | 131 | 51·74 | 130 | 53·04 | 130 | 54·34 | |
| | | 338 | | 354 | | 370 | | 388 | | 405 | | 422 | | 439 | | 456 | | 473 |
| 1·9 | 47·19 | 150 | 48·69 | 149 | 50·18 | 150 | 51·68 | 149 | 53·17 | 148 | 54·65 | 148 | 56·13 | 147 | 57·60 | 147 | 59·07 | |
| | | 328 | | 345 | | 362 | | 379 | | 396 | | 414 | | 432 | | 450 | | 468 |
| 2·0 | 50·47 | 167 | 52·14 | 166 | 53·80 | 167 | 55·47 | 166 | 57·13 | 166 | 58·79 | 166 | 60·45 | 165 | 62·10 | 165 | 63·75 | |
| | | 318 | | 334 | | 352 | | 369 | | 387 | | 405 | | 422 | | 440 | | 459 |
| 2·1 | 53·65 | 183 | 55·48 | 184 | 57·32 | 184 | 59·16 | 184 | 61·00 | 184 | 62·84 | 183 | 64·67 | 183 | 66·50 | 184 | 68·34 | |
| | | 308 | | 325 | | 342 | | 358 | | 375 | | 392 | | 411 | | 430 | | 448 |
| 2·2 | 56·73 | 200 | 58·73 | 201 | 60·74 | 200 | 62·74 | 201 | 64·75 | 201 | 66·76 | 202 | 68·78 | 202 | 70·80 | 202 | 72·82 | |
| | | 293 | | 310 | | 327 | | 345 | | 362 | | 381 | | 399 | | 418 | | 437 |
| 2·3 | 59·66 | 217 | 61·83 | 218 | 64·01 | 218 | 66·19 | 218 | 68·37 | 220 | 70·57 | 220 | 72·77 | 221 | 74·98 | 221 | 77·19 | |
| | | 278 | | 296 | | 313 | | 331 | | 349 | | 367 | | 386 | | 405 | | 426 |
| 2·4 | 62·44 | 235 | 64·79 | 235 | 67·14 | 236 | 69·50 | 236 | 71·86 | 238 | 74·24 | 239 | 76·63 | 240 | 79·03 | 242 | 81·45 | |
| | | 264 | | 281 | | 299 | | 317 | | 336 | | 354 | | 373 | | 393 | | 413 |
| 2·5 | 65·08 | 252 | 67·60 | 253 | 70·13 | 254 | 72·67 | 255 | 75·22 | 256 | 77·78 | 258 | 80·36 | 260 | 82·96 | 262 | 85·58 | |
| | | 252 | | 270 | | 287 | | 305 | | 323 | | 342 | | 360 | | 378 | | 398 |
| 2·6 | 67·60 | 270 | 70·30 | 270 | 73·00 | 272 | 75·72 | 273 | 78·45 | 275 | 81·20 | 276 | 83·96 | 278 | 86·74 | 282 | 89·56 | |



2. ábra.

Az észlelés három hőmérsékleten történt. Eleintén elektromos melegítőikkel igyekeztem a szükséges *állandó* *temperaturákat előállítani*. A rendelkezésemre álló melegítőkből azonban a levegőt nem keverhettem, s így a melegítő különböző helyein a hőmérsékletek egymástól jócskán eltértek. Ezért a gőzzel való melegítésre tértem át; az egyik hőmérsékletet vizgőzzel, a másikat chloroformgőzzel állítottam elő, legalacsonyabb hőmérsékletnek pedig a szoba hőmérsékletét vettem. E célból természetesen az észlelési helyiséget úgy választottam meg, hogy ott az észlelés ideje alatt a hőmérséklet a szükséges mértékben tényleg állandó legyen. Folyadék fürdőt azért nem használtam, mert ez esetben a törés jelensége lényeges zavart okozott volna.

A célnak megfelelőleg összeállított gőzmelegítő a rajz alapján (2. ábra) önként érthető. Az *A* lombikból a gőz *B* melegítendő térbe s onnan a *C* Liebig-féle hűtőbe jut s itt lecsapódván, a folyadék a lombikba ismét visszafolyik. Gondoskodnunk kell arról, hogy a forrás lehetőleg nyugodt legyen. Ezért a chloroformba üveggyöngyöket, a vízbe pedig zinkdarabkákat tettem. A meniscus elülső felületéről reflectálódó réskép azonban a legkisebb rázkódást megérzi. A teljes nyugodtság elérése céljából tehát egyrészt a lombikot higany elzárás révén kötöttem össze a melegítő csővel, melyben a folyadékkal töltött cső és a thermometer foglalt helyet, másrészt a lombikot tartó állvány nem az

észlelési, hanem más asztalon állott. A gőzzel való melegítéskor kissé alkalmatlan, hogy a gőzök előszeretettel harmat alakjában csapódnak le, s ezzel az üvegcsövet elhomályosítván, az észlelést megakadályozzák. Ezt azonban eltüntethetjük, ha a különben előzetesen jól megtisztított csöveket az illető forró folyadékkal leöblítjük.

A hőmérsékletet kalibrált thermometerrel mértem.

Az *elegyeket* akként készítettem, hogy a folyadékokat a szükséges arány szerint alkalmas alakú edényekben nagyobb mennyiségben lemértem, azután a környezettől elzártan összekevertem. Miután a keverék elkészült, azt, kellő módon gondoskodván arról, hogy lehetőleg ne párologhasson, az észlelésre való csövekbe öntöttem. A csövek, melyek leforrasztás céljából egy helyen kihúzza voltak, előzetesen alaposan kitisztítandók! Miután illékony folyadékokkal dolgoztam, a keverési viszony megőrzésével a csövekből nem távolíthattam el tökéletesen a levegőt; a folyadék feletti csőrészlet melegítésével azonban mégis jobbra kiűztem, s ezután leforrasztottam azokat. Egyöntetűség kedvéért a tiszta folyadékokkal megtöltött csöveket is így készítettem. Teljesen légmentes és kevés levegőt tartalmazó ætheres csövek összehasonlító megvizsgálása arra vezetett, hogy e kevés levegő zavaró hatása figyelmen kívül hagyható.

A hőmérséklet emelkedésével, minthogy az összekevert folyadékok különböző fokban párolognak, a keverési viszony megváltozik. Sőt pontosan véve a dolgot, ugyanazon keverékkel megtöltött csövekben egyugyanazon magasabb hőmérsékleten a keverési viszony szintén eltérő lesz, mivel azokban a gőz és a folyadék térfogat viszonya nem ugyanaz. Oldatoknál, ha az oldott anyag forráspontja az észlelés hőmérsékleténél jóval magasabb, felvehetjük, hogy abból úgyszólván aránylag semmi sem párolog el, s így a keverési viszony megváltozását kiszámíthatjuk. Diphenylamin ætheres oldatával végzett méréseimre vonatkozólag e számításokat megtettem. Ezeket nem részletezem; csupán annyit jegyzek meg, hogy ha gondoskodunk arról, hogy a gőztérfogat lehetőleg kicsi legyen, a keverési viszony megváltozását elegendő pontossággal fentartása mellett is elhanyagolhatjuk.

III. Kísérleti eredmények.

Az előzőkben részletezett előmunkálatok alapján a kísérletek aránylag gyorsan végezhetők, a számítás azonban kissé hosszadalmas. Miután a kísérletek végrehajtásáról már szoltottunk, csupán néhány megjegyzést kell még tennünk.

Hogy a sűrűségekre legalább két használható értéket kapjak, minden folyadékra illetve elegyre nézve legkevesebb három csővön végeztem észleléseket. A nagyszámú közvetlen észlelési adatokat itt nem közölhetem. A fontosabb adatokat 15–20, a kevésbé fontosakat 5–10, a legkevésbé fontosakat pedig 2 mérés alapján állapítottam meg. A mérések középértékeiből számítottam ki az alább közlendőket.

A használt lehetőleg tiszta anyagokat *C. A. F. Kahlbaumtól* szereztem be. Miután a praeparatumok elegendő tisztaságáról a forrás- illetve olvadás-pont, továbbá a sűrűség alapján meggyőződtem (lásd a táblázatokot), azok további tisztítását mellőztem.

A kísérletezésre természetesen olyan «normál» folyadékokat használtam, a melyek maguk megfelelnek az Eötvös-féle törvénynek. *A capillaris állandónak* oly fajta *időbeli változását*, mint a milyen vizes sóoldatokon észlelhető,* *a megvizsgált elegyeken, illetve oldatokon nem tapasztaltam.*

Első sorban magukon *a folyadékokon* végeztem méréseket. Az eredmények a következő táblázatokban foglaltatnak, hol μ az $0 = 16$ -ra vonatkoztatott molekulasúlyt, F a folyadék forráspontját, T az $f\lambda^2 = 0$ -nak megfelelő hőmérsékletet jelenti; a többi jelölés már jól ismert.

Æthylæther:



$$\mu = 74.044$$

$$F = 34.2^\circ \text{ C. } (753.2 \text{ mm } 0^\circ)$$

$$T = 187.7^\circ \text{ C.}$$

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma)$ | $\lambda^2 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{df\lambda^2}{dt}$ | k |
|------|--------|--------|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|------------------------------|-------|
| 24.7 | 1.3489 | 0.7037 | 4.7830 | 1.6829 | 105.221 | 22.288 | 37.508 | 0.229 | |
| 60.6 | 1.2912 | 0.6583 | 3.8365 | 1.2574 | 112.477 | 23.301 | 29.298 | 0.232 | 0.230 |
| 99.9 | 1.2044 | 0.6028 | 2.7842 | 0.8169 | 122.833 | 24.710 | 20.185 | | |

* E. Klupathy. Math. u. Naturw. Ber. aus Ungarn. 5. 1886/87.

Széndisulfid:



$\mu = 76.129$

$F = 45.9^\circ \text{ C. } (754.0 \text{ mm } 0^\circ)$

$T = 271.0^\circ \text{ C.}$

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma)$ | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f \lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|-------|--------|--------|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|---|-------|
| 20.0 | 1.6271 | 1.2545 | 5.2583 | 3.3002 | 60.685 | 15.443 | 50.965 | 0.199 0.207 | 0.203 |
| 61.1 | 1.6138 | 1.1929 | 4.4944 | 2.6773 | 63.818 | 15.970 | 42.757 | | |
| 100.0 | 1.5954 | 1.1288 | 3.7388 | 2.0950 | 67.442 | 16.569 | 34.713 | | |

Benzol:



$\mu = 78.037$

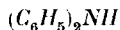
$F = 79.8^\circ \text{ C. } (752.6 \text{ mm } 0^\circ)$

$T = 274.0^\circ \text{ C.}$

| | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma)$ | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f \lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|--------|--------|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|---|-------|
| 21.7 | 1.5418 | 0.8696 | 6.7516 | 2.9349 | 89.739 | 20.044 | 58.827 | 0.238 0.229 | 0.233 |
| 60.6 | 1.5247 | 0.8282 | 5.7888 | 2.3940 | 94.225 | 20.707 | 49.573 | | |
| 99.9 | 1.4932 | 0.7843 | 4.8435 | 1.8897 | 99.499 | 21.472 | 40.576 | | |

Diphenylamin:

$\mu = 169.11$



$\text{olvadáspont} = 54.1^\circ \text{ C.}$

Erre vonatkozólag capillaris méréseket nem végeztem.

Ezekből láthatjuk, hogy a k értékei megfelelnek annak, a mit a folyadékokra vonatkozólag a bevezető részben mondtunk; ha pedig a T hőmérsékleteket a LANDOLT és BÖRNSTEIN «Physikalisch-Chemische Tabellen»-ben közölt kritikus temperaturákkal összehasonlítjuk, tapasztalhatjuk, hogy az eltérések szintén olyan rendűek, mint azt a bevezető részben említettük.

Ezután az *oldatok* vizsgálatára tértem át. A tágabb értelemben vett *oldat* névvel ez esetben úgy a *folyadék elegyeket*, valamint a *tényleges oldatokat* összefoglalom. Ezek *„molekulasúlyát»* a $\mu = \frac{\mu_1 + c\mu_2}{1 + c}$ alapján számítottam ki, hol μ illetve μ_1 és μ_2 a

molekulasúlyokat, c pedig a molekuláris keverési viszonyt, a molekulák számának viszonyát jelenti. A c molekuláris és a c' percentualis keverési viszony közötti összefüggés természetesen $c = c' \frac{\mu_1}{\mu_2}$.

Æthylæther és széndisulfid elegye.

$c = 1$ $1 (C_2H_5)_2O / 1 CS_2$
 $\mu = 75.086$ $T = 211.1^\circ C.$

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma)$ | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f \lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|--------|--------|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|---|-------|
| 17.5 | 1.5036 | 0.8986 | 4.6994 | 2.0663 | 83.559 | 19.113 | 39.493 | 0.212 | 0.204 |
| 60.7 | 1.4646 | 0.8426 | 3.7187 | 1.5215 | 89.112 | 19.950 | 30.354 | 0.196 | |
| 99.7 | 1.4200 | 0.7850 | 2.8988 | 1.0863 | 95.651 | 20.915 | 22.720 | | |

$c = 1/2$ $1 (C_2H_5)_2O / 1/2 CS_2$
 $\mu = 74.738$ $T = 198.1^\circ C.$

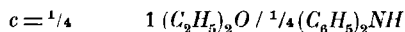
| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma)$ | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f \lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|--------|--------|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|---|-------|
| 18.2 | 1.4481 | 0.8306 | 4.7957 | 1.9916 | 89.981 | 20.080 | 39.991 | 0.232 | 0.222 |
| 60.4 | 1.4061 | 0.7748 | 3.7245 | 1.4354 | 96.461 | 21.033 | 30.190 | 0.211 | |
| 99.1 | 1.3465 | 0.7161 | 2.8378 | 0.9918 | 104.368 | 22.167 | 21.985 | | |

Æthylæther és benzol elegye.

$c = 1/2$ $1 (C_2H_5)_2O / 1/2 C_6H_6$
 $\mu = 75.374$ $T = 210.6^\circ C.$

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s - \sigma)$ | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f \lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|--------|--------|--------|----------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|---|-------|
| 19.6 | 1.4335 | 0.7602 | 5.3204 | 2.0154 | 99.150 | 21.422 | 43.174 | 0.229 | 0.226 |
| 60.8 | 1.3900 | 0.7136 | 4.2679 | 1.5096 | 105.625 | 22.345 | 33.732 | 0.223 | |
| 99.9 | 1.3312 | 0.6645 | 3.2862 | 1.0673 | 113.430 | 23.432 | 25.009 | | |

Diphenylamin æthylætheres oldata.



$$\mu = 93.056$$

$$T = 223.9^\circ \text{ C.}$$

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2}(s - \sigma)$ | $\lambda^s = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f \lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|--------|--------|--------|---------------------------------|-----------------------------|-------------|--------------|---|-------|
| 23.5 | 1.4876 | 0.8266 | 4.8845 | 2.0112 | 112.577 | 23.315 | 46.891 | 0.238 0.230 | 0.234 |
| 60.8 | 1.4619 | 0.7863 | 4.0405 | 1.5764 | 118.347 | 24.105 | 37.999 | | |
| 99.9 | 1.4291 | 0.7423 | 3.1873 | 1.1581 | 125.362 | 25.048 | 29.008 | | |

Ezen mérési eredményekből azt következtethetjük, a mit különben W. RAMSAY és E. ASTON már említett vizsgálatai is megerősítenek, hogy *normál folyadék elegyekre illetve oldatokra vonatkozólag* — ha azok molekulasúlyának a molekuláris keverési viszony szerint kiszámított értéket vesszük — *szintén fennáll azon tétel, mely szerint a molekuláris felületi energia temperatura-coefficiense állandó*; és pedig körülbelül olyan rendű pontossággal, mint a hogy az magukra a folyadékokra érvényes. *A temperatura-coefficiens értéke különböző oldatokra vonatkozólag közelítőleg ugyanaz.* E mellett azonban ki kell emelnünk, hogy a capillaris állandónak, valamint a felületi feszültségnek a keverési viszony értelmében kiszámított értékei az észlelt tényleges adatokkal nem egyeznek meg.

E tétel alapján *oldatokon végzett capillaris mérésekkel az oldott anyag molekulasúlyát közelítőleg meghatározhatjuk.* Ha ugyanis feltételezzük, hogy az oldószer és az oldat temperatura-coefficiense ugyanaz, akkor a bevezető részben a folyadékokra vonatkozólag tárgyalt eljárással ez esetben az oldat «molekulasúlyát» határozhatjuk meg. Ebből pedig — ismervén az oldószer molekulasúlyát, valamint a percentualis keverési viszonyt — az oldott anyag molekulasúlyát kiszámíthatjuk. Mivel az oldószer és az oldat temperatura-coefficiense nem szigorúan ugyanaz, azért a meghatározás csak közelítő. Oly féle kérdések eldöntésére azonban, hogy valamely anyag molekulasúlya az atomsúlyok összegének bizonyos többszöröse avagy sem, mindenesetre alkalmas.

*Folyadék elegyek kritikus hőmérsékletét a STRAUSS-PAWLEWSKI-féle összefüggés alapján számíthatjuk ki**

$$\vartheta = \frac{\vartheta_1 + c' \vartheta_2}{1 + c'},$$

hol ϑ az elegy, ϑ_1 és ϑ_2 az összekevert folyadékok kritikus hőmérsékletét, c' pedig a percentualis keverési viszonyt jelenti. A számított értékek a meghatározott kritikus hőmérsékletekkel általában elég jól egyeznek, egyes esetekben ugyan nagyobb eltéréseket is észleltek.

GALITZINE** épen az æther és szénkéneg keverékére nézve kimutatta, hogy az észlelt kritikus hőmérsékletek a formulából számítottaktól jócskán eltérnek. Ha a táblázatokban foglalt T hőmérsékleteket a STRAUSS-PAWLEWSKI-féle formula alapján kiszámítható értékekkel összehasonlítjuk, olyan rendű eltéréseket tapasztalunk, a melyek csupán ezen formula nem egészen szigorú voltából még nem magyarázhatók. Oldatoknál, a melyekre a STRAUSS-PAWLEWSKI formula érvényessége nincs kimutatva, még nagyobb eltéréseket várhatunk. Így a diphenylamin kritikus temperaturája, ha azt az æthylætheres oldatból kiszámítjuk, jóval kisebb a ténylegesnél.

Ezek szerint tehát mindaddig, a míg további kísérletek alapján pontosabb összefüggések megállapítva nincsenek, az oldatok molekuláris felületi energiájából az oldott anyag kritikus temperaturáját nem határozhatjuk meg.

A kén molekulasúlya.

A következőkben azon kísérleteimről számolok be, a melyeket kéntartalmú oldatokon annak megvizsgálása céljából végeztem, hogy ezen oldatok capillaris adataiból a kén molekulasúlyára nézve mily következtetéseket vonhatunk. Eleve megjegyzem

* WINKELMANN: Handbuch der Physik II. 2.

** WIEDEMANN Ann. 41. 1890.

ugyanis, hogy a molekulasúly biztos megállapítását ez esetben — az előzőekben tárgyalt módszer közelítő volta miatt — nem várhatjuk.

A kén molekulasúlyának régebbi meghatározásai csupán *gőzsűrűség-mérések* alapján történtek. Ezek közül kiemelhetjük a következőket: DUMASNAK¹ 500° C körül végzett sűrűség meghatározásai S_8 -ra vezettek. MITSCHERLICH² ugyanezen eredményre jutott. Ezzel szemben DEVILLE és TROOST³ 860° C körül a kén molekulasúlyát S_2 -nek találták. Ujabban H. BILTZ⁴ foglalkozott e kérdéssel. Szerinte 800° C felett S_2 , alacsonyabb hőmérsékleten pedig a hőmérséklettel változó módon S_5 , S_7 általában S_n , szóval több atomos a kénmolekula. H. BILTZ és V. MEYER⁵ későbbi mérései szerint még 1719° C-on is S_2 a kén molekula. Minthogy pedig nagyobb temperatura közben éppen csak az S_2 -nek megfelelő gőzsűrűség állandó, BILTZ a kén molekulasúlyának csupán csak ezt fogadja el. W. RAMSAY⁶ ez utóbbi következtetést nem tartja jogosultnak. Később pedig E. RIECKE⁷ részletesen kifejti a kén molekula fokozatos disszociációjának elméletét, mely szerint az S_8 a hőmérséklet emelkedésével $S_2 + S_6$ -ra, majd végül $4S_2$ -re bomlik.

Ujabban a *fagyypont- és a tensio-csökkenés*, valamint a *forráspontemelkedés* módszerével is meghatározták a kén molekulasúlyát. E. BECKMANN⁸ a tenisocsökkenésből a széndisulfidban oldott kén molekulasúlyát S_8 -nak találta. I. HERTZ⁹ a kén naphthalinos oldatának fagyypont-csökkenéséből ugyanezen eredményre jutott. W. R. ORNDORFF és G. L. TERASSE¹⁰ a forráspontemelkedés módszerével széndisulfidban, benzolban, toluolban oldva S_8 -nek, xylolban, phenolban, phenetolban és naphthalinban S_8 -nak,

¹ Annales de Chimie et de Physique 50. 1832.

² Annalen der Chemie und Pharm. 12. 1834.

³ Annales de Chimie et de Physique III. 58. 1860.

⁴ Zeitschrift f. phys. Chemie 2. 1888.

⁵ Zeitschrift f. phys. Chemie 4. 1889.

⁶ Zeitschrift f. phys. Chemie 3. 1889.

⁷ Zeitschrift f. phys. Chemie 6. 1890.

⁸ Zeitschrift f. phys. Chemie 5. 1890.

⁹ Zeitschrift f. phys. Chemie 6. 1890.

¹⁰ Amer. Chem. Journ. 18. 1896.

kénchloridban pedig S_2 -nek találták a kénmolekulát. Ezek szerint a kén forráspontja alatt S_9 , felette pedig S_8 molekulasúlyú volna. A fagyáspontcsökkenésből naphtalinban S_7 -et, diphenylben S_8 értéket kaptak. Kimutatták továbbá, hogy akár rhombos, akár egyhajlású az oldott kén, az eredmény ugyanaz. L. ARONSTEIN és S. H. MEIHUIZEN* a forráspontemelkedés módszerével azon oldószerekben, melyeket az előbb említett szerzők használtak, a ként mindig S_8 -nak találták, szóval szerintük a forráspont alatti és feletti érték ugyanaz. A kénchlorid oldatra nézve pedig kimutatták, hogy az forráspontja körül részlegesen disszociálódik, a miért is a forráspontemelkedés módszerében oldószerül nem használható.

Capillaris szempontból a kén széndisulfidos, valamint kénchloridos oldatát vizsgáltam meg. Az észleléseket akként végeztem, a mint azt az előzőkben részletesen leírtam. A szükséges praeparatumokat ugyancsak C. A. F. Kahlbaumtól szereztem be. A kristályos ként, mivel nem volt elég tiszta, széndisulfidból még egyszer kikristályosítottam.

Először a tiszta oldószereken végeztem méréseket.

A széndisulfidra vonatkozó adatokat az előzőkben már közöltem (l. 224. oldal.). Most csupán azt emeljük ki, hogy a molekuláris felületi energia temperatura-coefficiensének középértéke ez esetben 0.203.

A kénchloridra vonatkozó mérések eredményei a következő táblázatban foglaltatnak:

Kénchlorid.



$$\mu = 135.032$$

$$F = 136.9^\circ \text{ C. } (753.3 \text{ mm } 0^\circ)$$

$$T = 389.9^\circ \text{ C.}$$

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2}(s - \sigma)$ | $\lambda^2 = \frac{f}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{Af\lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|--------|--------|--------|---------------------------------|---------------------------|-------------|--------------|------------------------------------|-------|
| 15.5 | 1.6393 | 1.6559 | 5.2863 | 4.3167 | 81.546 | 18.805 | 81.176 | 0.206 0.228 | 0.217 |
| 60.9 | 1.6263 | 1.5875 | 4.7480 | 3.7144 | 85.059 | 19.341 | 71.840 | | |
| 99.8 | 1.6095 | 1.5284 | 4.2148 | 3.1740 | 88.349 | 19.837 | 62.962 | | |

* Verhand. K. A. v. W. Amsterdam 6. 3. 1898.

A molekuláris felületi energia temperaturacoefficiensének középértéke tehát 0·217.

Közbevetőleg megjegyezhetjük, hogy a *kénchloridnak* eddig *meg nem határozott* s az ezen mérési adatokból kiszámított *kritikus hőmérséklete* 395° C körül van.

Az *oldatokra* vonatkozó eredmények a következő táblázatokban foglaltatnak. Legfelül azon adatok vannak felsorolva, a melyek az észleletekből a molekulasúly ismerete nélkül kiszámíthatók. Ezután a molekulasúlytól függő adatok következnek, és pedig kiszámítva azon esetekre, ha a kénmolekulát S_8 , S_6 , S_4 illetve S -nek tételezzük fel.

**Szendisulfidos
oldat.**

1 s. r. szendisulfid/
0·28170 s. r. kén.

| t | n | s | α^2 | $f = \frac{\alpha^2}{2}(s - \sigma)$ |
|------|--------|--------|------------|--------------------------------------|
| 17·5 | 1·6478 | 1·3651 | 5·2523 | 3·5842 |
| 60·5 | 1·6360 | 1·3049 | 4·5301 | 2·9491 |
| 99·9 | 1·6197 | 1·2469 | 3·8365 | 2·3702 |

$S_8 = 256·504$
1 CS_2 / 0·08361 S_8
 $\mu = 90·046$

| t | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{\Delta f\lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|------|-----------------------------|-------------|--------------|--|-------|
| 17·5 | 65·963 | 16·326 | 58·516 | 0·207 0·216 | 0·211 |
| 60·5 | 69·006 | 16·824 | 49·616 | | |
| 99·9 | 72·216 | 17·342 | 41·104 | | |

$S_6 = 192·378$
1 CS_2 / 0·11148 S_6
 $\mu = 87·788$

| | | | | | |
|------|--------|--------|--------|----------------|-------|
| 17·5 | 64·309 | 16·051 | 57·530 | 0·203 0·212 | 0·207 |
| 60·5 | 67·276 | 16·541 | 48·781 | | |
| 99·9 | 70·405 | 17·050 | 40·412 | | |

$S_4 = 128·252$
1 CS_2 / 0·16722 S_4
 $\mu = 83·596$

| | | | | | |
|------|--------|--------|--------|----------------|-------|
| 17·5 | 61·238 | 15·536 | 55·684 | 0·197 0·206 | 0·201 |
| 60·5 | 64·063 | 16·011 | 47·218 | | |
| 99·9 | 67·043 | 16·503 | 39·115 | | |

$S = 32·063$
1 CS_2 / 0·66887 S
 $\mu = 58·468$

| | | | | | |
|------|--------|--------|--------|----------------|-------|
| 17·5 | 42·831 | 12·242 | 43·878 | 0·155 0·162 | 0·158 |
| 60·5 | 44·806 | 12·615 | 37·203 | | |
| 99·9 | 46·891 | 13·003 | 30·820 | | |

Kénchloridos
oldat.1 s. r. kénchlorid/
0·58375 s. r. kén.

| t | n | s | a^2 | $f = \frac{a^2}{2} (s \ \sigma)$ |
|-------|--------|--------|--------|----------------------------------|
| 17·7 | 1·6795 | 1·7456 | 5·6801 | 4·9036 |
| 61·3 | 1·6757 | 1·6906 | 5·2052 | 4·3541 |
| 100·2 | 1·6671 | 1·6415 | 4·7141 | 3·8326 |

 $S_8 = 256·504$ 1 S_2Cl_2 / 0·30730 S_8 $\mu = 163·587$

| t | $\lambda^3 = \frac{\mu}{s}$ | λ^2 | $f\lambda^2$ | $k = \frac{Af\lambda^2}{\Delta t}$ | k |
|-------|-----------------------------|-------------|--------------|------------------------------------|-------|
| 17·7 | 93·714 | 20·632 | 101·171 | 0·216 0·241 | 0·228 |
| 61·3 | 96·763 | 21·077 | 91·771 | | |
| 100·2 | 99·657 | 21·495 | 82·382 | | |
| 17·7 | 86·904 | 19·620 | 96·209 | 0·205 0·229 | 0·217 |
| 61·3 | 89·731 | 20·043 | 87·269 | | |
| 100·2 | 92·415 | 20·441 | 78·342 | | |
| 17·7 | 75·877 | 17·923 | 87·887 | 0·187 0·210 | 0·198 |
| 61·3 | 78·345 | 18·310 | 79·724 | | |
| 100·2 | 80·689 | 18·673 | 71·566 | | |
| 17·7 | 35·424 | 10·786 | 52·890 | 0·113 0·126 | 0·119 |
| 61·3 | 36·576 | 11·019 | 47·978 | | |
| 100·2 | 37·670 | 11·237 | 43·067 | | |

 $S_8 = 192·378$ 1 S_2Cl_2 / 0·40974 S_8 $\mu = 151·700$ $S_4 = 128·252$ 1 S_2Cl_2 / 0·61461 S_4 $\mu = 132·451$ $S = 32·063$ 1 S_2Cl_2 / 2·45844 S $\mu = 61·836$

Vessük össze az oldatok temperaturacoefficienseit a tiszta oldószerkeivel. Ez alapon határozottan mondhatjuk, hogy úgy a széndisulfidban, valamint a kénchloridban oldott kén hat vagy ennél több atomos molekulákból áll. Ki kell ezt emelnünk W. R. ORNDORFF és G. L. TERASSE vizsgálataival szemben, a melyek szerint kénchloridos oldatban a kénmolekula két atomos.

Fontoljuk meg ezenkívül a következőket. Eörvösnek nagyszámú mérései alapján a k értéke leggyakrabban 0·230 körül van; csupán kivételes esetekben lényegesebbek az ettől való eltérések. Feltételezvé tehát, hogy a kén nem tartozik e kivételek közé, a

megvizsgált oldatok temperaturacoefficiensének az oldószerekénél valamivel nagyobbnak kellene lennie; és pedig a kéntartalom alapján az eltérés a szénsulfidos oldatnál kisebb, mint a kénchloridosnál. Ez alapon azután az S_8 -nak megfelelő temperaturacoefficiens tekintetbe vételével mondhatjuk, *hogy a kén valószínűleg nyolcz atomos molekulákból áll*, a mit különben az erre vonatkozó legújabb vizsgálatok is megerősítenek.

Mínthogy a kénmolekula aránylag nagy számú atomból áll, a molekulasúlynak egy atomsúlynyi mennyiséggel való megváltoztatása az «oldat molekulasúlyát» s ez alapon a molekuláris felületi energia temperaturacoefficiensét is csak kevésbé változtatja meg. Érthető tehát, hogy tekintettel az amugy is fennálló eltérésekre, a molekulasúly értékét ez esetben egész határozottan nem állapíthattuk meg. Biztos következtetéseket vonhatunk azonban akkor, ha a megvizsgálandó vegyület molekulasúlya az atomsúlyok összegének legfeljebb négyszerese.

★

Ennyi az, a mit észleleteimből kiolvashattam. A megállapított tételeket nagyobb számú kísérleti adattal megerősíteni s a pontosabb összefüggéseket megállapítani minden esetre további vizsgálódások feladata. A molekulasúly meghatározásának ezen módszerét azonban bizonyos esetekben addig is felhasználhatjuk.

VIZSGÁLATOK A *Ca*, *Mg* ÉS *P* FORGALMÁRÓL NÖVÉNYEVŐ ÁLLATOKBAN.

TANGL FERENCZ-től.

Mig elég számos kísérletet végeztek már annak felderítésére, hogy milyen hatással van a mész és phosphorsav megvonása az állati szervezetre, különösen a fejlődő szervezetre, hogy mi a sorsa az anyagforgalomban a táplálékhoz hozzáadott mészsóknak, phosphatoknak, addig csak igen kevés vizsgálat létezik ezen anyagok forgalmáról a különböző állatokban a rendes táplálkozás mellett. Nagyon kevés kísérleti adatunk van arról, hogy az emberben vagy állatban különböző életkorban, különböző életfeltételek között, különböző táplálkozás mellett, hogyan alakul a *Ca*, *Mg* és *P* forgalma.

Az alább közölt vizsgálatok elég érdekes összehasonlító élet-tani adatokat szolgáltatnak ezen anyagok forgalmának ismeretéhez azon növényevő házi állat testében, mely eddigelé csakis egy ilyenmő vizsgálat tárgyát képezte. Tudtommal legalább csakis WOLFF E.* vizsgálta meg a szerves anyagok forgalmát a ló testében. Kísérletét *egy* lovon végezte legnagyobb részt kifogástalan methodusokkal ugyan, de mégis annyiban nem tökéletesen, a mennyiben a vizelet *P* tartalmát a kísérletnek csakis egy szakasában határozta meg, a többiben nem, valószínűleg azért, mert a *P* mennyisége a ló vizeletében tényleg gyakran rendkívül csekély.

A *Ca* és *P* forgalmának vizsgálata épen lovon azért igérkezett különösen érdekesnek, mert eltérőleg a többi növényevő

* WOLFF, Grundlagen der rationellen Fütterung des Pferdes. Berlin, 1887.

házi állattól, a ló vizeletével az igen kevés *P* mellett igen sok *Ca* ürül ki. Tudvalevőleg a ló vizelete már akkor, mikor a húgyhólyagból kiürül, erősen zavaros a sok $CaCO_3$ -tól, mely bő csapadék alakjában kiválik, míg a szarvasmarha és juh átlátszó tiszta vizeletében csak igen kevés *Ca* van. Ezenkívül a kísérletek megajtására még azon körülmény is indított, hogy éppen oly takarmány állott rendelkezésemre, melyben igen kevés *Ca* volt, oly kevés, mint a mennyi oly egészségtelen szénában szokott lenni, melyet a szarvasmarhánál nem ritka osteomalacia okozójának tekintenek mézszegénységénél fogva. Alkalmam volt ilyen módon megállapítani, hogy miképen alakul a *Ca* és *P* forgalma akkor, ha ily kevés *Ca*-t kap az állat. A *Ca* és *P* forgalmán kívül még a *Mg* forgalmát is megállapítottam mint oly elemét, mely a *Ca*-t állandóan kíséri.

A kísérleteket két egészséges idősebb lovon végeztem — az egyik 10, a másik 14 éves herélt —, még pedig mindegyiken két-két kísérletet. Az egyik kísérletben a takarmány kizárólag széna, a másikban széna és zab volt. A kísérletek berendezését részleteznem nem kell, elég, ha annyit jegyzek meg, hogy ugyanaz volt, melyet már leírtam* s mely, mint leírásomból kitűnik, az exakt anyagcsere vizsgálatok követelményeinek megfelelőleg az elfogyasztott takarmánymennyiségnek pontos meghatározását, valamint az ürülékeknek veszteség nélküli gyűjtését lehetővé tette. Egy-egy kísérleti sorozat a két lovon egyidejűleg lett végrehajtva, az egyik nyolcz napig, a másik hat napig tartott; mindegyiket természetesen legalább nyolcz napi előtetetés ugyanazon takarmánynyal előzte meg. A kísérleti takarmányból, mely minden napra pontosan le lett mérve, alapos összekeverés után vett részlet, melyet finoman összeváltunk s megőröltünk, szolgált az analysisre. A napi bélsárból pontosan 1%-nyi mennyiséget mértünk le, 60° C-nál szárítottuk s azután két-három napig a szobában állani hagytuk. Ezen légszáraz, egy kísérlethez tartozó bélsárpróbákat lemérés után alaposan összekevertük és finom porrá őröltük, mely azután az analysisek tárgyát képezte. A napi részletben

* TANGL F. Az itatás módjának befolyása a takarmány kihasználására. Kísérletügyi közlemények IV. köt.

csakis a *N*-t határoztuk meg, míg a *Ca*, *Mg* és *P* meghatározására két-két napi vizeletet összekevertünk.

A kísérlet céljának megfelelőleg különös gondot fordítottunk úgy a takarmány, mint az ürületek *Ca*, *Mg* és *P* tartalmának pontos meghatározására. Tekintettel arra, hogy a használt analitikai módszerek ismerete igen lényeges az eredmények megbízhatóságának megítélésére, röviden leírom azokat, bár lényegükben a közönségesen használt eljárásokon alapulnak, némi módosítással.

A *Ca* meghatározás oly módon történt, hogy az elhamvasztásnál a SiO_2 által esetleg megkötött *Ca* el ne vesszen, mire különösen a takarmány és bélsár elemzésénél kellett gondolni. (A vizeletben csak igen kevés SiO_2 van.) Erre a célra a gondos elhamvasztás által (5—8 gr légszáraz anyagból) nyert hamút kétszerannyi előzetesen kiizzított Na_2CO_3 -val jól összekevertük s a keveréket óvatosan megömlesztettük. Kihülés után az egész tömeget híg sósavban oldottuk fel, az oldatot bepárolagtattuk és a maradékot fél óráig 110°C -ra felmelegített szárító szekrényben tartottuk. (Ilyen módon oldhatlanná válik a SiO_2 .) A felöntött híg *HCl*-ban már most minden oldódik a SiO_2 -on kívül, melyet az oldatból szűrés által távolítunk el. A szüredékben azután NH_3 -kal való közömbösítés, majd ecetsavval való megsavanyítás után a *Ca*-t oxalsavas ammoniummal leválasztottuk s izzítás után mint *CaO*-t mértük. A calcium oxalatról leszűrt szüredéket NH_3 -kal alkalikussá tettük és belőle Na_2HPO_4 -tal a *Mg*-t választottuk le, melyet mint $\text{Mg}_2\text{P}_2\text{O}_7$ -t mértünk. A vizeletet elhamvasztás helyett HNO_3 -mal főztük s azután a *Ca*-t oxalattal lecsaptuk s szintén mint *CaO*-t mértük. A *P*-t szintén a molybdænmethodussal határoztuk meg, ugyancsak HNO_3 -mal való főzés után.

A *P* meghatározáshoz az elhamvasztás helyett a légszáraz takarmányból és bélsárból körülbelül 5—5 gr-ot, úgy mint a *N* meghatározásnál KJELDAHL szerint, koncentrált H_2SO_4 -val (40 cm³) elroncsoltunk. Roncsolás után a lombik tartalmát vízzel felhigítottuk, a kivált SiO_2 -tól szűrés által megszabadítottuk és a szüredékben a phosphorsavat a molybdæn-methodussal — mint a legpontosabbal — meghatároztuk.

Míthogy a lovak a takarmányon kívül még az ivóvízzel is

Ca-t és *Mg*-t vesznek be, szükséges volt az ivóviznek *Ca* és *Mg* tartalmát is meghatározni.

Valamennyi analysis kettős volt, úgy hogy az összes közölt értékek legalább két egymással jól megegyező analysis középértékei. Az analysiseknek és így e kísérleteknek eredményeit azonban nem oly alakban fejezem, a mint az eddigelé szokás volt. Daczára annak, hogy a chemia mai állásának már egyáltalán nem felel meg a hamuelemléseknél — úgy mint az ásvány- és ásványviz elemzéseknél — a fémeket oxydok, a savakat anhydridek alakjában kifejezni, mégis majdnem valamennyien így járnak el s ennek megfelelőleg a *Ca*-t, *Mg*-t és *P*-t, *CaO*, illetőleg *MgO* és *P₂O₅* alakjában fejezik ki, ámbár kétségtelen, hogy a szervezet nedveiben és sejtjeiben nem mint ilyenek fordulnak elő. Miután legnagyobbbrészt nem is tudjuk, hogy a *Ca*, *Mg* és *P* milyen gyökök vagy vegyületek alakjában fordulnak elő, hogy ezek miképen változnak az anyagforgalomban, legrationalisabbnak tartom OSTWALD* tanácsát követni és mint elvileg is leghelyesebb alakban ezeket az elemeket mint olyanokat számításba venni s mennyiségüket *Ca*, *Mg* és *P* alakjában kifejezni. Így jártam el vizsgálataimnál.

A felsorolt elemeken kívül még úgy a takarmányban mint az ürülekében a *N*-t is meghatároztuk, úgy hogy a *N* forgalom, mint a legfontosabb szerves tápanyag, a fehérszén forgalmának mértéke is meg lett állapítva.

Ezek után áttérhetek maguknak a kísérleteknek rövid ismertetésére s a megítélésükhöz szükséges adatok felsorolására.

I. Kísérleti sorozat.

Tartama 8 nap; kezd. márcz. 2, vége márcz. 9-én.

Takarmány naponként 8 kgr széna (I. sz.).

A széna összetétele:

| | | |
|---------------|-----------|--------|
| száraz anyag | — — — — — | 83,12% |
| szerves anyag | — — — — — | 76,04% |

* OSTWALD, Die wissenschaftlichen Grundlagen der analytischen Chemie. 2. Aufl. 1897 p. 198.

| | |
|-----------------------------------|--------|
| nyers protein ($N \times 6,25$) | 8,54% |
| nyers zsír (æth. kivonat) | 1,91% |
| nyers rost | 31,02% |
| <i>N</i> -mentes kivonható anyag | 34,75% |
| hamu | 5,86% |
| <i>N</i> | 1,366% |
| <i>P</i> | 0,146% |
| <i>Ca</i> | 0,440% |
| <i>Mg</i> | 0,137% |

Az ivóvíz tartalmazott: 0,0049% *Ca*-t és 0,0013% *Mg*-t (*P* nem volt benne).

| | 1. ló | 2. ló |
|---|---------|---------|
| A kísérleti állat testsúlya a kísérlet kezdetén | 408 kgr | 445 kgr |
| A kísérleti állat testsúlya a kísérlet végén | 404 „ | 440 „ |
| Átlagos testsúly * | 406 „ | 442 „ |
| Naponként átlag megivott víz | 19,6 „ | 26,5 „ |

A bélsár és vizelet mennyiségét és összetételét a következő táblázat mutatja: (l. 238. l.)

II. Kísérleti sorozat.

Tartama 6 nap; kezd. ápr. 15, vége ápr. 20.

Takarmány naponként: 4 kgr zab, 5 kgr széna (II. sz.).

A takarmány összetétele:

| | zab | széna |
|-----------------------------------|--------|--------|
| száraz anyag | 86,39% | 87,86% |
| szerves anyag | 82,93% | 82,00% |
| nyers protein ($N \times 6,25$) | 14,20% | 11,53% |
| nyers zsír (æth. kivonat) | 5,22% | 2,85% |
| nyers rost | 8,96% | 28,25% |
| <i>N</i> -mentes kivonható anyag | 54,55% | 39,37% |
| hamu | 3,46% | 5,86% |
| <i>N</i> | 2,272% | 1,844% |

* A napi mérések középértéke.

I. táblázat.

I. kísérlet.

| Datum | V i z e l e t | | | | | | | | | B é l s á r | | | | | | | | |
|-----------------|--------------------|-------|--------|-------|-------|------|-------|------|------|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| | Mennyi- ség kgr | N | | P | | Ca | | Mg | | Mennyi- ség kgr | N | | P | | Ca | | Mg | |
| | | o/oo | gr | o/oo | gr | o/oo | gr | o/oo | gr | | o/oo | gr | o/oo | gr | o/oo | gr | o/oo | gr |
| 1. ló. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2/III | 4,51 | 13,37 | 60,29 | 0,033 | 0,150 | 2,42 | 10,90 | 0,66 | 2,98 | 115,0 | 0,353 | 405,6 | 0,082 | 94,64 | 0,148 | 170,51 | 0,054 | 62,41 |
| 3/III és 4. III | 9,99 | 14,77 | 147,51 | 0,008 | 0,084 | 2,97 | 29,64 | 0,69 | 6,90 | | | | | | | | | |
| 5/III és 6/III | 11,17 | 13,08 | 146,10 | 0,008 | 0,091 | 2,71 | 30,27 | 0,66 | 7,41 | | | | | | | | | |
| 7/III és 8/III | 9,94 | 13,98 | 138,98 | 0,011 | 0,108 | 3,16 | 31,44 | 0,64 | 6,40 | | | | | | | | | |
| 9/III | 4,86 | 14,46 | 70,30 | 0,011 | 0,053 | 2,63 | 12,80 | 0,62 | 3,02 | | | | | | | | | |
| Napi átlag : | 5,06 | 13,93 | 70,39 | 0,014 | 0,061 | 2,78 | 14,38 | 0,65 | 3,34 | 14,67 | 0,353 | 50,7 | 0,082 | 11,83 | 0,148 | 21,31 | 0,054 | 7,80 |
| 2. ló. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2/III | 12,52 | 6,15 | 76,93 | 0,010 | 0,126 | 1,03 | 12,95 | 0,27 | 3,34 | 104,0 | 0,406 | 423,3 | 0,091 | 94,77 | 0,168 | 174,7 | 0,059 | 61,81 |
| 3/III és 4. III | 22,29 | 6,24 | 139,01 | 0,0.9 | 0,200 | 1,21 | 26,97 | 0,32 | 7,13 | | | | | | | | | |
| 5. III és 6/III | 23,74 | 5,93 | 134,36 | 0,020 | 0,462 | 1,18 | 27,92 | 0,29 | 6,77 | | | | | | | | | |
| 7/III és 8. III | 22,84 | 5,62 | 128,29 | 0,060 | 0,141 | 1,41 | 32,08 | 0,30 | 6,88 | | | | | | | | | |
| 9/III | 10,52 | 6,43 | 66,32 | 0,010 | 0,100 | 1,25 | 12,94 | 0,35 | 3,56 | | | | | | | | | |
| Napi átlag : | 10,22 | 6,07 | 68,11 | 0,022 | 0,129 | 1,22 | 14,11 | 0,31 | 3,46 | 13,00 | 0,406 | 52,91 | 0,091 | 11,85 | 0,168 | 21,84 | 0,059 | 7,85 |

| | zab | széna |
|--|--------|--------|
| <i>P</i> | 0,406% | 0,165% |
| <i>Ca</i> | 0,143% | 0,410% |
| <i>Mg</i> | 0,104% | 0,209% |
| Az ivott víz tartalmazott: 0,0049% <i>Ca</i> -t és 0,0013% <i>Mg</i> -t. | | |

| | 1. ló | 2. ló |
|------------------------------------|-----------|-----------|
| Testsúly a kísérlet kezdetén . . . | 403,8 kgr | 432,5 kgr |
| Testsúly a kísérlet végén . . . | 406,5 „ | 436,8 „ |
| Átlagos testsúly* | 405 „ | 435 „ |
| Naponkint átlag megivott víz . . . | 17,3 „ | 22,0 „ |

A bélsár és vizelet mennyiségét és összetételét a következő táblázat mutatja: (l. 240. l.)

A közölt adatokból mindenekelőtt az tűnik ki, hogy az I. kísérletben a lovak takarmánya nem volt elegendő, a testsúlyuk naponkint átlag 0,50 illetve 0,63 kgr-mal csökkent, míg a II. kísérletben, mikor zabot és szénát kaptak, a testsúly növekedett, naponkint átlag 0,45 illetve 0,72 kgr-mal. A takarmány az első kísérletben elégtelen volt mindenekelőtt azért, mert jóval kevesebb emészthető tápanyagot tartalmazott, mint a II. kísérletben. Mutatják ezt a következő számok.**

Míg az

I. kísérletben

| a takarmány szerves anyagából | nyers proteinjéből |
|--|----------------------|
| az 1. ló naponkint 2950 gr-ot = 48,5%-ot | 363 gr-ot = 53,6%-ot |
| a 2. ló naponkint 3188 „ = 52,4%-ot | 352 „ = 51%-ot |
| emésztett meg, addig a | |

II. kísérletben

| | |
|--|----------------------|
| az 1. ló naponkint 4062 gr-ot = 54,8%-ot | 843 gr-ot = 73,6%-ot |
| a 2. ló naponkint 4217 „ = 56,9%-ot | 802 „ = 70,1%-ot |

Ezek szerint tehát az I. kísérletben a takarmány nem volt elegendő, a másodikban pedig annyi, hogy az állatok testének állománya még gyarapodhatott is.

* A napi mérések középértéke.

** Elemzések eredményei.

II. táblázat.

II. kísérlet.

| Datum | V i z e l e t | | | | | | | | B é l s á r | | | | | | | | | |
|----------------|--------------------|------|--------|-------|-------|---------|----------|------|-------------|--------------------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|
| | Mennyi- ség kgr | N | | P | | Ca | | Mg | | Mennyi- ség kgr | N | | P | | Ca | | Mg | |
| | | ‰ | gr | ‰ | gr | ‰ | gr | ‰ | gr | | ‰ | gr | ‰ | gr | ‰ | gr | | |
| 1. ló. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15/iv és 16/iv | 11,34 | 19,6 | 221,81 | 0,15 | 1,680 | (2,41)? | (27,34)? | 0,64 | 7,27 | } 84,7 | 0,340 | 289,80 | 0,164 | 138,4 | 0,122 | 103,4 | 0,075 | 66,52 |
| 17/iv és 18/iv | 13,21 | 15,0 | 198,70 | 0,11 | 1,430 | 1,26 | 16,64 | 0,48 | 6,38 | | | | | | | | | |
| 19/iv és 20/iv | 11,79 | 16,3 | 192,57 | 0,14 | 1,643 | 1,34 | 15,77 | 0,59 | 7,01 | | | | | | | | | |
| Napi átlag : | 6,06 | 16,3 | 102,16 | 0,13 | 0,792 | 1,30* | 8,10* | 0,57 | 3,44 | 14,12 | 0,34 | 48,30 | 0,164 | 23,07 | 0,122 | 17,23 | 0,075 | 11,09 |
| 2. ló. | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15/iv és 16/iv | 19,05 | 8,33 | 158,6 | 0,020 | 0,388 | 0,85 | 16,22 | 0,38 | 7,24 | } 76,75 | 0,417 | 320,7 | 0,183 | 141,1 | 0,145 | 111,93 | 0,083 | 64,22 |
| 17/iv és 18/iv | 22,31 | 8,70 | 194,1 | 0,045 | 0,999 | 0,60 | 13,31 | 0,30 | 6,66 | | | | | | | | | |
| 19/iv és 20/iv | 22,44 | 8,52 | 191,2 | 0,064 | 1,403 | 0,74 | 16,63 | 0,34 | 7,65 | | | | | | | | | |
| Napi átlag : | 10,64 | 8,52 | 90,65 | 0,043 | 0,465 | 0,73 | 7,69 | 0,34 | 3,59 | 12,79 | 0,417 | 53,45 | 0,183 | 23,50 | 0,145 | 18,66 | 0,083 | 10,70 |

* Ezen átlag kiszámításánál a gyanús s mindenesetre hibás értéket számításon kívül hagytam.

* Ezen átlag kiszámításánál a gyanús s mindenesetre hibás értéket számításon kívül hagytam.

A *takarmány* jellemzésére ki kell emelnem, hogy a széna mindkét kísérletben rendkívül *Ca* szegény volt, ellenben igen sok *P*-t tartalmazott, míg a *Mg* tartalom semmi feltűnőt nem mutatott. A zab pedig feltűnően sok *P*-t tartalmazott. Ennek megítélésére átszámítottam ezen elemeket *CaO*, illetőleg *MgO* és *P₂O₅*-ra és összehasonlítottam a WOLFF E.* által közölt középértékekkel:

| | 100 gr száraz anyagban van | | |
|---------------------------------------|----------------------------|------------|-----------------------------------|
| | <i>CaO</i> | <i>MgO</i> | <i>P₂O₅</i> |
| | gr | gr | gr |
| a mi I. sz. szénánkban | 0,794 | 0,273 | 0,804 |
| „ „ II. „ „ | 0,654 | 0,394 | 0,860 |
| WOLFF szerint pedig átlag jó szénában | 1,11 | 0,48 | 0,496 |
| egészségtelen szénában | 0,63 | 0,31 | 0,263 |

Kísérleti lovaink tehát tényleg mészben igen szegény és *P*-ban gazdag szénát kaptak. A zabban általában jóval kevesebb *Ca* és jóval több *P* van, mint a szénában, a mi zabunkban több *Ca* és *I* volt, mint WOLFF szerint átlag a zabban szokott lenni:

Zabunk 100 gr száraz anyagában volt 0,232 gr *CaO*, 0,251 gr *MgO* és 2,15 gr *P₂O₅*, WOLFF szerint pedig a zab száraz anyagában van átlag: 0,112% *CaO*, 0,223% *MgO* és 0,80% *P₂O₅*.

Úgy mint a széna, a zab is feltűnően sok *P₂O₅*-t tartalmaz szemben WOLFF adataival. Ennek oka részben valószínűleg az, hogy WOLFF az egyszerű elégetés által nyert hamuban határozta meg a *P*-t, a mikor kevesebbet kell találni, mert az elégetésnél, ha nem akadályozzuk meg erősen oxydáló anyaggal, a *P* egy része elvész, a mi az általam alkalmazott eljárásnál ki volt zárva. Az én *P* értékeim tehát nem hasonlíthatók össze feltétlenül WOLFF értékeivel.

Minthogy a zab *Ca* tartalma kisebb, *P* tartalma pedig nagyobb mint a szénáé, az I. kísérletben a lovak sokkal több *Ca*-t és sokkal kevesebb *P*-t kaptak, mint a II. kísérletben; a *Mg* fogyasztás a II. kísérletben csak keveset különbözött. Az

* WOLFF E. Aschenanalysen von land- und forstwirtschaftlichen Producten etc. II. Theil. Berlin, 1880.

I. kísérletben

| | | | | | fogyasztott naponként | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----------------------|-------------|-------------|
| | | | | | <i>P</i> | <i>Ca</i> * | <i>Mg</i> * |
| | | | | | gr-ot | gr-ot | gr ot |
| az 1. ló | ... | ... | ... | ... | 11,74 | 36,38 | 11,23 |
| a 2. ló | ... | ... | ... | ... | 11,74 | 36,72 | 11,33 |

II. kísérletben

| | | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-------|
| az 1. ló | ... | ... | ... | ... | 24,50 | 27,23 | 14,86 |
| a 2. ló | ... | ... | ... | ... | 24,50 | 27,44 | 14,92 |

A *P*, *Ca* és *Mg* kihasználását illetőleg azon tényt kell szemünk előtt tartanunk, hogy, a mint azt Vorr** vizsgálatai óta tudjuk, a bél nyálkahártyája, úgy mint a vese, a vérből *Ca* és *Mg* phosphatokat választ ki, sőt mint NOORDEN*** mondja, a bél a mésznek tulajdonképeni kiválasztó szerve, a vese csak másodsorban jön szóba. A bélsárral tehát nem csak a meg nem «emésztett», hanem a felszívódott és újra kiválasztott *Ca* és *Mg* phosphat is kiürül. Ilyen körülmények között esetleg több *Ca*, *Mg* és *P* ürülhet ki a bélsárral, mint a mennyi a táplálékkal felvétellett.

Az I. kísérletben mindkét ló bélsarával valamivel több *P*-t ürített, mint a mennyit a takarmánnyal fogyasztott. Igaz a különbség a bélsár és a takarmány *P* mennyisége között oly csekély, hogy jóval az analitikai hibák határán belül esik, úgy hogy azt mondhatjuk, hogy a bélsárral annyi *P* ürült ki, mint a mennyit a takarmánnyal elfogyasztott. A II. kísérletben a bélsárban valamivel kevesebb *P* volt, mint a takarmányban, úgy hogy több *P* szívódott fel a bélsatornából, mint a mennyi kiválasztatott. A következő számok mutatják, hogy a két kísérletben a takarmánnyal elfogyasztott *P*, *Ca* és *Mg* hány százaléka ürült ki a bélsárral:

* Itt bele van már számítva az ivóvízzel felvett *Ca* és *Mg*. Ezen alapul a csekély különbség az 1. és 2. ló fogyasztásában mindkét kísérletben.

** Vorr, Hermann Handb. d. Physiologie VI. köt. p. 373.

*** NOORDEN, Lehrb. der Pathologie des Stoffwechsels p. 20.

az I. kísérletben

| | <i>P</i> | <i>Ca</i> | <i>Mg</i> |
|-----------------|----------|-----------|-----------|
| 1. ló — — — — — | 100,8 | 58,8 | 69,5 |
| 2. ló — — — — — | 100,9 | 59,5 | 69,3 |

a II. kísérletben

| | | | |
|-----------------|------|------|------|
| 1. ló — — — — — | 94,2 | 63,3 | 68,0 |
| 2. ló — — — — — | 95,9 | 74,6 | 71,7 |

Ezen számok csak részben egyeznek meg a WOLFF által talált értékekkel. A *P*-t illetőleg egészen megegyeznek, de a *Ca*-ból WOLFF 35,36—42,96%-ot, a *Mg*-ből pedig 59,24 - 61,84%-ot talált meg a bélsárban, tehát kevesebbet mint én. Kísérleteimből tehát az tűnik ki, hogy a lónál is, úgy mint más növényevő állatoknál, a takarmány *Ca*-nak több mint $\frac{2}{3}$ -a, a *Mg*-nak pedig majdnem $\frac{3}{4}$ része ürülhet ki a bélsárral, egészen rendes takarmányozás mellett; kísérleteinkben WOLFFéival megegyezőleg a széna *Ca*-ja jobban használtatott ki, mint a szénából és zabból álló takarmányé, a mi annál feltűnőbb, mert a zab szerves anyaga sokkal jobban emészthető, mint a szénáé.

A vizelet *P*, *Ca* és *Mg* tartalma első sorban ezen anyagok felszívódott mennyiségétől függ. A vizeletet egy-egy kísérletben 2—2 napi cyklusokban gyűjtöttük s így módunkban volt meggyőződni arról, hogy egyenletes táplálkozás mellett ezen elemek, úgy mint a *N* a vizeletben, meglehetősen egyenletes koncentrációban és mennyiségben ürülnek naponta. Miután az 1. ló kevesebb vizet ivott, vizelete is kevesebb volt, a koncentrációja is nagyobb, a nélkül, hogy a kiürített *N*, *P*, *Ca* és *Mg* mennyisége kisebb lenne, mint a 2. lónál. A *P* az első kísérletben igen csekély, de korántsem elhanyagolható mennyiségben ürült ki mindkét ló vizeletével. Az 1. ló átlag naponként 0,06 gr *P*-t ürített, de volt nap, melyen csak 0,04 gr-ot (=0,0008%-a a vizelet súlyának). A 2. ló valamivel többet ürített. A 2. kísérletben a kiürített *P* elég jelentékeny volt, az 1. ló 0,465 gr-ot, a másik 0,792 gr-ot ürített, a mi 2,13 gr illetve 3,63 gr P_2O_5 -nek felel meg. Ez több, mint a mennyit eddig észlelték a ló vizeletében. WOLFF kísérletének csakis egy szakaszában

határozta meg lova vizeletének P tartalmát: 0,88 gr P_2O_5 -t talált; a ló a takarmánnyal akkor 62,79 gr P_2O_5 -t fogyasztott. SALKOWSKI* az általa megvizsgált lóvizelet 24 órai mennyiségében 0,22 gr P_2O_5 -t talált.

A Ca és Mg , mely a vizelettel kiürül, nagyjában megfelel a bélcsatornából felszívódott Ca és Mg mennyiségének. Általában nem oly nagy, mint Ca és Mg dúsabb takarmány mellett. Hogy a vizelettel kiürült Ca és Mg tényleg a bélcsatornából került ki, kitűnik abból, hogy a bélcsatornából felszívódott Ca és Mg közötti arány egészen egyenlő a vizeletben található Ca és Mg közöttivel:

| | a bélcsatornából felszívódott $\frac{Ca}{Mg}$ | a vizelettel kiürült $\frac{Ca}{Mg}$ |
|---------------|--|---|
| 1. kis. 1. ló | 4,38 | 4,31 |
| 1. kis. 2. ló | 4,28 | 4,08 |
| 2. kis. 1. ló | 2,92 | 2,85 |
| 2. kis. 2. ló | 2,08 | 2,14 |

A N , P , Ca és Mg -nak a takarmányban, valamint az ürülekben foglalt mennyiségéből kiszámított napi forgalmat a következő táblázat mutatja: (l. 245. l.)

Kiemelem mindenekeelőtt, hogy e táblázat tanúsága szerint a felsorolt elemek forgalma egy-egy kísérletben a két lóban majdnem teljesen egyformán alakult, úgy hogy a kiderített viszonyok nem az állat individualitásán alapulnak, hanem az állatfaj sajátosságának és az adott kísérleti körülmények következményeinek tekinthetők.

Az I. kísérletben mindkét lónál mutatkozó N deficit kétségtelenül bizonyítja, hogy a táplálék nem tartalmazott elég fehérjét. A tényleges N veszteség azonban mindenesetre még nagyobb a kimutatottnál, mert nem határoztuk meg, hogy a bőr lehámlásával, a verejtékkel, a kihulló szőrrel, a lekopó patával naponként mennyi N -t veszítettek a lovak; ez pedig WOLFF szerint 6—7 gr-ot tesz ki; ezen kívül a bélsár szárításánál is elvész némi N . Ezt

* TEREK nyomán idézve, ELLENBERGER, Vergleichende Physiologie der Haussäugethiere Bd. I. p. 382.

III. táblázat.

A *N*, *P*, *Ca* és *Mg* napi forgalma.

| | N gr | P gr | Ca gr | Mg gr |
|---|---------|---------|----------|----------|
| I. kísérlet. | | | | |
| 1. ló. | | | | |
| Takarmány: 8 kgr széna | 109,28 | 11,74 | 35,40 | 10,97 |
| Víz: 19,6 kgr | — | — | 0,98 | 0,26 |
| Összesen | 109,28 | 11,74 | 36,38 | 11,23 |
| Bélsár | 50,70 | 11,83 | 21,31 | 7,80 |
| Tehát felszívódott | 58,58 | (—0,09) | 15,07 | 3,43 |
| A vizelettel kiürült | 70,39 | 0,06 | 14,38 | 3,34 |
| Egyenleg | —11,81 | —0,15 | +0,69 | +0,09 |
| Átlagos testsúlyváltozás: —5,50 kgr naponkint | | | | |
| 2. ló. | | | | |
| Takarmány: 8 kgr széna | 109,28 | 11,74 | 35,40 | 10,97 |
| Víz: 26,5 kgr | — | — | 1,32 | 0,36 |
| Összesen | 109,28 | 11,74 | 36,72 | 11,33 |
| Bélsár | 52,91 | 11,85 | 21,84 | 7,85 |
| Tehát felszívódott | 56,37 | (—0,11) | 14,88 | 3,48 |
| A vizelettel kiürült | 68,11 | 0,13 | 14,11 | 3,46 |
| Egyenleg | —11,74 | —0,24 | +0,77 | +0,02 |
| Átlagos testsúlyváltozás: —0,63 kgr naponkint | | | | |
| II. kísérlet. | | | | |
| 1. ló. | | | | |
| Takarmány: 5 kgr széna | 92,20 | 8,26 | 20,61 | 10,44 |
| „ 4 kgr zab | 90,88 | 16,24 | 5,74 | 4,18 |
| Víz: 17,3 kgr | — | — | 0,88 | 0,24 |
| Összesen | 183,08 | 24,50 | 27,23 | 14,86 |
| Bélsár | 48,30 | 23,07 | 17,23 | 11,09 |
| Tehát felszívódott | 134,78 | 1,43 | 10,00 | 3,77 |
| A vizelettel kiürült | 102,16 | 0,79 | 8,10 | 3,44 |
| Egyenleg | +32,62 | +0,64 | +1,90 | +0,33 |
| Átlagos testsúlyváltozás: +0,45 kgr naponkint | | | | |
| 2. ló. | | | | |
| Takarmány: 5 kgr széna | 92,20 | 8,26 | 20,61 | 10,44 |
| „ 4 kgr zab | 90,88 | 16,24 | 5,74 | 4,18 |
| Víz: 22,0 kgr | — | — | 1,09 | 0,30 |
| Összesen | 183,08 | 24,50 | 27,44 | 14,92 |
| Bélsár | 53,45 | 23,50 | 18,66 | 10,70 |
| Tehát felszívódott | 129,63 | 1,00 | 8,78 | 4,22 |
| A vizelettel kiürült | 90,65 | 0,47 | 7,69 | 3,59 |
| Egyenleg | +38,98 | +0,53 | +1,09 | +0,63 |
| Átlagos testsúlyváltozás: +0,72 kgr naponkint | | | | |

tekintetbe véve az I. kísérletben a 2. ló átlagos napi N vesztesége körülbelül 19 gr volt, a mi majd 600 gr húsnak felel meg. A 2. ló súlya naponként átlag 630 gr-mal, az 1-sőé 500 gr-mal fogyott. Hogy a testsúlyveszteség a N forgalomból kiszámított húsfogyással ennyire megegyezik, csak véletlennek volt tekinthető, mert a test víz- és zsírállományában beállott változások lényegesen befolyásolják a testsúlyt, úgy hogy a priori el sem várható a két érték megegyezése.

Úgy mint az állatok nem voltak (az I. kísérletben) N egyensúlyban, P egyensúlyban sem voltak. Miután a bélsárral, mint láttuk, ép annyi P ürült ki, mint a mennyi a takarmánnyal el lett fogyasztva, a vizelettel kiürült P csakis a test állományából származhatik. Ez különben a N forgalomból is következik. A 19 gr N deficitnek megfelel majdnem 600 gr húsveszteség. Ha ennyi hús teljesen oxydáltatik, úgy a benne levő P is kiürül. ZUELZER* szerint a lóhúsban 100 gr N -re esik 15,7 gr $P_2O_5=3,43$ gr P . Ezek szerint tehát 19 gr N veszteségnek megfelelne 0,65 gr P veszteség, ha az N veszteség kizárólag húsfogyasztásból származik. A tényleges P veszteség csak 0,15 illetve 0,24 gr volt, mely tehát mindenesetre a húsveszteséggel magyarázható lenne. Hogy a kiszámítottnál kisebb, az talán úgy értelmezhető, hogy a húson kívül P -ben szegényebb szövetek oxydáltattak.

A II. kísérletben az állatok fehérnye-állománya gyarapodott, az egyikben 32,62 gr, a másikban 38,98 gr N maradt vissza. Ha ezekből az értékekből, úgy mint fent, a meg nem határozott N veszteség fejében még mintegy 7 gr-ot levonunk, úgy az 1. lóban körülbelül 25 gr, a 2.-ban körülbelül 30 gr N maradt tényleg vissza, a mi megközelítőleg 750 illetve 900 gr húsnak felel meg. A lovak súlya tényleg naponként 450 illetve 720 gr-mal gyarapodott. Hogy a testsúlygyarapodás a kiszámított húsgyarapodással nem egyenlő, a fent mondottak alapján érthető. Párhuzamosan a N -nel a P forgalom is termelést mutat, az egyik lóban 0,64, a másikban 0,53 gr P rakodott le naponként. A kiszámított húsgyarapodásnak — ZUELZER értékei szerint — nemcsak annyi, hanem

* ZUELZER, Untersuchungen über die Semiologie des Harns. Berlin 1884, p. 47.

jóval nagyobb *P* lerakódás felelne meg, t. i. 0,86 illetve 1.1 gr *P*. Ez is arra látszik utalni, hogy a húson kívül más *P*-ben szegényebb szövetek is képződnek.

*Kísérleteinkből mindenestre látszik, hogy a ló testében a N és P forgalom között bizonyos párhuzamosság létezik.**

A *Ca* és *Mg* forgalomból az tűnik ki, hogy valamennyi kísérletben, bármily *Ca* szegény is volt a takarmány, a felszívódott *Ca* és *Mg* teljesen fedezte a szükségletet, sőt még vissza is maradt valami.

Eltekintve az elkerülhetetlen kísérleti és analitikai hibáktól, melyek a kimutatott *Ca* és *Mg* nyereséget esetleg túlságos nagyra tüntethetik fel, az tényleg nem lehet olyan nagy, mint a milyennek találtuk, mert nem határoztuk meg, hogy a bőrön át, a leváló hámképletekkel mennyi *Ca* vesz el. Alig hiszem azonban, hogy ez jelentékeny lehetne.

Mint érdekes és esetleg nagy jelentőségű tény kísérleteink kiderítették azt, hogy a testben visszamaradt *Ca* mennyisége korántsem arányos a bélsatornából felszívódott *Ca* mennyiségével.

Az I. kísérletben egy-egy lóban középértékben átlag 15 gr *Ca* szívódott fel, de csak 0,7 gr maradt vissza, míg a II. kísérletben 9 gr *Ca* szívódott fel és 1 gr maradt vissza. Valószínűleg összefügg ez a test szerves anyagállományának változásával, talán a húsgyarapodás fokozott *Ca* retentióval jár. Érdemes lenne ezt kísérletekkel tüzetesen megvizsgálni.

Hogy kísérleti állataim *P*, *Ca* és *Mg* forgalmát, illetőleg szükségletét össze lehessen hasonlítani WOLFF E. kísérleteivel s a mennyire ismeretes más felnőtt állatokon végzettekkel, kiszámítottam, hogy 1 kgr testsúlyra számítva a 2 ló takarmányával mennyi *P*, *Ca* és *Mg*-t fogyasztott. E számok a következők:

| | <i>P</i> | <i>Ca</i> | <i>Mg</i> |
|----------------------------|----------|-----------|-----------|
| I. kis. 1. ló — — — — | 0,029 gr | 0,090 gr | 0,028 gr |
| I. kis. 2. ló — — — — | 0,027 " | 0,083 " | 0,026 " |
| II. kis. 1. ló . — — — — | 0,061 " | 0,067 " | 0,037 " |
| II. kis. 2. ló . . — — — — | 0,056 " | 0,063 " | 0,034 " |
| WOLFF lova — — — — | 0,031 " | 0,150 " | 0,051 " |

* KLUG és OLSAVSZKY: Pflüger's Arch. 54. köt.

Heiss* azt találta, hogy felnőtt 3800 gr-os kutya *Ca* egyensúlyban tartható, ha táplálékával 0,03 gr *CaO*-t kap, a mi 1 kgr testsúlyra számítva 0,0078 gr *CaO*-t tesz ki.** Tehát a felnőtt ló *P* szükségletének minimuma (széna takarmánynyal) több mint 0,03 gr (1 kgr testsúlyra); 0,056 gr (széna + zab takarmánynyal) már jelentékeny lerakodást eredményez. Hogy mi a felnőtt ló *Ca* és *Mg* szükségletének minimuma, kísérleteimből nem derül ki, mert már 0,063 gr *Ca* és 0,026 gr *Mg* (1 kgr testsúlyra) is lerakodáshoz vezetett. A minimum tehát mindenesetre ezen értékek alatt van, a melyek jóval alacsonyabbak Wolff E. értékeinél.

Kísérleteimből végre kiderül az is, hogy az ivott víz mennyiségének nincs befolyása sem a *Ca* és *Mg* felszívódására, sem forgalmára. Daczára annak, hogy a 2. ló az első kísérletben naponta átlag 6,9 literrel, azaz 35%-kal, a második kísérletben 4,7 literrel, azaz 27%-kal több vizet ivott, mint az 1. ló, a *Ca* és *Mg* forgalom mégis egyforma volt a két állatban.

* Heiss Zeitschr. für Biologie 12. köt.

** Más kifejlett állaton tudtommal a *Ca* minimumot még nem határozták meg.

A TELJES VÉR ÉS A VÉRSAVÓ LÚGOSSÁGÁNAK INGADOZÁSA ÉP ÉS FERTŐZÖTT ÁLLATOKNÁL, VALAMINT BETEG EMBEREKNÉL.

RIGLER GUSZTÁV-tól.

Az emberi és az állati vér lúgossága, alkalicitása, vagy talán helyesebben savkötő képessége az utóbbi időkben nagyon sok bűvárt foglalkoztatott. Így — hogy csak a pontosabb módszerekkel végzett vizsgálatokat említsem — LÖWY, STEINDLER és LIMBECK, BEREND és PREISICH beteg emberek vérlúgosságát határozták meg; FODOR, CALABRESE, CANTANI junior, DONATH, FODOR és RIGLER ép, fertőzött, toxinnal és antitoxinnal, valamint vaccinokkal oltott állatok vérlúgosságának változásait derítették ki.

Annak daczára, hogy mindezen dolgozatok — köztük kiváltképen a Fodortól származók — sok oldalról világosságot hoztak ezen érdekes és rendkívül fontos kérdésbe, még sem tekinthető az kimerítettnek, végleg megoldottnak.

Ez okból a következők kutatásába kezdtem:

1. *Vajjon a teljes vér épen úgy viselkedik-e lúgossága szempontjából, mint a vérsavó?*

2. *Vajjon a lúgosság változásai úgy folynak-e le az eddig erre még nem vizsgált fertőzéseknel, toxin- és antitoxin stb. kezeléseknél, mint a már vizsgáltaknál?*

3. *Vajjon a fertőzött állatoknál tett idevágó tapasztalatok észlelhetők-e a fertőző betegségekben szenvedő embereknél is?*

4. *Vajjon a vér és a vérsavó lúgosságában kimutatható ingadozások kizárólagos és specifikus sajátságai-e a baktériumok, a toxinok és az antitoxinok hatásának?*

5. *Ép állatok vérében, illetve ebből chemiai uton, tisztán előállított alkotórészek valamelyikében megvan-e azon anyag, a*

*mely az antitoxinok által létrehozott lúgosságemelkedést elő-
idézi?*

★

Minthogy a teljes vér és a vérsavó lúgosságát *egyszerre kellett ugyanazon állatnál tanulmányoznom*, új és olyan módszer után kutattam, a mely megközelíti vagy el is éri a pontosság azon fokát, a melyet a Fodor-féle titrálási mód a vérsavó lúgosságának vizsgálatánál felmutat. Az irodalomban közölt, és számra 10-et meghaladó módszerek egyikét sem használtam, mert vagy nem tartottam őket elég pontosaknak (mint a Löwy-, Tauszk- és Limbeck-félet), vagy nem alkalmazhattam azért, mert ha a vérsavónál igen pontos is volt az eredmény (mint a Fodor-félenél), a teljes vérnél meggátolta a reactio létrejöttét a takaré vérfesteny, a haemoglobin.

Az alkalmas titrálási mód megtalálására sok kísérletet tettem egyrészt melegben elillanó savakkal, másrészt a jodometriával is, de eredmény nélkül. Végre arra a gondolatra jöttem, nem lehetne-e a teljes vér zavaró vörös színét kirekeszteni a titrálás előtt oly módon, hogy azért a lúgosság, illetve a savkötő képesség ne szenvedjen.

A sok megpróbált szer közül az abszolút alkoholban megtaláltam azt, a mit kerestem; alkohollal egyformán kezelem a teljes vért és a vérsavót, majd mindkettőt Fodor szerint megtitrálom. Eljárásom röviden a következő:

Állatoknál (nyulaknál) a vena jugularisból, embereknél az alkar visszereinek valamelyikéből 4-5 cm³ vért veszek. Ennek $\frac{3}{4}$ részéből elektromos centrifuggal vztiszta savót készítek, a melyet, valamint a vérnek fenmaradt $\frac{1}{4}$ részét azon frissiben olyan kauscuk-dugós, pontosan lemért üvegbe bocsátom, a melyben 10 cm³ neutrális abszolút alkohol van. Az üvegek ismételt lemérésével megtudom a titrálendő vér, illetve vérsavó mennyiségét. Az alkohol és vér, illetve vérsavó keverékét, a mely az előbbinél finom, pehelyszerű, barna-vörös, az utóbbinál fehér csapadéktól zavaros, $\frac{1}{2}$ óráig állani hagyom, majd 10 cm³ neutrális destillált vizet adok hozzájuk és ismételt $\frac{1}{2}$ órai állás után titrálásukhoz fogok, a melyhez $\frac{1}{50}$ normál H_2SO_4 -et használok. Ezt úgy ejtem meg, hogy a savval kezelt folyadékból pár cseppet egyik végén hajsza-

vékonyra kihuzott olyan üvegcsőbe bocsátok, a melyeknek szűkülő részébe szoritott kevés és tiszta üveggyapot visszatartja a csapadékot. A hajszálas részbe lecsurgó tiszta és szintelen folyadékot most Fodor szerint érzékeny kék és vörös lakmus-papiron kémlelem, míg a végső reactio beáll.

Hogy a vérsavónak eredeti és titrálással kimutatott lúgosságán ez az eljárás tényleg nem változtat, azt úgy bizonyítottam be, hogy 10 ép állat véreből készített vérsavót az eredeti Fodor-féle módszerrel is, meg annak ezen módosításával is megtittráltam. Az eredmények igen jól megegyeznek, s így jogosan következtetém, hogy módszerem a valódi lúgosságot mutatja ki a vérsavónál és így bizonyára a vérnél is. Hogy pedig a titrálás érzékeny, azt úgy bizonyítottam be, hogy 19 ép állat friss véreből 1—6 cm³-ig terjedő mennyiséget titráltam külön-külön minden állatnál. Az 1 cm³ vérre átszámított eredmények igen jól fedik egymást, a mennyiben a végzett 50 controll-titrálásnál a *maximalis differentia* 0.06 cm³ $\frac{1}{50}$ n/H₂SO₄-gyel, illetve a lúgosság 1.47%-ával volt egyenlő.

Az érzékenység számításom szerint 1/20,000 normál savnak felel meg. Az egyszer megtittrált (sőt túltittrált) vér vagy vérsavó végső reakcióját 2×24 óra múlva sem változtatta meg, jeléül annak, hogy a módszer a titrálás végén az összes savkötő anyagokat kimutatta.

Ezen módszerrel 12 fajhoz tartozó 300 darab állaton és 23 ember vérén végeztem kísérleteket. Titrálásaimnak száma meghaladja a 2000-et.

Ép állatokon végzett vizsgálataimnak az az eredménye, *hogy az állatok súlya (kora) és faja nem mutat befolyást sem a teljes vér, sem a vérsavó lúgosságára, sem arra, hogy a teljes vér alkalicitásának hány százalékát foglalja le a maga számára a vérsavó. Az ép állat teljes vére mindenkor sokkal lúgosabb, vagy helyesebben mondva, sokkal több savat képes megkötni, mint ugyanazon állat vérsavója.*

A Fodor által először kimutatott és CALABRESE, CANTANI és mások által megerősített azon tényt, hogy ép és egyforma körülmények között élő állatok vére több napon, sőt egy héten át is csak igen kicsiny fokú ingadozásokat mutat, az én titrálási módommal szintén megerősítem.

A fertőző mikroorganizmusok közül 11-nek hatását vizsgáltam a vér lúgosságára való tekintetből, ú. m. az *anthraxét*, a *sértésorbánczét*, a *sértésvészét*, a *sértéspestisét*, a *cholerdét*, a *typhusét*, a *diphtheriáét*, a *staphylococcusét* és *streptococcusét*, a *pneumoniáét* és a *tuberculosisét* és pedig mindenikét 6–6 napon. Vizsgálataimból kitűnik, hogy

1. a vizsgált 11-féle fertőző mikroorganizmus az összes kísérleti állatoknál — egyet sem véve ki a 63-ból — állandóan és következetesen esést idézett elő úgy a teljes vér, mint a vérsavó lúgosságában.

2. Ez az esés legnagyobb a halálos fertőzést okozó mikrobáknál, bár ezek közül nem a leggyorsabban élő *antraxnál*, hanem a leglassabban pusztító *tuberculosisnál* volt az absolute és relative is legalacsonyabb érték található.

3. Ha a fertőzést az állat kiállja, ha azt leküzdeni képes, a lúgosság esését kisebb vagy nagyobb emelkedés követi úgy, hogy a teljes vér és a vérsavó lúgossága gyorsabban vagy lassabban megközelíti azt a fokot, a melyen az ép állatban, közvetlenül a fertőzés előtt állott.

Ezen eredményeim lényegükben megegyeznek azokkal, a melyeket FODOR ilyen vizsgálatainál talált.

★

A bakterium-mérgek által az állatok vérének és savójának lúgosságában létrejövő ingadozások kutatása képezte vizsgálataimnak további tárgyát.

A bakterium-mérgek közül a *diphtheria-toxint*, a *malleint*, a régi *tuberculint*, az új- vagy *R-tuberculint* és a Landmann-féle legújabb *tuberculint* vizsgáltam.

Az eredmény a következő:

1. A vizsgált bakterium-mérgek a vér és a vérsavó lúgosságára egészben véve úgy hatnak, mint a bakteriumok maguk.

2. Kivétel nélkül valamennyi vizsgált bakterium-méreg csökkentette a lúgosságot.

3. Ha a mérgezés halálos, a csökkenés folytonos és nagyfokú a halálig; ha ellenben az állat azt kiállja, a kezdeti csökkenést emelkedés követi, a mely oly erős is lehet, hogy a vér és

és a vérsavó lúgossága a nyolczadik napon nagyobb fokot ér el, mint a műlyenen az oltás előtt állott.

*

Ezek után annak kutatásához fogtam, vajjon az állati szervezetnek a fertőzésre és a bakterium-mérgekre beálló ezen *reactiója specifikus-e vagy nem?*

Ezen kutatások megejtésére az előttem vizsgálók közül főleg FODORNAK ismeretes véleménye, majd pedig az adott impulsust, hogy egy embernél hosszasan lefolyó phosphor-mérgezésnél rendkívül alacsony értéket találtam úgy a vér, mint a vérsavó lúgosságában. Vizsgáltam tehát, hogy a *nem bakteriumos eredetű organikus és anorganikus mérgek* miként hatnak a vérlúgosságra. Kutatásaim körébe vontam az anorganikusok közül a *phosphort és a chlórsavas kálit*, az organikusok közül pedig a *pikrinsavat, cpesavat, atropint, pilocarpint*, s e két utóbbit együttesen.

A vizsgálatok eredménye az, hogy

1. *a vizsgált halféle mérgezésre az állati szervezet szintén a lúgosság csökkenésével felel, és hogy*

2. *ez a csökkenés a halálos mérgeadagnál nagy és tart a halálig, a kisebbnél kisebb, s az esésre bizonyos idő múlva emelkedés következik.*

Ezek alapján joggal mondhatom, hogy az organikus és anorganikus mérgek a vér-lúgosságra — a mi főleg az esést illeti — úgy hatnak, mint a bakteriumok vagy ezek mérgei és hogy ennél fogva *nincs kellő alap annak felvételére, hogy az élő szervezet — a mi a vér és a vérsavó lúgosságát illeti — a bakteriumok és mérgeik által okozott betegségeknel specifikusan reagálna.*

*

További vizsgálataimban a lúgosság azon ingadozásait kutattam, a melyek a *diphtheria antitoxinra*, továbbá a PASTEUR-CHAMBERLAND-féle *anthrax és sertésorbáncz vaccinra* a kísérleti állatoknál beállanak.

Eredményeim azonosak azokkal, a melyeket FODOR és RIGLER dolgozata ez irányban felmutatott, vagyis:

1. *A diphtheria-antitoxin, valamint a Pasteur-Chamberland-féle anthrax és sertésorbáncz vaccin emeli úgy a teljes vér, mint a vérsavó lúgosságát.*

2. Az emelkedés nem megy párhuzamosan a befecskendett anyag mennyiségével.

3. Az antitoxinra bedílt lúgosságemelkedés gyors, nagy fokú, de nem tartós; a vaccinokra létrejött emelkedés lassú, kisebb fokú, de tartós. *

A diphtheria-antitoxinnak, mint állati vérsavónak az eddigi összes vizsgálók által a vérlúgosságra talált emelő hatása arra készítetett, hogy különféle fajú ép állat vérsavójának hatását is vizsgáljam ép nyulak vérének lúgosságára. Tettem ezt annál inkább, mert CANTANI junior dolgozatának kivételével az előttem ismert közlésekben ilyféle vizsgálatokat nem találtam és mert PERTIK tanár is igen fontosnak tartja a serum-therapia szempontjából az ép állati vérsavónak az emberi vére gyakorolt hatását tanulmányozni, miként a glasgowi pestis-járványról tartott előadásából is kitűnik.

Ezen célból kilencz különféle ép állat — nyúl, ló, ökör, juh, sertés, kutya, macska, tyúk és galamb — frissen készített vérsavóját fecskendeztem különböző adagokban ép nyulak bőre alá és azután megvizsgáltam ezen nyulak vérének lúgosságát. Az eredmény az volt, hogy ép nyulak teljes vérének és vérsavójának lúgosságában a felsorolt állatoktól származó friss vérsavónak bőr alá fecskendezésére nem állanak be sem oly irányú, sem olyan fokú ingadozások, a minőket a diphthera antitoxinnál állandóan tapasztalni lehet. *

A friss állati vérsavó befecskendésénél nyert ezen negatív eredmények azonban szerintem nem zárták még ki teljesen annak lehetőségét, hogy az ép állatok vérében ne lehessen benne a lúgosság emelkedését más ép állatnál előidéző anyag. Elég, ha feltételezzük, hogy az csak igen kicsiny mennyiségben van az ép vérben jelen, s így megfelelően igen kicsiny hatását a mai vizsgálati módszerek kimutatni nem képesek.

Ezért olyan kísérlet-sorozatba kezdtem, a melynél az állati vérből előállított organikus és anorganikus anyagokat külön-külön fecskendeztem a nyulak bőre alá. Így kipróbáltam a friss ökörvér hamujából készített oldatnak, valamint az ezzel készített organikus véralkatrészek oldatainak hatását a nyulak vérlúgossá-

gára. Az organikus véralkatrészeket száraz állapotban, megbízható gyáráktól szereztem be. Így tanulmányoztam a zsírtalanított és a nem zsírtalanított serum-albumin, a serum-globulin, a fibrin, a lecithin, a kreatin, a haemoglobin, a cholesterin, a huygsav, a huygany és a carbaminsavas ammonium hatását.

Vizsgálataim eredménye a következőkben foglalható össze :

A normalis állati vérnek sem anorganikus sói, sem az ezek oldatában bőr alá adott fontosabb, 12 féle organikus alkotó részei nem gyakorolnak a velük kezelt állatok vérének és vérsavójának lúgosságára észrevehető irányban és intenzitásban emelő hatást. Az organikus alkotórészek közül egyesek meg éppen csökkentik is a velük kezelt állatok vérének alkalicitását.

*

Kiegészítik az eddig elmondottakat azon vizsgálataim, a melyeket 23, részben fertőző és lázas, részben nem fertőző és láztalan betegségben szenvedő emberek vérének lúgosságára vonatkozólag végeztem.

Mindenekelőtt megjegyzem, hogy Löwy és LIMBECK újabb vizsgálati eredményei ellentétben állanak azon eredményekkel, melyeket Fodor és mások, valamint magam is állatkísérleteknél, egyéb szerzők pedig embereknél is találtak a vér lúgosságának szabályszerű ingadozása tekintetében. Én azonban hibásnak tekintem az alapot, a melyből főleg LIMBECK kiindul. Ő ugyanis egy-egy betegről egyszer-egyszer vett vér, illetve vérsavó vizsgálatánál nyert eredményből azt következteti, hogy lázas (főleg fertőző) bajban szenvedő embereknél a vérlúgosság csökkenése nem mondható szabályosan beálló tünetnyennek. Hibásnak pedig azért tekintem az alapot, mert láttuk, hogy az ép állati szervezetek között is mily nagy a különbség az egyik és másik vérének és vérsavójának lúgossága között. De hiba csúszott be LIMBECK következtetésébe azzal is, hogy az ő, főleg a vér anorganikus lúgos sóit kimutató titrálásából az egész vér lúgosságára von következtetést.

Bebizonyíthatom ezt azzal, hogy ha az én adataimból — melyek tényleg az egész alkalicitást mutatják — LIMBECK szerint, tehát hibásan (csupán 1—1 vizsgálatból) állítom is össze a táblázatot, nem arra az eredményre jutunk, mint LIMBECK, hanem arra, hogy

1. a nem lázas betegekénél az alkalicitásnak úgy a maximuma, mint a minimuma, valamint a középértéke is jóval nagyobb, mint a lázasaknál, és

2. a helyesen végzett vizsgálatokból összeállított táblázatokból és rajzokból világosan kitűnik, hogy a fertőzésre az ember vérének és vérsavójának lúgosságában is szabályszerűen esés áll be, a mely esés a gyógyulásnál emelkedésnek ad helyet; vagyis az ember vére csak úgy viselkedik e tekintetben, mint az állatoké.

Mindezek és az irodalom adatai alapján azon végső következtetésre jutok, hogy :

Az emberi és állati szervezet a vér és vérsavó lúgosságának csökkenésével szabályosan, de nem kizárólag a fertőző (és a lázas) betegségekre reagál, hanem sok más támadásra is.

Épen ezért ezt a vérreactiót nem is vehetni a fertőző betegségek specifikus jelének, hanem csak olyanak, a mely szabályosan mutatja azt, hogy a szervezetet valami betegség megtámadta. Ha a támadásban az ellenség erősebb, a csökkenés folytonos és tart a halálig; ha a támadást a szervezet leküzdi, az esést emelkedés váltja fel.

A mint nem specifikus a megbetegedésnél a lúgosság esése, úgy nem specifikus a lúgosság emelkedése sem, állott légyen az be akár a támadást leküzdött szervezet saját erejéből, akár annak vagy az ép szervezetnek antitoxinnal vagy vaccinnal való izgatása, segítése útján.

Mint ilyen általános és szabályos reactionnak nem csupán theoretikus, de praktikus értéke is van.

Mindezzel azonban egyáltalán nem akarom azt mondani, hogy a lúgosságot okozó anyag azonos a szervezetet a bakteriумoktól, illetve ezek mérgeitől megvédelmező anyaggal. Ezért kísérleteim sem bizonyítanak sem pro, sem contra az utóbbiak specifikus voltát illetőleg, mert tudom, hogy ugyanazon okozatnak nem csupán egyféle alkalmi oka lehet.

A HŐMÉRSÉKLET BEFOLYÁSA A BRÓM ÉS AETHYLALKOHOL EGYMÁSRA HATÁSÁNAK SEBESSÉGÉRE.

BUGARSZKY ISTVÁN 1. tagtól.

Ezen Értesítő XIX. kötetének 2. füzetében megjelent dolgozatomban kimutattam, hogy mikor a bróm az aethylalkohol nagy feleslegére hat, ezen hatás időbeli befolyását a következő differenciálegyenlet fejezi ki :

$$-\frac{dT}{dt} = k [\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2}T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K - \frac{3}{2}T)], \quad \text{I)}$$

hol T a bróm concentratióját jelenti (a normáltartalom által kifejezve), t a folyó idő, Σ a brómhydrogen és brómtiter összege (ugyancsak a normáltartalom által kifejezve) s végül a k és K két, a *temperaturától* és a *reactióközeg természetétől függő* állandó, és pedig az első, a k a bróm alkoholra való hatásának *sebesség-állandó*-ja, K meg a hydrogentribromidnek *dissociatio*- vagy *egyensúlyállandó*-ja.

Jelen dolgozatomnak tárgyát a *hőmérséklet-befolyás* tanulmánya képezi, míg a *közeg természete* befolyásának vizsgálatára egy későbbi dolgozatomban fogok kiterjeszkedni.

A hőmérséklet-befolyás megállapítása céljából 0, 10, 20 és 30° C-nál végeztem új méréseket. A közeg, melyben a bróm mind ezen esetekben az alkoholra hatott, ugyanaz volt, mint első közleményemben közölt méréseimmél, t. i. $\frac{4}{5}$ térf. abs. alkohol és $\frac{1}{5}$ térf. víz összeelegyítése által készült.

Azon célból, hogy a k és K értéket ezeken a különböző hő-

mérsékleteken meghatározom, minden hőmérsékleten 4 mérés-sorozatot végeztem. E végből ugyanis az átalakulás időbeli befolyását legelőször is igen nagy hígítás mellett (brómhydrogen hozzáadása nélkül), t. i. mintegy $1/1000$ -n. brómoldatban tanulmányoztam. A második mérés-sorozatnál a bróm ca $1/100$ -n. oldatban a brómhydrogennek aránylag nagy feleslege, t. i. az utóbbinak mintegy $1/2$ -normáltartalma mellett hatott az alkoholra. Egy harmadik kísérletsorozatban a bróm ca. $1/100$ -, s végül egy negyedikben ca. $1/50$ -n. oldatban hatott, mindkét utóbbi esetben brómhydrogen hozzáadása nélkül. Az első ízben végzett mérés-sorozathoz 500, a másik háromhoz 100 k. cz.-nyi reactioelegyet készítettem, a következő folyadékokat elegyítve össze egymással a kellő arányban: abs. alkoholt, vizet, ca. $1/10$ -n. brómvizet és (esetleg) ca. 5-n. vizes brómhydrogenoldatot. Az első mérés-sorozatnál felírt időközökben gyorsan folyó pipettákból — a kifolyási időtartam miatt szükséges correctiót a szokásos módon alkalmazva — 50 k. cz.-nyi részleteket bocsájtottam 2 k. cz. ca. $1/10$ -n. jódkáliumoldatba, majd (az első közleményben említett oknál fogva) a nélkül, hogy indicatorként a keményítőt használtam volna és *sietve* a kiválott jódot $1/200$ -n. thiosulfat-oldattal megtráltam. A másik három mérés-sorozatnál, melyeknél a reactioelegy eredeti térfogata 100 k. cz. volt, 10 k. cz.-nyi részleteket eresztettem 5 k. cz. $1/10$ -n. jódkáliumoldatból és 40 k. cz. vízből készített elegybe, melyhez a második mérés-sorozatnál (a brómhydrogén közömbösítése céljából) 5 k. cz. n -kaliumbicarbonat-oldatot is kevertem, s azután, a keményítőt indicatorul használva, $1/200$ -n. thiosulfáttal a kiválott jódot megtráltam. A brómhydrogén és brómtiter összegét, Σ -t minden mérés-sorozatnál $1/20$ -n. ezüstnitráttal való titrálás útján (Volhard szerint) határoztam meg, miután meggyőződtem, hogy a reactio practice befejeződött, vagyis hogy az összes bróm átalakult.

Az I. alatti differenciálegyenlet határozott integralja:

$$k = \frac{1}{t-t_0} \cdot \left[\frac{\Sigma+K}{K} \text{l.} \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+^{2/3}K}{K} \text{l.} \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+^{2/3}K}{3 \left(c_0 + \frac{K}{3} \right)} \cdot \frac{c_0-c}{c + \frac{K}{3}} \right], \quad \text{II,}$$

melyben

$$c = \frac{\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2}T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K - \frac{3}{2}T)}{2}, \quad a)$$

míg

$$c_0 = \frac{\sqrt{(\Sigma + K - \frac{3}{2}T_0)^2 + 2KT_0} - (\Sigma + K - \frac{3}{2}T_0)}{2}, \quad b)$$

a hol T_0 a t_0 , T a t időpillanatban talált brómtitert fejezi ki (elfogadott egység: grammæquivalensek száma literenként), míg c és c_0 (mint első közleményemben kifejtettem) a brómhydrogenhez nem kötött, *activ* bróm-molekulák (Br_2 -molekulák) concentratióját (a gramm-molekulák számát literenként) jelenti t , illetőleg t_0 időpillanatban, vagyis az időszámítás kezdetén.

Már az első közleményben is hasznát vettem azon 2 egyszerű alaknak, melyet a II alatti egyenlet bizonyos szélső esetekben felvesz, s ez a körülmény szolgál egyúttal magyarázatául annak is, hogy a k és K állandók értékének meghatározására miért követtem a fentiekben röviden vázolt eljárást. Az $a)$ helyett ugyanis írhatjuk:

$$c(c + \Sigma + K - \frac{3}{2}T) = \frac{KT}{2}, \quad a')$$

miből kitetszik, hogy igen nagy hígításnál, melyet az I. mérés-sorozatnál alkalmaztam, a c , Σ , és $\frac{3}{2}T$ (igen kicsinyek lévén), mint hozzáadandók a K mellett (legalább megközelítéssel) elhanyagolhatók, s így hogy áll:

$$c = \frac{T}{2};$$

ugyanekkor, mint könnyen belátható, a II. alatti egyenlet jobb oldalán álló második és harmadik tag igen kis értékre zsugorodik össze, úgy hogy ekkor a II alatti egyenlet helyett (megközelítéssel) egyszerűen írható

$$k = \frac{1}{t - t_0} \cdot \text{l.} \frac{T_0}{T}$$

vagy

$$k' = 0.4343k = \frac{1}{t - t_0} \cdot \log \frac{T_0}{T}, \quad 1)$$

hol \log a Brigg's-féle logarithmust jelenti. Azon esetben pedig, ha a Σ -t igen nagyra tesszük azáltal, hogy a bróm hozzáadása előtt a brómhydrogen nagy feleslegét visszük oldatba, mint én ezt a második mérés-sorozatnál tettem, $a')$ -ból lesz

$$c = \frac{KT}{2\Sigma},$$

II-ből pedig

$$k' = 0.4343 k = \frac{\Sigma}{K} \cdot \frac{1}{t-t_0} \cdot \log \frac{T_0}{T}$$

s így

$$K = \frac{\Sigma}{k'} \cdot \frac{1}{t-t_0} \log \frac{T_0}{T}. \quad 2)$$

Az első mérés-sorozatnál tehát az 1) egyenlet alkalmazásával megkapjuk a *sebesség-állandó közelítő értéket* (k'), ennek ismerete alapján meg a 2-ik mérés-sorozat adatainak felhasználásával 2) segítségével az *egyensúly-állandó közelítő értéket* (K_1) nyerjük. Az utóbbit ismerve, a sebesség-állandó pontosabb értékéhez jutunk, ha újból értékesítve az I. mérés-sorozat kísérleti adatait, a II. egyenlet szerint végezzük a számítást; a sebesség-állandónak ezen új értékéből, a 2) alatti egyenlet szerint másodszor végezve a számítást, az egyensúly-állandónak olyan pontosabb (K_2) értékét nyerjük, a melylyel ha a II., pontos egyenletben előirt számításokat végezzük, olyan k -értékhez jutunk, melylyel az egyensúly-állandónak végleg elfogadható értéket (K) nyerjük, ha harmadszor is a 2) szerint végezzük a számítást. Másfelől mint végleges sebesség-állandó-értéket azt fogadtam el, melyet úgy nyertem, hogy a III. és IV. mérés-sorozat adataiból a II. egyenlet szerint kiszámított sebesség-állandó-értékekből és az első mérés-sorozatnál nyert k -értékekből a középértéket vettem.

I. Kísérletek 0° C-nál. 0° -os állandó temperaturát olvadó jég alkalmazása által értem el, mely bő mennyiségben állott rendelkezésemre, minthogy az idevonatkozó méréseket a téli hónapokban (1901 január és február havában) végeztem. Thermostat-képen nagy, circa 40 literes, és apró, olvadó jégdarabokkal megtöltött bádgedényt használtam, mely tulajdonképeni fenekén

kívül még átluggatott ál-fenékkel is el volt látva azon czélból, hogy nyílásain a jég olvadása folytán képződött víz lecesepeghesen. Az ál-fenék alatti rész a fazék térfogatának circa $\frac{1}{4}$ részét tette ki, s innen a meggyülő vizet időnként kibocsájtottam. Magának a (fűtetlen) helyiségnek hőmérséklete, melyben ezen thermostat állott, 5—8° C között ingadozott s ez által el lehetett érni, hogy kevés fáradsággal, t. i. naponkint az elolvadt jeget csak kétszer pótolva s ugyanennyiszor a vizet kibocsátva, heteken át állandóan 0° C-szal egyenlő temperatura állott rendelkezésemre.

0°-nál végzett első és második mérés-sorozatomban eredményei a következő két táblázatban láthatók összeállítva. Ezen táblákban t a hatás kezdete óta, $t-t_0$ az első titrálás óta lefolyt időt jelenti *percekben*, T_0 a brómtitert (grammæquivalensek számában literenként) t_0 , T ugyanazt t időpillanatban fejezi ki, s végül Σ a brómhydrogen és a brómtiter összegét jelenti ugyancsak a normáltartalom által kifejezve.

| $t-t_0$ | T | $\frac{1}{t-t_0} \cdot \log \frac{T_0}{T} = 0.4343 k$ |
|--|----------|---|
| $\Sigma=0.000940$ I. táblázat. $t_0=1$ | | |
| 0 | 0.000925 | — |
| 16 | 828 | 0.00300 |
| 75 | 580 | 270 |
| 150 | 382 | 263 |
| 220 | 252 | 256 |
| 315 | 150 | 251 |
| 415 | 0.000095 | 0.00238 |
| középérték 0.00263 | | |
| $\Sigma=0.529$ II. táblázat. $t_0=10$ | | |
| 0 | 0.00995 | — |
| 4320 | 894 | 0.0000109 |
| 5760 | 864 | 111 |
| 7200 | 829 | 114 |
| 8640 | 799 | 114 |
| 11520 | 745 | 116 |
| 20160 | 0.00582 | 0.0000115 |
| középérték 0.0000113 | | |

Az egyensúly-állandónak első közelítő értéke, K_1 tehát

$$K_1 = \frac{0.0000113 \cdot 0.53}{0.00263} = 0.00228;$$

ennek, s az I. tábla következő összetartozó adatainak felhasználásával :

$$\Sigma = 0.000940$$

| $t-t_0$ | T |
|---------|----------|
| 0 | 0.000925 |
| 150 | 0.000382 |

a sebesség-állandóra vonatkozólag a II. alatti egyenlet segítségével a következő értéket nyerjük :

$$k = 0.00684,$$

miből az egyensúlyállandónak következő pontosabb értéke következik :

$$K_2 = \frac{0.0000113 \cdot 0.529}{0.4343 \cdot 0.00684} = 0.00201.$$

Az utóbbi érték alapján s ha az I. táblázat első és második rovatának adatait újból értékesítjük, de már a II. alatti pontos egyenlet szerint végezve a számítást, a következő táblázatban látható értékekhez jutunk :

$\Sigma=0.000940$

III. táblázat.

 $t_0=1$

| $t-t_0$ | T | c $=\frac{1}{2}[V(\Sigma+K^{-3/2}T)^2+2KT--(\Sigma+K^{-3/2}T)]$ | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1. \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+^{2/3}K}{K} \cdot 1. \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+^{2/3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $=\frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1. \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+^{2/3}K}{K} \cdot 1. \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+^{2/3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|---------|----------|--|---|---|---|--|
| 0 | 0.000925 | 0.000459 | — | — | — | — |
| 16 | 828 | 395 | 0.2202 | 0.0662 | 0.0404 | 0.00710 |
| 75 | 580 | 250 | 0.8933 | 0.2322 | 0.1529 | 676 |
| 150 | 382 | 152 | 1.624 | 0.360 | 0.251 | 674 |
| 220 | 252 | 95 | 2.314 | 0.442 | 0.320 | 705 |
| 315 | 150 | 545 | 3.130 | 0.504 | 0.368 | 716 |
| 415 | 0.000095 | 0.0000335 | 3.844 | 0.537 | 0.399 | 0.00702 |
| | | | | | | középérték 0.00697 |

Az egyensúly-állandónak végleg elfogadható értéke tehát 0° C-nál

$$K = \frac{0.000113 \cdot 0.529}{0.4343 \cdot 0.00697} = 0.00198.$$

0°-nál $1/100$ -, illetőleg $1/50$ -n. kezdeti brómconcentratio mellett végzett méréseimnek adatai a következő két táblában láthatók összeállítva.

| | | | | | | |
|-------------------|----------|---|--|--|---|--|
| $t-t_0$ | T | $c = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\Sigma + K^{-3/2} T)^2 + 2 K T} - (\Sigma + K^{-3/2} T) \right]$ | $\frac{\Sigma + K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{K} \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{3(c_0 + \frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}}$ | $k = \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma + K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{K} \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{3(c_0 + \frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}} \right]$ |
| $\Sigma=0.000992$ | | | IV. táblázat. | | | $t_0=5$ |
| 0 | 0.00966 | 0.00465 | — | — | — | — |
| 40 | 764 | 254 | 3.636 | 2.872 | 0.465 | 0.00747 |
| 90 | 637 | 160 | 6.417 | 4.846 | 0.953 | 687 |
| 140 | 552 | 115 | 8.415 | 6.120 | 1.368 | 662 |
| 271 | 405 | 62 | 12.097 | 8.074 | 2.223 | 661 |
| 385 | 319 | 42 | 14.478 | 9.039 | 2.765 | 694 |
| 1332 | 0.000865 | 0.00081 | 24.348 | 11.178 | 4.354 | 0.00662 |
| középérték | | | | | | 0.00685 |
| $\Sigma=0.002030$ | | | V. táblázat. | | | $t_0=3$ |
| 0 | 0.02007 | 0.00985 | — | — | — | — |
| 40 | 1605 | 498 | 7.670 | 6.797 | 0.592 | 0.00700 |
| 70 | 1437 | 343 | 11.869 | 10.307 | 1.076 | 694 |
| 160 | 1137 | 164 | 20.177 | 16.594 | 2.563 | 642 |
| 262 | 950 | 104 | 25.337 | 16.893 | 3.550 | 725 |
| 1245 | 355 | 205 | 43.081 | 27.270 | 7.640 | 655 |
| 1605 | 267 | 143 | 47.592 | 28.086 | 8.290 | 699 |
| 2850 | 0.00109 | 0.000053 | 59.011 | 29.394 | 9.430 | 0.00708 |
| középérték | | | | | | 0.00689 |

A III—V. táblában közölt mérések tehát a sebesség-állandóra vonatkozólag a következő értékeket szolgáltatják:

$$\begin{aligned} &0.00697, \\ &0.00685, \\ &0.00689, \end{aligned}$$

s így a sebesség-állandónak végleg elfogadható értéke — az előbbi 3 értékből a középértéket véve — 0° C-nál :

$$k = 0.00690.$$

II. Kísérletek 10° C-nál . Állandó hőmérsékletet OSTWALD-féle thermostat alkalmazása által értem el, mely $4\text{--}8^\circ$ -os szobában állott; a thermostat kavaró-készülékét kis gázmotor tartotta mozgásban. A hőmérő, melynek segítségével úgy ezen, mint a többi, ezen dolgozatban közölt kísérleteknél a hőmérséklet beállítása történt, a berlini physikai intézet által volt helyességére megvizsgálva. Először ca. $\frac{1}{1000}$ -n. brómdatban (HBr hozzáadása nélkül), majd a brómhydrogen nagy feleslegének jelenlétében végeztem méréseket; kísérleteimnek eredményei a következő 2 táblában láthatók összeállítva:

| $t-t_0$ | T | $\frac{1}{t-t_0} \cdot \log \frac{T_0}{T} = 0.4343 k$ |
|---|----------|---|
| $\Sigma=0.000975$ VI. táblázat. $t_0=2$ | | |
| 0 | 0.000945 | — |
| 20 | 642 | 0.0084 |
| 30 | 545 | 80 |
| 40 | 440 | 83 |
| 60 | 315 | 84 |
| 80 | 210 | 82 |
| 100 | 0.000145 | 0.0081 |
| középérték | | 0.0082 |
| $\Sigma=0.525$ VII. táblázat. $t_0=10$ | | |
| 0 | 0.01005 | — |
| 1440 | 845 | 0.0000523 |
| 2880 | 715 | 513 |
| 4320 | 594 | 528 |
| 5760 | 500 | 526 |
| 7200 | 412 | 538 |
| 8640 | 344 | 538 |
| 12960 | 0.00195 | 0.0000547 |
| középérték | | 0.0000530 |

Az egyensúly-állandónak közelítő értéke ezen adatok alapján

$$K_1 = \frac{0.000053 \cdot 0.525}{0.0082} = 0.0034;$$

ezen érték felhasználásával s a VI. táblának következő összetartozó adataiból:

$$\Sigma = 0.000975$$

| $t-t_0$ | T |
|---------|-----------|
| 0 | 0.000945 |
| 40 | 0.000440, |

a sebesség-állandónak ezen értéke következik:

$$k = 0.0208,$$

s így

$$K_2 = \frac{0.000053 \cdot 0.525}{0.4343 \cdot 0.0208} = 0.00308.$$

Ezen érték felhasználásával s a VI. tábla adatait újból értékesítve, a sebesség-állandóra vonatkozólag a következő értékeket nyerjük:

$$\Sigma=0.000975$$

VIII. táblázat.

$$t_0=2$$

| $t-t_0$ | T | c $=\frac{1}{2}[\sqrt{(\Sigma+K^{-3/2}T)^2+2KT}-$ $-(\Sigma+K^{-3/2}T)]$ | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+^{2/3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+^{2/3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $=\frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+^{2/3}K}{K} \cdot 1 \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+^{2/3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|---------|----------|--|--|--|---|--|
| 0 | 0.000945 | 0.000467 | — | — | — | — |
| 20 | 642 | 292 | 0.620 | 0.122 | 0.089 | 0.0205 |
| 30 | 545 | 241 | 0.872 | 0.160 | 0.120 | 0.0196 |
| 40 | 440 | 189 | 1.192 | 0.201 | 0.153 | 0.0209 |
| 60 | 315 | 131 | 1.680 | 0.250 | 0.191 | 0.0206 |
| 80 | 210 | 84 | 2.252 | 0.289 | 0.232 | 0.0216 |
| 100 | 0.000145 | 0.000062 | 2.660 | 0.309 | 0.250 | 0.0210 |
| | | | | | | középérték 0.0207 |

Az egyensúly-állandónak végleg elfogadható értéke tehát 10° C-nál

$$K = \frac{0.000058 \times 0.525}{0.43430 \times 0.207} = 0.00309.$$

Ugyanezen a hőmérsékleten $1/100$, majd $1/50$ -n. kezdeti brómconcentratióból kiindulva a sebesség-állandóra vonatkozólag a következő 2 táblában látható értékek adódtak.

| $t-t_0$ | T | c $=\frac{1}{2}[\sqrt{(\Sigma+K-\frac{2}{3}T)^2+2KT}-$ $-(\Sigma+K-\frac{2}{3}T)]$ | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $=\frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|-----------|---------|--|--|---|--|--|
| | | $\Sigma=0.00980$ | IX. táblázat. | | | $t_0=2$ |
| 0 | 0.00950 | 0.000457 | — | — | — | — |
| 10 | 796 | 306 | 1.674 | 1.209 | 0.261 | 0.0204 |
| 20 | 685 | 219 | 3.061 | 2.129 | 0.522 | 205 |
| 30 | 603 | 168 | 4.168 | 2.800 | 0.754 | 205 |
| 60 | 445 | 95 | 6.546 | 4.000 | 1.291 | 209 |
| 90 | 347 | 64 | 8.183 | 4.656 | 1.661 | 207 |
| 120 | 280 | 47 | 9.474 | 5.069 | 1.930 | 206 |
| 180 | 0.00185 | 0.000275 | 11.727 | 5.604 | 2.326 | 0.0211 |
| közéérték | | | | | | 0.0207 |
| | | $\Sigma=0.01940$ | X. táblázat. | | | $t_0=2$ |
| 0 | 0.01870 | 0.00883 | — | — | — | — |
| 10 | 1572 | 550 | 3.446 | 2.861 | 0.370 | 0.0215 |
| 20 | 1370 | 373 | 6.273 | 5.059 | 0.777 | 213 |
| 30 | 1231 | 279 | 8.388 | 6.587 | 1.147 | 217 |
| 150 | 590 | 637 | 19.140 | 12.358 | 3.564 | 214 |
| 210 | 454 | 435 | 21.917 | 13.243 | 4.160 | 214 |
| 340 | 0.00271 | 0.000224 | 26.741 | 14.324 | 4.981 | 0.0218 |
| közéérték | | | | | | 0.0215 |

A sebesség-állandó értéke tehát 10° C-nál a VIII—X. tábla adatai szerint középértékben a következő:

$$k = 0.0210.$$

III. *Kísérletek 20° C-nál.* Ezen a hőmérsékleten a temperatura állandósítása ugyanúgy történt, mint 10° C-on, s a kísérleti eljárás is megegyezett azzal, melyet 10° C-nál követtem.

Igen alacsony bróm-, majd relative igen magas brómhydrogen-concentratio mellett végzett méréseimnek eredményei a következő 2 táblában láthatók összeállítva.

| $t-t_0$ | T | $\frac{1}{t-t_0} \cdot \log \frac{T_0}{T} = 0.4343 k$ |
|---|----------|---|
| $\Sigma=0.000880$ XI. táblázat. $t_0=1$ | | |
| 0 | 0.000803 | — |
| 4 | 630 | 0.0264 |
| 8 | 488 | 270 |
| 10 | 429 | 272 |
| 15 | 320 | 266 |
| 20 | 235 | 267 |
| 30 | 0.000130 | 0.0266 |
| középérték | | 0.00267 |
| $\Sigma=0.535$ XII. táblázat. $t_0=5$ | | |
| 0 | 0.00965 | — |
| 240 | 856 | 0.000217 |
| 360 | 807 | 215 |
| 460 | 767 | 217 |
| 1380 | 487 | 215 |
| 1800 | 384 | 222 |
| 2880 | 0.00214 | 0.000227 |
| középérték | | 0.000219 |

Az egyensúly-állandó első közelítő értéke ezen adatok alapján

$$K_1 = \frac{0.000219 \cdot 0.535}{0.0267} = 0.00439,$$

a miből és a XI. tábla következő összetartozó értékeiből :

| $\Sigma = 0.000880$ | |
|---------------------|----------|
| $t-t_0$ | T |
| 0 | 0.000803 |
| 10 | 0.000429 |

a sebesség-állandóra vonatkozólag ezt az értéket nyerjük :

$$k = 0.0659,$$

s így az egyensúly-állandónak második pontosabb értéke

$$K_2 = \frac{0.000219 \cdot 0.535}{0.4343 \cdot 0.0659} = 0.00406.$$

Az utóbbi értéket véve alapúl, a XI. tábla adatai a sebesség-állandóra vonatkozólag a következő értékeket szolgáltatják :

$\Sigma=0.000880$

XIII. táblázat.

 $t_0=1$

| $t-t_0$ | T | c $=\frac{1}{2}\left[V(\Sigma+K-\frac{2}{3}T)^2+2KT-\frac{\Sigma+K}{K}\cdot\frac{c_0}{c}\right]$ | $\frac{\Sigma+K}{K}\cdot\frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K}\cdot\frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})}\cdot\frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $=\frac{1}{t-t_0}\left[\frac{\Sigma+K}{K}\cdot\frac{c_0}{c}-\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K}\cdot\frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}-\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})}\cdot\frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}\right]$ |
|---------|----------|---|--|---|--|---|
| 0 | 0.000803 | 0.000394 | — | — | — | — |
| 4 | 630 | 298 | 0.340 | 0.050 | 0.040 | 0.0625 |
| 8 | 488 | 223 | 0.693 | 0.091 | 0.075 | 0.0659 |
| 10 | 429 | 190 | 0.888 | 0.110 | 0.091 | 0.0687 |
| 15 | 320 | 141 | 1.250 | 0.138 | 0.117 | 0.0664 |
| 20 | 235 | 102 | 1.644 | 0.162 | 0.139 | 0.0671 |
| 30 | 0.000130 | 0.000055 | 2.396 | 0.191 | 0.166 | 0.0679 |
| | | | | | | középérték 0.0664 |

Az egyensúly-állandónak végleg elfogadható értéke tehát 20° C-nál

$$K = \frac{0.000219 \cdot 0.531}{0.0664 \cdot 0.4343} = 0.00403.$$

Ugyancsak 20° C-nál és pedig $\frac{1}{100}$ - majd $\frac{1}{50}$ -n. brómconcentratióból kiindulva a sebesség-állandóra vonatkozólag a 2 alábbi táblában látható értékek következnek.

| | | | | | | |
|------------------|---------|---|--|--|---|--|
| $t-t_0$ | T | $c = \frac{1}{2} \left[\sqrt{(\Sigma + K^{-3/2} T)^2 + 2KT} - (\Sigma + K^{-3/2} T) \right]$ | $\frac{\Sigma + K}{K} l \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{K} l \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{3(c_0 + \frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}}$ | $k = \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma + K}{K} l \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{K} l \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3} K}{3(c_0 + \frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}} \right]$ |
| $\Sigma=0.01040$ | | | XIV. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.00982 | 0.00460 | — | — | — | — |
| 5 | 764 | 271 | 1.902 | 1.243 | 0.342 | 0.0654 |
| 10 | 632 | 186 | 3.233 | 1.999 | 0.627 | 0.0607 |
| 15 | 534 | 138 | 4.312 | 2.536 | 0.868 | 0.0606 |
| 20 | 459 | 107 | 5.217 | 2.926 | 1.073 | 0.0609 |
| 30 | 352 | 72 | 6.751 | 3.515 | 1.382 | 0.0584 |
| 60 | 177 | 295 | 9.838 | 4.187 | 1.932 | 0.0619 |
| 120 | 0.00050 | 0.000074 | 14.790 | 4.658 | 2.342 | 0.0649 |
| közéérték | | | | | | 0.0623 |
| $\Sigma=0.02100$ | | | XV. táblázat. | | | $t_0=1$ |
| 0 | 0.01970 | 0.00918 | — | — | — | — |
| 5 | 1567 | 490 | 3.899 | 3.069 | 0.514 | 0.0632 |
| 10 | 1320 | 316 | 6.624 | 4.989 | 1.002 | 0.0633 |
| 15 | 1142 | 226 | 8.706 | 6.299 | 1.432 | 0.0650 |
| 20 | 1017 | 177 | 10.211 | 7.150 | 1.783 | 0.0639 |
| 40 | 697 | 905 | 14.392 | 9.071 | 2.763 | 0.0635 |
| 100 | 310 | 302 | 21.215 | 10.907 | 4.049 | 0.0626 |
| 200 | 0.00090 | 0.000076 | 29.780 | 11.772 | 4.815 | 0.0659 |
| közéérték | | | | | | 0.0635 |

A sebesség-állandó értéke tehát, ha az utolsó 3 mérés-sorozat középértékeiből vett középértéket fogadjuk el, 20° C-nál a következő:

$$k = 0.0640.$$

IV. *Kísérletek 30° C-nál.* Ezen a hőmérsékleten a temperatura állandósítása szintén úgy történt és a kísérleti eljárás is olyan volt, mint az előbbi hőmérsékleten. Igen alacsony bróm-, majd relative igen magas brómhydrogen-concentratio mellett végzett méréseim a következő eredményeket szolgáltatták.

| $t-t_0$ | T | $\frac{1}{t-t_0} \cdot \log \frac{T_0}{T} = 0.4343 k$ |
|--|----------|---|
| $\Sigma=0.000925$ XVI. táblázat. $t_0=1$ | | |
| 0 | 0.000776 | — |
| 3 | 470 | 0.0726 |
| 5 | 325 | 0.0756 |
| 8 | 201 | 0.0729 |
| 10 | 141 | 0.0741 |
| 12 | 101 | 0.0739 |
| 15 | 0.000066 | 0.0714 |
| középérték | | 0.0734 |
| $\Sigma=0.535$ XVII. táblázat. $t_0=1$ | | |
| 0 | 0.00980 | — |
| 120 | 796 | 0.000753 |
| 180 | 721 | 745 |
| 240 | 651 | 740 |
| 300 | 584 | 747 |
| 400 | 0.00490 | 0.000752 |
| középérték | | 0.000748 |

Az egyensúly-állandónak közelítő értéke tehát ezen adatok alapján :

$$K_1 = \frac{0.000748 \cdot 0.535}{0.0734} = 0.00545;$$

ezen érték felhasználásával a XVI. tábla következő összetartozó értékeiből :

| $\Sigma = 0.00925$ | |
|--------------------|----------|
| $t - t_0$ | T |
| 0 | 0.000776 |
| 10 | 0.000141 |

a sebesség-állandóra vonatkozólag ezen érték adódik :

$$k = 0.194,$$

s ebből az egyensúly-állandóra vonatkozólag ezen pontosabb érték következik :

$$K_2 = \frac{0.000748 \cdot 0.535}{0.194 \cdot 0.4343} = 0.00475.$$

Ezen érték felhasználásával, s a XVI. tábla adatait a II. alatti pontos egyenlet szerint átszámítva, a következő táblában összeállított eredményekhez jutunk :

$$\Sigma=0.000925$$

XVIII. táblázat.

$$t_0=1$$

| $t-t_0$ | T | c $=\frac{1}{2}[\sqrt{(\Sigma+K-\frac{3}{2}T)^2+2KT}-$ $-(\Sigma+K-\frac{3}{2}T)]$ | $\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}}$ | k $=\frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma+K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0+\frac{K}{3}}{c+\frac{K}{3}} - \frac{\Sigma+\frac{2}{3}K}{3(c_0+\frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0-c}{c+\frac{K}{3}} \right]$ |
|---------|----------|--|--|---|--|--|
| 0 | 0.000776 | 0.000377 | — | — | — | — |
| 3 | 470 | 215 | 0.671 | 0.075 | 0.062 | 0.178 |
| 5 | 325 | 145 | 1.142 | 0.109 | 0.093 | 0.188 |
| 8 | 201 | 89 | 1.725 | 0.138 | 0.120 | 0.183 |
| 10 | 141 | 61 | 2.176 | 0.153 | 0.134 | 0.189 |
| 12 | 101 | 43 | 2.596 | 0.162 | 0.143 | 0.191 |
| 15 | 0.000066 | 0.000028 | 3.106 | 0.170 | 0.151 | 0.186 |
| | | | | | | középérték 0.186 |

30° C-nál az egyensúly-állandónak végleg elfogadható értéke ezen adatok alapján :

$$K = \frac{0.000748 \cdot 0.535}{0.186 \cdot 0.4343} = 0.00495.$$

Ugyanezen a hőmérsékleten még két mérés-sorozatot végeztem, az egyiket $\frac{1}{100}$ -, a másikat $\frac{1}{50}$ -n. kezdeti brómconcentrációból kiindulva. Ezen méréseim, valamint számításaimnak eredményei a következő 2 táblában láthatók összeállítva.

| | | | | | | |
|---|---------|---|--|---|--|--|
| $t-t_0$ | T | $= \frac{1}{2} [V(\Sigma + K - \frac{3}{2}T)^2 + 2KT] -$ $-(\Sigma + K - \frac{3}{2}T)]$ | $\frac{\Sigma + K}{K} \cdot \frac{c_0}{c}$ | $\frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}}$ | $\frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{3(c_0 + \frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}}$ | $= \frac{1}{t-t_0} \left[\frac{\Sigma + K}{K} \cdot \frac{c_0}{c} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{K} \cdot \frac{c_0 + \frac{K}{3}}{c + \frac{K}{3}} - \frac{\Sigma + \frac{2}{3}K}{3(c_0 + \frac{K}{3})} \cdot \frac{c_0 - c}{c + \frac{K}{3}} \right]$ |
| $\Sigma=0.00960$ XIX. táblázat. $t_0=1$ | | | | | | |
| 0 | 0.00816 | 0.003465 | — | — | — | — |
| 5 | 474 | 1335 | 2.804 | 1.401 | 0.480 | 0.183 |
| 10 | 313 | 730 | 4.579 | 1.991 | 0.772 | 0.182 |
| 15 | 214 | 448 | 6.015 | 2.317 | 0.986 | 0.182 |
| 20 | 146 | 285 | 7.344 | 2.531 | 0.106 | 0.185 |
| 25 | 105 | 195 | 8.460 | 2.655 | 1.193 | 0.184 |
| 30 | 0.00076 | 0.000130 | 9.651 | 2.626 | 1.350 | 0.179 |
| | | | | | | középérték 0.183 |
| $\Sigma=0.02020$ XX. táblázat. $t_0=1$ | | | | | | |
| 0 | 0.01708 | 0.00674 | — | — | — | — |
| 5 | 1051 | 224 | 5.598 | 3.650 | 1.080 | 0.170 |
| 10 | 772 | 121 | 8.728 | 5.110 | 1.805 | 0.181 |
| 15 | 591 | 83 | 10.642 | 5.787 | 2.224 | 0.176 |
| 20 | 467 | 615 | 12.169 | 6.229 | 2.532 | 0.170 |
| 30 | 296 | 348 | 14.899 | 6.811 | 2.984 | 0.170 |
| 60 | 0.00088 | 0.000090 | 21.939 | 7.470 | 3.567 | 0.182 |
| | | | | | | középérték 0.176 |

A sebesség-állandó értéke tehát 30° C-nál a 3 utolsó táblázat adatai szerint középértékben:

$$k = 0.182.$$

A mérésekkel 30° C-nál magasabb hőmérsékletre is felmenni már nem volt tanácsos, minthogy a reactio, miként a XVIII. táblából látható, már 30° C-nál is olyan gyorsan folyik le, hogy 3 perc alatt már a brómnak mintegy fele átalakul, s ez a körülmény a mérések pontosságát már ezen a hőmérsékleten is nem csekély mértékben csökkenti s a reactio időbeli lefolyása több fokkal ezen a hőmérsékleten felül már csak durva megközelítésben volna kísérletileg követhető.

A különböző hőmérsékleten végzett mérések eredményeit, felhasználva az idézett dolgozatomban közölt, 25° C-nál talált értékeket is, a következő összefoglaló táblázat tünteti fel, melyben az első sorozatban a (C.-féle fokokban kifejezett) hőmérséklet, a másodikban a sebesség-, s végül a harmadikban az egyensúly-állandó értéke látható.

XXI. táblázat.

| Hőmérséklet C.-féle fokokban | k | K |
|---------------------------------|---------|---------|
| 0 | 0.00690 | 0.00198 |
| 10 | 0.0210 | 0.00309 |
| 20 | 0.0640 | 0.00403 |
| 25 | 0.1052 | 0.00444 |
| 30 | 0.182 | 0.00495 |

Mindenekelőtt a mi a sebesség-állandó és a hőmérséklet közötti összefüggést illeti, ezen adatokból a következő derül ki: a mikor a hőmérséklet 0°-ról 10°-ra emelkedik, tehát 10°-kal nő, a sebesség-állandó értéke 3.04-szor lesz nagyobb

$$\frac{k_{10}}{k_0} = \frac{0.0210}{0.0069} = 3.04,$$

s a mikor a hőmérséklet további 10°-kal növekszik, a sebesség-állandó megint közel 3-szor lesz nagyobb

$$\frac{k_{20}}{k_{10}} = \frac{0.0640}{0.0210} = 3.05;$$

s végül

$$\frac{k_{30}}{k_{20}} = \frac{0.182}{0.064} = 2.84.$$

Tehát minden 10° C.-al való hőmérsékletnövekedésre (számtani sor), a sebességállandó értéke (közel) megháromszorosodik (mértani sor), s így azt lehet várni, hogy a hőmérséklet és sebesség-állandó közötti összefüggést, a vizsgált intervallumban, elegendő pontossággal ilyen alakú empirikus formula fogja kifejezni,

$$\log k = a + bt,$$

hol a és b állandó számok, s t a Celsius-féle fokokban kifejezett hőmérsékletet jelenti; ha pedig — a fenti formulában logaritmussal — a Brigg's-félet értve — egy új állandót x -t így definiálunk:

$$\log x = a,$$

a fenti egyenletet ezen szokottabb alakban is felírhatjuk

$$k = x \cdot 10^{bt}.$$

Az a és b állandók kiszámítására elegendő volna a sebesség-állandó két különböző hőmérsékletén talált értékének és e két hőmérsékletnek ismerete; azonban, mint a valószínűségi számítás elemeiből ismeretes, ilyen empirikus formula állandóinak értékét pontosabban megkapjuk, ha, «a legkisebb négyzetek módszerét» követve, az összes mérési adatokat felhasználjuk az állandók kiszámításánál. Jelen esetben, az előző táblázatban látható öt adatpár felhasználásával, a legkisebb négyzetek módszerével ezeket az értékeket kapjuk:

$$\begin{aligned} a &= -2.1552, \\ b &= 0.04753, \end{aligned}$$

s így

$$k = 0.00699 \cdot 10^{0.04753t},$$

vagy

$$\log k = 0.04753t - 2.1552.$$

Az ezen formula alapján kiszámított és a kísérletileg talált sebesség-értékek elég jól egyeznek egymással, mint ez a következő táblából látható:

XXII. táblázat.

| Hőmérséklet Celsius-féle fokokban t | A sebesség-állandó számított értéke k | A sebesség-állandó talált értéke |
|---|---|-------------------------------------|
| 0 | 0.00699 | 0.00690 |
| 10 | 0.0209 | 0.0210 |
| 20 | 0.0624 | 0.0640 |
| 25 | 0.1078 | 0.1052 |
| 30 | 0.1849 | 0.182 |

Az eltérés tehát a számított és a talált értékek között csakugyan nem nagyobb, mint a mekkora az elkövethető kísérleti hibától eredhet.

VAN'T HOFF elméleti megfontolásokból kiindulva és az empiriára is támaszkodva, a sebesség-állandó és a temperatura között a következő alakú összefüggést vezette le.*

$$\frac{dlk}{d\vartheta} = \frac{A}{\vartheta^2} + \frac{B}{\vartheta} + C,$$

hol ϑ az abszolút fokokban kifejezett hőmérsékletet fejezi ki, l természetes logarithmust jelent s A , B és C állandó számok, melyek egyike-másika speciális esetekben 0-értéket is felvehet.

Az általam tanulmányozott reactionál ez az általános formula, a A és B -állandóknak zérussá válása folytán,

$$\frac{dlk}{d\vartheta} = C = \text{const.}$$

egyszerű alakban jut érvényre.

A mi a hydrogentribomid dissociatio-állandója és a tempera-

* Vorlesungen über theoretische und physikalische Chemie. Heft 1, 230 (1898).

tura közötti összefüggést illeti, ezt a vizsgált intervallumban elég pontosan a következő empirikus formula fejezi ki:

$$K = 0.00204 + 0.0000975t.$$

Ezen lineáris egyenlet állandóit szintén a legkisebb négyzetek módszerével számítottam ki a XXI. táblában látható 5 összetartozó adatpár felhasználásával. Hogy a megegyezés az ezen formula szerint számított és a kísérletileg talált értékek között elég jó, az a következő táblából tűnik ki, melyben a számított és talált értékek egymás mellett láthatók:

XXIII. táblázat.

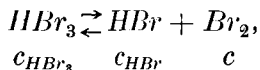
| Hőmérséklet Celsius-féle fokokban t | Az egyensúly állandó- nak számított értéke K | Az egyensúly állandó- nak talált értéke |
|---|--|--|
| 0 | 0.00204 | 0.00198 |
| 10 | 0.00301 | 0.00309 |
| 20 | 0.00399 | 0.00403 |
| 25 | 0.00447 | 0.00447 |
| 30 | 0.00496 | 0.00495 |

VAN'T HOFF a hőelmélet II. főtételének alkalmazásával valamely megfordítható reactio egyensúly-állandója (K), annak reactio-hője (q), és az abszolút hőmérséklet (ϑ) között, melynél a chemiai egyensúlyállapot fennáll, a következő összefüggést vezette le: *

$$\frac{dK}{d\vartheta} = - \frac{q}{R\vartheta^2},$$

a hol R az általános gázállandót jelenti.

Ezen egyenletet a hydrogentribromid dissociációjára alkalmazva



* Kongl. Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar. Bandet 21. No. 17 (1886), továbbá «Ostwald's Klassiker», No. 110 (1900).

(minthogy a K -t így definiáltuk :

$$K_{\text{HBr}_3} = c_{\text{HBr}} \cdot c),$$

q a hydrogentribromid *dissociationhőjét*, tehát HBr_3 -nak (vizes alkoholban oldott) brómból és brómhydrogenből való *képződését* kísérő melegmennyiségnek *negatív* értékét jelenti.

Feltéve, hogy a reactionhő a hőmérséklettől nem függ, s ez a tapasztalás szerint (legalább kisebb temperatura-intervallumban) megközelítéssel mindig áll, úgy a fenti differentialegyenlet integrálható, s ϑ_1 és ϑ_2 hőmérséklet-határok között ezen integrál értéke :

$$l \cdot \frac{K_2}{K_1} = - \frac{q}{R} \cdot \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{\vartheta_1 \vartheta_2},$$

hol K_2 a ϑ_2 és K_1 a ϑ_1 abs. hőmérsékleten talált egyensúlyállandó-értéket jelenti. Ha a reactionhő q értékét a szokásos egységekben, t. i. grammcaloriákban gondoljuk kifejezve, akkor R -állandónak értéke*

$$R = 1.991,$$

s ha még a természetes logarithmus helyett a Brigg's-félét vezetjük be, nyerjük :

$$q = - \frac{4.584 (\log K_2 - \log K_1) \vartheta_1 \vartheta_2}{\vartheta_2 - \vartheta_1} \text{ cal.}$$

Felhasználva a hőmérséklet és egyensúlyállandó közötti összefüggést kifejező empirikus formulából adódó, 0° és 5° C-nál érvényes értékeket

$$K_1 = 0.00204$$

$$K_2 = 0.00253$$

a fenti egyenlet segítségével 0° és 5° C. közötti hőmérsékletre vonatkozólag érvényes s a hydrogentribromid dissociationhőjét kifejező ezen értéket nyerjük :

$$q = - 6026 \text{ cal.}$$

* Nernst : Theoretische Chemie, III. Auflage, 52 (1900).

A hydrogentribromid képződési hőjének kísérleti meghatározását alkoholos közegben megnehezíti az a körülmény, hogy a brómnak a brómhydrogen által le nem kötött része az alkoholra bontolag hat, s hogy ez a reactio, ha nem nagyon lassan folyik le, szintén jelentékeny hőfejlődéssel jár; 0° C. közelében s a brómhydrogen feleslegének jelenlétében azonban egyrészt a dissociatio foka s másrészt a bróm alkoholra való bontó hatásának sebessége már oly kicsiny, hogy ilyenkor a szükséges correctio már jelentéktelen, s könnyen megejthető, ha a calorimeter hőmérsékletének változását, a brómnak alkoholos brómhydrogenbe való bevitеле után, kellő ideig figyelemmel kísérjük, a mit a környezettel való hőkieserélődés miatt különben is tenni kell. A környezettel való hőkieserélődés az én méréseimnél a lehető minimális volt, mint-hogy a környezet hőmérséklete ($2-4^{\circ}$ C.) csak néhány fokkal ($=2^{\circ}$) különbözött a calorimeter hőmérsékletétől, a mely eredetileg ca. $0-5^{\circ}$ C. volt, s melyben a harmadik (s egyszersmind utolsó) mérés befejezése után közel 5° C.-t mutatott a hőmérő.

Méréseimhez a NERNST előírása szerint* felszerelt üveg-calorimetert használtam.

A belső henger vízártéke 16.72 gr. volt s $\frac{1}{2}$ liter folyadékot volt képes magába fogadni. A $\frac{1}{100}^{\circ}$ -okra osztott, BECKMANN-féle hőmérő bemerülő részének, továbbá a vörösrézből készült, ebonitfogóval ellátott kavaronak s végül a kémcsőnek vízártéke rendre 5.00 , 3.76 , 2 gr.-mal volt egyenlő; a calorimeter és részeinek vízártéke tehát összesen 27.48 gr.-mal volt egyenlő. A belső hengerben a kísérletek elején a következő összetételű folyadék állott:

abs. alkohol — — — — — 316.0 gr. ($=400$ k. cz.)

12.5% -os vizes bromhydrogenoldat 109.3 „ ($=100$ k. cz.)

összesen 425.3 gr.

tehát a calorimeter folyadéka 425.3 gr.-nyi 74.3% -os vizes alkohol volt. Az utóbbinak fajmelege** 0.774 , s így a calorimeter folyadékának vízártéke

* Nernst, Theoretische Chemie, III. Aufl. 551 (1900), továbbá Zeitschrift f. physik. Chemie, 2, 23 (1888).

** Ostwald, Lehrbuch der allg. Chemie. II. Auflage. Bd. I. 593 (1891).

$$425.3 \times 0.774 = 329.2$$

gramm, az összes vizérték tehát:

$$\begin{array}{r} 329.2 \text{ gr.} \\ 27.5 \text{ „} \\ \hline 356.7 \text{ gr.} \end{array}$$

Miután előzőleg — 20 másodpercenként leolvasva s az észlelési adatokat egy segéd által feliratva — a hőmérő állását kellő ideig, t. i. míg a változás egyenletes nem lett, figyelemmel kísértem, a kémcső áttörése útján 6.13 gr. brómot vittem a calorimeterbe, s ugyancsak 20 másodpercenként alkalmazva a leolvasást, egyenletes kavarási közben a hőmérő állását megint addig kísértem figyelemmel, míg a higanyszál emelkedése egyenletes nem lett. A temperatura emelkedés — a correctio alkalmazása után — 0.778°C -nak adódott. Lehető gyors egymásutánban újabb 6.13 gr. bróm bevitele után 0.771°C . s további 6.13 gr. után 0.783°C . volt a hőmérsékletemelkedés. Az első kísérletnél szabadon (diszociálva) maradt ($K=0.00204$) a bevitt (6.13 gr.) bróm 0.63 %-a, a második kísérletnél (12.26 gr. bróm mellett) 0.20 %, s végül a harmadiknál (18.30 gr. brómból) 0.98 %. A hydrogentribromid képződési hője tehát

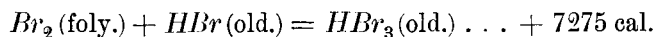
$$\text{az 1. kísérlet szerint } 0.778 \cdot \frac{160}{6.09} \cdot 356.7 = 7291 \text{ cal.}$$

$$\text{a 2. „ „ } 1.549 \cdot \frac{160}{12.24} \cdot 356.7 = 7226 \text{ „}$$

$$\text{„ 3. „ „ } 2.332 \cdot \frac{160}{18.21} \cdot 356.7 = 7309 \text{ „}$$

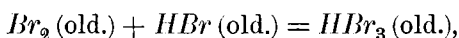
$$\text{középértékben } \text{---} \text{---} \text{---} 7275 \text{ cal.}$$

Felírhatjuk tehát a következő thermochemiai egyenletet:



(74.3 %-os alkoholban).

A reactio azonban, melyre vonatkozólag a reactiohő negatív értékét a VAN'T HOFF-féle egyenlet alapján kiszámítottuk, nem az előbb felírttal egyenlő, hanem a következő:



s így még a folyékony brómnak vizes alkoholban való oldási hőjét is meg kellett határoznom, hogy az utóbbi egyenletre vonatkozó reactionhő értékét megkapjam. E végből a bróm lemért mennyiségét $\frac{4}{5}$ térf. abs. alkohol és $\frac{1}{5}$ térf. víz összekeverítése által készített, tehát brómhydrogenmentes vizes alkohol nagy feleslegében oldottam fel, s meghatároztam a fejlődő melegmennyiséget.

A feloldott bróm mennyisége 15·3 gr. volt, s a calorimeterben 416 gr. 76%-os alkohol állott, melynek vízértéke

$$\begin{array}{rcl} 416 \cdot 0\cdot765 & = & 318\cdot2 \text{ gr.} \\ \text{a többi részeké} & = & 27\cdot5 \text{ „} \\ \hline \text{s így az összes vízérték} & = & 345\cdot8 \text{ gr.} \end{array}$$

volt, míg a hőmérsékletemelkedést (kezd. hőmérséklet: ca. $0\cdot6^{\circ}$ C.) a szükséges, s ez esetben igen jelentékeny correctionnak levonása után $0\cdot375^{\circ}$ C.-nak találtam (míg a kísérleti helyiség hőmérséklete $2\text{--}4^{\circ}$ C között variált).

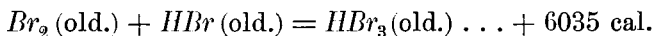
A brómnak oldási hője tehát ezen adatok alapján

$$0\cdot375 \frac{15\cdot3}{160} \cdot 345\cdot7 = 1240 \text{ cal.},$$

a keresett reactionhő értéke tehát

$$7275 - 1240 = 6035 \text{ cal.}$$

s így felírhatjuk



A megegyezés a VAN'T HOFF-féle egyenlet segítségével *kiszámított* s a direkt kísérlet útján *talált* érték között igen jó; a hydrogentribromid dissociationhője (q) ugyanis

$$\begin{array}{l} q = -6026 \text{ C.-kal számítva,} \\ q = -6035 \text{ „ a kísérlet szerint.} \end{array}$$

Ezen megegyezés szintén fontos bizonyíték azon elmélet helyessége mellett, melyet a tanulmányozott reactio időbeli lefolyására vonatkozólag felállítottam. Ennek a megegyezésnek különös érdekességet kölcsönöz az a körülmény, hogy az egyensúlyállandó értéke (különböző hőmérsékleten) nem közvetlenül

lett meghatározva, t. i. magának a chemiai egyensúlyállapotnak direkt tanulmányozása által, hanem közvetett úton akként, hogy egy másik, a hydrogentribromid keletkezése és dissociációja által kísért chemiai reactio *időbeli lefolyása* tétetett tanulmány tárgyává. A physikai-chemiai irodalomban ez az *első realizált eset*, melyben a chemiai kinetika, statika és thermodynamika törvényei *egyidejűleg*, egymással ilyen szép összhangban érvényre jutnak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901. márczius 18.-án tartott üléséből.)

SÍKMOZGÁSÚ ÉRDES TESTEK ÜTKÖZÉSE.

íj. SZILY KÁLMÁN-tól.

A szilárd testek ütközésének problémáját első megközelítésben tudvalevőleg azon föltevés mellett szokás tárgyalni, hogy az ütközés időtartama elannyira kicsiny, hogy a testek helyzetváltozása elhanyagolható és az érintkezés helyén fellépő reactio-erők helyett ezeknek időintegráljaival, az impulsusokkal lehet dolgozni. Ezenkívül még rendszerint az a nagy mértékben egyszerűsítő feltevés is szerepel, hogy az ütköző testek tökéletesen simák, a minek következtése az, hogy az érintkezés pontjában fellépő reactio-erők mindig merőlegesek a közös érintő síkra. Az ily módon egyszerűsített feladat teljes megoldását adta Poisson az 1811-ben megjelent «*Traité de Mécanique*»-jában. De ugyane munka 1833-iki második kiadásában már kiterjeszkedett Poisson az érdes testek esetére is. Az általános esetről csak annyit mond, hogy két érdes test ha úgy ütközik össze, hogy csúszik egymáson, akkor az érintkezés pontjában surlódási impulsus lép fel, a mely ellentett értelmű, mint a relativ csúszás, és nagyságát illetőleg érvényes a közönséges surlódásnak Coulomb-féle törvénye, hogy t. i. a surlódási impulsus arányos a normális impulsussal, a mint ezt MORIN-nak Poisson kérésére végzett kísérletei mutatták. Részletesen csakis azzal az egy esettel foglalkozik, mikor síkmozgású homogén gömb egy a mozgás síkjára merőleges falba ütközik. Poisson nyomán jár CORIOLIS az 1835-ben megjelent «*Théorie mathématique des effets du jeu de billard*» című munkájával, a melyben két homogén gömbnek egymásba való ütközését tárgyalja és megmutatja, hogy a relativ csúszás iránya az egész ütközés alatt állandó marad. — Az általános feladattal, vagyis két tetszőleges mozgású és tetszőleges alakú érdes testnek ütközésével legelőször

ED. PHILLIPS foglalkozott 1849-ben a Liouville-féle «Journal»-nak XIV-ik kötetében közzétett «Sur les changements instantanés de vitesse qui ont lieu dans un système de points matériels» című értekezésében. Phillips azon hallgatólagoz föltevés mellett oldja meg a problémát, hogy a két test egymáson való csúszása, mely általában folytonosan változtatja irányát, az egész ütközés alatt a zérustól különböző, s teljesen elkerüli a figyelmét az az eshetőség, hogy a csúszás megszűnhetik az ütközés közben.

Az újabb időben ketten foglalkoztak behatóbban feladatunkkal, még pedig az angoloknál ROUTH* és a francziáknál DARBOUX.** ROUTH először a síkmozgású, majd a térbeli mozgású érdes testek ütközését tárgyalja, és mindkét esetben egyszerű graphikus eljárást ad, a melylyel figyelemmel lehet kísérni a csúszás irányváltozását s el lehet könnyen dönteni azt, hogy mi következik be a csúszás zérussá válása után, és a melylyel meg lehet határozni a normális impulsus értékét az ütközés végén, a mi aztán megállapítja a testek ütközés utáni mozgását. Routh felismeri tehát az összes lehetséges eseteket, de a számítási eljárást tudatosan graphikaival pótolja, és nem fejti ki az egyes esetek bekövetkezésének mechanikai feltételeit. Módszere lehetővé teszi, hogy minden egyes adott speciális esetben meghatározzuk az ütközés utáni mozgást, de nem nyújt mechanikai jelentésű kriteriumokat az egyes eshetőségek számára, úgy hogy nincs áttekintésünk arról, hogy mikor melyik eset fog bekövetkezni.

DARBOUX az első értekezésében Phillips munkáját nem ismerve tárgyalja két érdes testnek ütközését térbeli mozgás esetén, és számítással megoldja a feladatot addig a fokig, a meddig Phillips; de ő sem foglalkozik azzal az esettel, mikor a csúszás megszűnhetik az ütközés közben. Második értekezésében aztán pótolja az elsőnek hiányosságát és a feladatnak minden eshetőséget figye-

* The elementary part of a treatise on the Dynamics of a system of rigid bodies. IV. kiadás 1882 London. (Csakis ez a kiadás lévén kezem ügyében, nem állapíthattam meg, hogy mikor adja Routh először a feladat megoldását.)

** Sur le frottement dans le choc des corps. Comptes rendus 1874. Étude géométrique sur les percussions et le choc des corps. Bulletin des Sciences math. et astr. 1880.

lembe vevő analitikai megoldását adja, különös súlyt helyezvén annak kimutatására, hogy a feladat sohasem lehet határozatlan, hanem minden körülmények közt csakis egy bizonyos meghatározott megoldást enged meg. Bármily tökéletes is Darboux e második értekezése matematikai szempontból, mechanikailag épp oly kevésbé tudjuk áttekinteni a viszonyokat mint Routhnál, mert itt is hiányzik minden mechanikai jelentésű kriterium.

Beszámolván a feladatunkkal foglalkozó irodalommal, kötelességemnek tartom röviden fölemlíteni e tanulmányaim eredetét. RÉTHY MÓR műegyetemi tanár úr az 1896-ik évben mechanikai pályakérdésül tűzte ki a műegyetemen a tetszőleges érdes testek ütközésének feladatát, miután akkor az irodalomból csak Poisson és Coriolis munkáit ismervén, nem tartotta a problémát az általános esetben megoldottnak. Egy pályamunka érkezett MEITNER ELEMÉR műegyetemi hallgatótól. Réthy tanár úr szóbeli közléséből tudom, hogy Meitner az újabb irodalom ismerete nélkül megoldotta a problémát addig a fokig, a meddig Darboux az első értekezésében, de ő sem foglalkozott a csúszás zérussá válásának eshetőségével. E pályamunka nem jelent meg nyomtatásban, mert Meitner úr utólag megtudta, hogy az ő megoldásával lényegileg azonos megoldást tett már közzé Darboux. A múlt évben egy speciális ütközési feladat tárgyalása alkalmával feltűnt Réthy tanár úrnak az az eshetőség, hogy az érintkező pontok relativ sebessége az ütközés elején zérus, és csak az ütközés alatt lép fel a csúszás. Ezt az esetet nem találván meg Darboux első értekezésében, engem bizott meg a kérdés tisztába hozatalával. Kedves kötelességet teljesítek, midőn e helyen köszönetet modok Réthy tanár úrnak úgy az adott első impulsusért, mint a munkám iránt tanúsított folytonos érdeklődéséért.

Legelőször is áttanulmányozván az irodalmat, arra a tudatra jöttem, hogy az érdes testek ütközésének problémáját Routh és Darboux munkálatai óta matematikai szempontból teljesen megoldottnak kell tekinteni, de a mechanikai tartalom egyiknél sem domborodik ki. Pedig a különféle eseteknek oly nagy gazdagsága tárul elénk, hogy érdemesnek látszik megvizsgálni az egyes esetek mechanikai jelentését és belőlük következtetést vonni egy passiv erő, a surlódás, impulsusának mozgásváltoztató hatá-

sára. Ily mechanikai álláspontról foglalkozom a következő lapokon az érdes testek ütközésének feladatával, és hogy a nyerendő mechanikai értelmezések lehetőleg egyszerűek legyenek, egyelőre csakis azt az egyszerűbb esetet tárgyalom, hogy az ütköző testek síkmozgást végeznek. A tárgyalást három fejezetre osztom. Az elsőben azt a speciális esetet vizsgálom behatóan, hogy a síkmozgást végző tökéletesen rugalmatlan érdes test a mozgás síkjára merőlegesen álló sík falba ütközik. A második fejezetben szó van a sík falba való rugalmas ütközésről. Végre a harmadikban az általános esettel, két mozgó test egymásba való ütközésével foglalkozom.

I.

A mozgás síkja legyen az xy sík, a fal síkja az yz sík és a tengelyrendszer kezdőpontja az érintkezés pontja. A mozgás jellemzésére alappontul válaszszuk az S súlypontot, melynek koordinátái x és y . Ennek haladósebességi componensei az ütközés tetszőleges pillanatában legyenek v_x , v_y , és a súlyponton átmenő a z tengellyel párhuzamos tengely körüli forgás szögsebessége ugyanakkor legyen ω . Az ütközés előtti kezdeti értékek legyenek v_{0x} , v_{0y} , ω_0 . Az E érintkező pontban támadó normális impulsus értéke, az ütközés első pillanatától az ütközés egy tetszőleges közbeeső időpontjáig számítva, legyen N és a surlódási impulsus értéke ugyanezen intervallumban legyen F . Az S súlyponti forgástengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi sugár K ; az ütköző test s a fal anyaga közt fellépő surlódás együtthatója μ . Az E érintkező-pont sebességének a falra merőleges componensét jelöljük w -vel, és a falba eső componensét u -val. Hogy az ütközés egyáltalán létre jöjjön, okvetlenül szükséges, hogy az E pont normális sebessége kezdetben a fal belseje felé mutasson, tehát, hogy a felvett koordináta-rendszerben negatív szám legyen. Jelöljük azért ezt a kezdeti értéket $-w_0$ -sal, és a tangenciális componens kezdeti értékét u_0 -sal, a melyről egyelőre, hogy határozott esettel legyen dolgunk, fel akarjuk tételezni, hogy pozitív szám, vagyis, hogy értelme megegyezik a pozitív y tengely értelmével, úgy hogy kezdetben a surlódás negatív értelemben hat. Megjegyzendő még, hogy az N normálimpulsus az ütközés egész ideje alatt pozitív

marad, míg az F surlódási impulsus esetleg változtathatja előjelét.

Az ütközés bármely közbeeső pillanatában okvetlenül érvényesek a következő mozgási egyenletek:

$$\begin{aligned} m(v_x - v_{0x}) &= N \\ m(v_y - v_{0y}) &= F \\ mk^2(\omega - \omega_0) &= Ny - Fx. \end{aligned} \quad (1)$$

Az E érintkező-pont sebességének csúszási, illetőleg normális componense lesz:

$$\begin{aligned} u &= v_y - x\omega \\ w &= v_x + y\omega. \end{aligned}$$

Az (1) képletek mindig megadják az ütközés végén a mozgásállapot jellemzőit, mihelyt ismerjük az ütközési impulsusoknak az ütközés egész tartamára vonatkozó értékeit. Tehát az egész feladat az N és F végső értékének meghatározásában áll. Jelöljük ezeket N_1 -gyel, illetőleg F_1 -gyel. E végre különös figyelemmel kell kísérni az érintkező pont két sebességcomponensének értékváltozását. Ha az (1) egyenletekből v_x , v_y és ω kifejezését behelyettesítjük az u és w képletébe, akkor azt találjuk, hogy:

$$u = u_0 + aF - cN \quad (2)$$

$$w = -w_0 - cF + bN, \quad (3)$$

hol is az egyes betűknek jelentése a következő:

$$u_0 = v_{0y} - x\omega_0 \quad (4)$$

$$-w_0 = v_{0x} + y\omega_0 \quad (5)$$

$$a = \frac{1}{m} \left(1 + \frac{x^2}{k^2} \right) \quad (6)$$

$$b = \frac{1}{m} \left(1 + \frac{y^2}{k^2} \right) \quad (7)$$

$$c = \frac{1}{m} \frac{xy}{k^2}. \quad (8)$$

Ezt az öt állandót nevezzük az ütközés állandóinak. Ezek közül az utolsó három független a kezdeti mozgási állapottól és csupán a test tömegétől és tömegeloszlásától függ. Az a , b , c ál-

landók nem függetlenek egymástól, mert látható, hogy köztük a következő összefüggés áll fenn:

$$c^2 = \left(a - \frac{1}{m}\right) \left(b - \frac{1}{m}\right).$$

A következőkben nagy hasznát fogjuk venni azon értékkapcsolatnak, mely a (6)—(8) képletekből azonnal kiolvasható, t. i. hogy:

$$ab > c^2. \quad (9)$$

Látnivaló továbbá, hogy a és b lényegesen pozitív, míg c lehet pozitív, negatív, vagy zérus, a szerint, a mint az S súlypont az ütközési normális alatt, felett, vagy benne fekszik. A most következő beható tárgyalásnál választjuk szét ezt a három esetet, és foglalkozunk legelőször azzal az esettel, hogy

$$\begin{aligned} A) \\ c > 0. \end{aligned}$$

A fentiek szerint a feladat abban áll, hogy határozottassék meg az F és N értéke az ütközés végén. Annyit tudunk az ütközés természetéből, hogy az ütközés akkor ér véget, ha az érintkező pont normális sebessége zérus. Ez a feltétel azonban csak egy egyenletet szolgáltat, melyben két ismeretlen szerepel, úgy hogy még nem elégséges a feladat megoldására. Ámde azt is tudjuk, hogy a míg csúszás van, vagyis a míg az u értéke a zérustól különböző, addig a surlódás a lehető legnagyobb értékkel lép fel, úgy, hogy $|F| = \mu N$. Kezdetben azonban van csúszás, és így az ütközés elején okvetlenül fennáll ez az összefüggés a két impulzus között. Így aztán tekintetbe vévén még, hogy a surlódás most negatív értelmű, a (2) és (3) képletek következőképen írhatók:

$$u = u_0 - (a\mu + c)N \quad (10)$$

$$w = -w_0 + (c\mu + b)N. \quad (11)$$

Lényegesen különbözők lesznek a viszonyok a szerint, a mint a csúszás végig tart az egész ütközés alatt, vagy pedig az ütközés valamely közbeeső pillanatában zérussá válik. Foglalkozunk először is az első egyszerűbb esettel. Felteszszük tehát, hogy a csúszás nem válik zérussá az ütközés alatt és vizsgáljuk,

hogy ez a feltevés minő körülmények közt valósul meg. A (10) és (11) képletek most megtartják érvényességüket az egész ütközés alatt és mutatják, hogy mind μ , mind pedig w folyton fogy. Az ütközés akkor ér véget, ha $w=0$ és ebből a feltételből kiadódik a normálimpulsus értéke az ütközés végén:

$$N_1 = N_w^0 = \frac{w_0}{c\mu + b}. \quad (12)$$

Mindez azonban ahhoz a feltételhez van kötve, hogy az ütközés a csúszás zérussá válása előtt már véget érjen, vagyis hogy az ütközés végén $u \geq 0$, a mi a (10) és (12) figyelembe vételével azt a feltételt adja, hogy:

$$\frac{u_0}{w_0} \geq \frac{a\mu + c}{c\mu + b}. \quad (13)$$

Ha tehát a kezdeti viszonyok olyanok, hogy a (13) feltétel ki van elégítve, akkor a csúszás okvetlenül végig tart az egész ütközés alatt és az ütközés utáni mozgást megkapjuk, ha az (1) egyenletekbe behelyettesítjük az N_1 (12) értékét és az F_1 -nek $-\mu N_1$ értékét; ha ellenben a (13) feltétel nincs teljesítve, akkor az érintkező pont csúszása zérussá válik az ütközés alatt és további vizsgálatra van szükség, hogy meghatározhassuk az ütközés utáni mozgást.

A most talált aritmetikai kritériumnak igen egyszerű geometriai jelentése van. A (10) egyenlet egy egyenest ábrázol, ha N az abszcissa és u az ordináta, hasonlóképen egyenest ábrázol a (11) egyenlet is, ha N az abszcissa és w az ordináta. Nevezzük e két egyenest a csúszás, illetőleg az összenyomás egyenesének. E két egyenes könnyen megszerkeszthető. Ugyanis a csúszás egyenes lemetesz az ordináta-tengelyből u_0 és az abszcissa-tengelyből

$$N_u^0 = \frac{u_0}{a\mu + c} \quad (14)$$

darabot, az összenyomás egyenes lemetesz az ordináta-tengelyből $-w_0$ és az abszcissa tengelyből N_w^0 darabot. Minthogy a (13) feltétellel teljesen azonos feltételt ad az a követelés, hogy

$$N_u^0 \geq N_w^0,$$

eredményünk úgy is fogalmazható, hogy a csúszás akkor tart az ütközés végéig, mikor a csúszás egyenese nem metszi előbb a normálist, mint az összenyomás egyenese és ekkor N_w^0 fogja megadni az ütközés végén a normális impulsust.

Vizsgáljuk most közelebbről a (13) feltétel mechanikai jelentését. $\frac{u_0}{w_0}$ nem egyéb, mint azon φ_0 hegyes szögnek a tangense, melyet az érintkező pont kezdeti sebessége a normálissal bezár, ennél fogva a (13) feltétel így is írható, hogy:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 \geq \frac{a\mu + c}{c\mu + b}. \quad (15)$$

E szerint tehát akkor nem szűnik meg az ütközés alatt a csúszás, mikor az érintkező pont kezdeti sebessége elég nagy szöget zár be a normálissal. Ha úgy fogjuk fel a dolgot, hogy első sorban adva van a test ütközés előtti helyzete, mi által ismertek az a, b, c mennyiségek, azután adva van a μ surlódási együttható, de a kezdeti mozgásállapot, vagyis a φ_0 szög változhatik, akkor μ -höz tartozik egy kritikus szög Φ_μ , a mely következőleg van értelmezve:

$$\operatorname{tg} \Phi_\mu = \frac{a\mu + c}{c\mu + b}.$$

E szög azzal a tulajdonsággal bír, hogy a nála nem kisebb hajlásszögű kezdeti mozgás esetében az ütközés végeig tart a csúszás, úgy hogy a csúszás meg nem szűnésének feltétele egyszerűen abban áll, hogy

$$\varphi_0 \geq \Phi_\mu.$$

Ámde a μ surlódási együttható értéke változhatik 0-tól egészen ∞ -ig és ennek megfelelőleg végtelen sok kritikus szög létezik. Vizsgáljuk most a kritikus szögeknek ezt az egyszerű végtelen sokaságát. Mivel

$$\frac{d}{d\mu} \operatorname{tg} \Phi_\mu = \frac{ab - c^2}{(c\mu + b)^2} > 0,$$

a kritikus szög nő a μ -vel. Ennél fogva a $\operatorname{tg} \Phi_\mu$ -nek legkisebb értéke a $\mu=0$ -nak megfelelő $\frac{c}{b}$ és legnagyobb értéke a $\mu=\infty$ -nek

megfelelő $\frac{a}{c}$, úgy, hogy a kritikus szög tangense csakis e két érték megszabta intervallumban mozoghat. A kritikus szögek sokaságának van tehát egy alsó határa Φ_0 és egy felső határa Φ_∞ , melyeknek értelmezései a következők:

$$\operatorname{tg} \Phi_0 = \frac{c}{b} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \Phi_\infty = \frac{a}{c}. \quad (16)$$

Már most a kezdeti mozgásállapotot illetőleg három különféle eset adhatja elő magát, nevezetesen:

1, $\varphi_0 < \Phi_0$, vagyis

$$\frac{u_0}{w_0} < \frac{c}{b}, \quad (17)$$

ekkor nincs olyan μ érték, a melylyel ki lehetne elégíteni a (13) feltételt, vagyis ekkor okvetlenül megszűnik a csúszás. Létezik tehát egy olyan határszög, a melynél kisebb hajlásszög esetében okvetlenül megszűnik a csúszás, még tökéletesen síma testek esetében is.

2. $\varphi_0 > \Phi_\infty$, vagyis

$$\frac{u_0}{w_0} > \frac{a}{c}, \quad (18)$$

ekkor bárminő μ érték kielégíti a (13) feltételt, úgy, hogy ekkor semmi szín alatt sem szűnik meg a csúszás. Létezik tehát egy olyan határszög, a melynél nagyobb hajlásszög esetében a csúszás okvetlenül megmarad az egész ütközés alatt még tökéletesen érdes testek esetében is.

3. A harmadik eset az, hogy az érintkező pont kezdeti sebességének hajlásszöge se nem túlkicsiny, se nem túl nagy, hanem beleesik a kritikus szögek tartományába, azaz $\Phi_0 \leq \varphi_0 \leq \Phi_\infty$, vagyis

$$\frac{c}{b} \leq \frac{u_0}{w_0} \leq \frac{a}{c}, \quad (19)$$

ekkor adott μ surlódási együttható mellett a szerint tart végig a csúszás vagy nem, a mint a (13) feltételnek eleget tesz a μ vagy pedig nem.

Tisztába hozván a viszonyokat az esetre, mikor a csúszás az

ütközés végeig tart, foglalkoznunk kell most a második főesettel: mikor a csúszás az ütközés közben zérussá válik. Bekövetkezésének arithmetikai kriteriuma az, hogy a (13) feltétel nincs teljesítve, vagyis

$$\frac{u_0}{w_0} < \frac{a\mu + c}{c\mu + b}, \quad (20)$$

geometriai kriteriuma pedig az, hogy a csúszás egyenese előbb metszi a normálist, mint az összenyomás egyenese. Az ütközést oszszuk fel most két szakaszra, az első szakasz terjedjen a kezdettől a csúszás zérussá válásának pillanatáig és a második szakasz ettől a pillanattól az ütközés végéig. Az első szakasz végeig érvényesek a (10) és (11) egyenletek és így meghatározhatjuk a csúszás zérussá válásának pillanatában a normális impulzus értékét, a mely nem egyéb, mint a (14) alatti N_u^0 ; a surlódási impulzus értékét, a mely μN_u^0 ; és az érintkező-pontnak normális sebességét w'_0 -t, a mely (11) szerint a következő:

$$w'_0 = -w_0 + \frac{c\mu + b}{a\mu + c} u_0, \quad (21)$$

hol is w'_0 a (20) egyenlőtlenség miatt negatív számot jelent.

Az most a kérdés, hogy a csúszás megszűnésének pillanata után minő lesz az ütközés lefolyása. Előre is várható, hogy most újra két eshetőség következhetik be, nevezetesen vagy zérus marad a csúszás az ütközés egész további tartama alatt, tehát gördülés áll elő, vagy pedig újra csúszás lép fel. E kérdést úgy dönthetjük el, hogy külön tárgyaljuk az ütközés második szakaszát a zérussá válás pillanatának jellemzőivel, mint kezdeti feltételekkel. A második szakaszbeli és a csúszás zérussá váltának pillanatától számított impulzus-értékeket jelöljük N' -vel és F' -vel, az érintkező pont sebességi componenseit pedig u' -vel és w' -vel. Ekkor:

$$u' = aF' - cN' \quad (22)$$

$$w' = w'_0 - cF' + bN'. \quad (23)$$

Vizsgáljuk először is azt az esetet, hogy a csúszás a zérussá válás után is zérus marad az ütközés egész további tartama alatt. E végre a (22) szerint kell, hogy

$$F' = \frac{c}{a} N'. \quad (24)$$

De minthogy a surlódás természeténél fogva

$$F' \leq \mu N',$$

azt a feltételt kapjuk, hogy :

$$\mu \geq \frac{c}{a}. \quad (25)$$

Tehát csakis a surlódási együtthatónak kell elég nagynak lenni. Ha a (25) feltétel teljesítve van, a surlódás elégséges a csúszás megakadályozására és ezért tényleg nem is jő létre csúszás; a fellépő surlódási impulsus meg olyan nagy és olyan értelmű, a minő épen szükséges ahhoz, hogy az érintkező pont csúszásba jövele meggátoltassék. A surlódási impulsus nagyságát megadja (24), előjele pozitív, mivel feltevésünk szerint c lényegesen pozitív; így tehát az ütközés második szakaszában a surlódás ellentett értelmű, mint az elsőben volt.

Ha a (25) feltétel ki van elégítve, akkor a (24) figyelembe vételével a (23) képlet lesz :

$$w' = w_0 + \frac{ab - c^2}{a} N'.$$

Mivel a jobb oldalon az első tag negatív, a második pedig (9) miatt pozitív, e képlet azt mutatja, hogy a w' abszolút értéke folyton kisebbedik; zérussá válásának pillanata egyúttal az ütközés végső pillanata, és ekkor a második szakasz elejétől számított normális impulsus értéke a következőnek adódik ki :

$$N'' = \frac{a}{ab - c^2} \left(w_0 - \frac{c\mu + b}{a\mu + c} w_0 \right). \quad (26)$$

Most már meghatározhatjuk az ütközés végén uralkodó N_1 és F_1 impulsus-értékeket. Ugyanis csak összegezni kell a két szakaszra külön kiszámított értékeket, vagyis

$$N_1 = N'' + N''',$$

$$F_1 = \mu N'' + \frac{c}{a} N''.$$

A (14) és (26) képletek tekintetbevétele s a behelyettesítéssel járó számítás elvégzése után lesz:

$$N_1 = \frac{aw_0 - cu_0}{ab - c^2} \quad (27)$$

$$F_1 = \frac{cw_0 - bu_0}{ab - c^2}. \quad (28)$$

És ezzel a feladat meg van oldva, mert F_1 és N_1 értékét behelyettesítvén az (1) képletekbe, megkapjuk az ütközés utáni mozgást.

Az N_1 és F_1 képletében legfeltűnőbb az, hogy nem fordul elő bennök a μ surlódási együttható, s ez okból az ütközés utáni mozgásállapot jellemzői sem tartalmazzák a surlódási együtthatót. Ennek a nevezetes körülménynek mechanikai tartalma szavakban következőképpen fejezhető ki: Ha adva van a , b , c , u_0 , w_0 , vagyis ismeretes az ütközést szenvedő testnek ütközés előtti geometriai és mechanikai állapota, továbbá a viszonyok olyanok, hogy a (20) egyenlőtlenség ki van elégítve, akkor bármilyen értéke legyen is a μ surlódási együtthatónak $\frac{c}{a}$ és ∞ közt, a csúszás az ütközés közben okvetlenül zérussá válik, helyébe ezután gördülés lép és az ütközés végén a mozgásállapot mindig ugyanaz, teljesen függetlenül a surlódási együtthatótól.

Ebből tehát következik, hogy az ütközés utáni mozgás ugyanaz lesz, mint a tökéletesen érdes testek esetében lenne. Ezen állítás helyességét nagyon könnyű közvetlenül is igazolni. Tökéletesen érdes testeknél az ütközés végén uralkodó impulsus-értékeket abból a kettős feltételből határozhatjuk meg, hogy az érintkező pontnak mind csúszási, mind normális sebessége zérus tartozik lenni. Ha azonban a (2) és (3) képletek bal oldala helyére zérust írunk és az így kapott két egyenletet megoldjuk N és F szerint, akkor számukra valóban a (27) és (28) értékeket kapjuk.

A most tárgyalt feladatnak egy nevezetes specziális esetére jutunk, ha közelebbről megvizsgáljuk az N_1 és F_1 kifejezését. Az N_1 normálimpulsus a dolog természeténél fogva csakis pozitív mennyiség lehet és ezt elárulja a (27) képlet is. A nevező okvetlenül pozitív a (9) miatt, de a számláló is pozitív, ugyanis a (16)

szerint

$$\frac{a\mu + c}{c\mu + b} \leq \frac{a}{c}$$

bármilyen értékű is μ , de most fel van tételezve, hogy a (20) egyenlőtlenség ki van elégítve, ezért azután minden esetben

$$\frac{u_0}{w_0} < \frac{a}{c}.$$

Másképpen áll a dolog az F impulussal. A (28) képlet ugyanis azt mutatja, hogy a szerint lesz

$$F_1 \geq 0, \quad \text{a mint} \quad \frac{u_0}{w_0} \leq \frac{c}{b}. \quad (29)$$

Tekintettel lévén az $\frac{u_0}{w_0}$ geometriai jelentésére és a (16)-ra, ez az összefüggés még úgy is írható, hogy:

$$\varphi_0 \leq \Phi_0.$$

Vagyis a surlódási impulsus a szerint pozitív vagy negatív, a mint az érintkező pont kezdeti sebességének a normálissal bezárt hajlásszöge kisebb vagy nagyobb mint a kritikus szögek alsó határa; zérus pedig akkor, ha a hajlásszög éppen egyenlő az alsó határral. Foglalkozzunk kissé bővebben ezzel az utóbbi speciális esettel. Most tehát a föltevés szerint

$$\frac{u_0}{w_0} = \frac{c}{b}. \quad (30)$$

Ekkor tehát az ütközés egész tartamára számított surlódási impulsus egyenlő zérussal, noha az ütközés egyes elemi részeiben mindig működött surlódás. Az ütközés végén uralkodó mozgásállapotot megkapjuk, ha az (1) egyenletekben az $F_1=0$ helyettesítést teszszük; így

$$\begin{aligned} v_{1x} &= v_{0x} + \frac{N_1}{m} \\ v_{1y} &= v_{0y} \\ \omega_1 &= \omega_0 + \frac{N_1 y}{mk^2}. \end{aligned} \quad (31)$$

E képletek alakra épen olyanok, mint a tökéletesen sima testek surlódás nélküli ütközésének képletei. De ez a megegyezés nem csupán az alakra, hanem a lényegre is vonatkozik.

Könnyű ugyanis meggyőződni, hogy az N_1 -nek mindkét esetben ugyanazon értéke van. A mi először is a surlódásos ütközést illeti, a (27) képletbe be kell helyettesíteni u_0 -nak a (30)-ból adódó értékét, és így az jó ki, hogy

$$N_1 = \frac{w_0}{b}. \quad (32)$$

A surlódás nélküli ütközésnél pedig abból a feltételből kapjuk meg a normális impulsus értékét az ütközés végéig, hogy ekkor az érintkező pont normális sebessége zérussá válik. Ha azonban a (3) képletben $F=0$, és $w=0$, akkor N számára valóban a (32) kifejezést kapjuk.

Arra a nevezetes eredményre jutottunk tehát, hogy ha az érintkező pont kezdeti sebességének a normálissal bezárt hajlásszöge épen egyenlő a kritikus szögek alsó határával, akkor bármilyen értéke legyen is a surlódási együtthatónak $\frac{a}{c}$ és ∞ közt, az ütközés utáni mozgás tökéletesen olyan, mintha a testek abszolút simák volnának. Ebben az esetben tehát az ütközés közben működő passiv erőnek, a surlódásnak, épen semmi hatása sincs az ütközés előidézte mozgásváltoztatásra, vagyis a testek lehetnek tökéletesen simák, tökéletesen érdesek, vagy csak egy bizonyos alsó határnál érdeesebbek, az ütközés utáni mozgás mindig egyugyanaz lesz.

A (29) azt is mutatja, hogy a surlódásnak a szerint lesz a súlypont mozgására gyorsító vagy lassító hatása, a mint az érintkező pont kezdeti mozgásiránya a normálissal kisebb vagy nagyobb szöget zár be, mint a kritikus szögek alsó határa.

Tárgyalnunk kell most végre azt az esetet, hogy a csúszás zérussá válik az ütközés alatt, de nem marad zérus, hanem újra csúszás következik be, a minek feltétele a (20) egyenlőtlenség kielégített voltán kívül az, hogy

$$\mu < \frac{c}{a}. \quad (33)$$

Az első kérdés az, hogy mi lesz a második szakaszban a csúszás értelme. Erre nézve irányadó a surlódásnak az a tulajdonsága, hogy a surlódás nélkül létrejövő mozgás ellenében hat. Ha azonban $F' = 0$, akkor $u' < 0$ a (22) egyenlet szerint, tehát a csúszás negatív értelmű és így az F' surlódás pozitív. Látjuk tehát, hogy a csúszás a zérussá válás után megváltoztatja értelmét. Mivel a második szakaszban is csúszás van, azért $F' = \mu N'$ és így a (22) s (23) képletek most a következő alakot öltik:

$$u' = -(c - a\mu) N' \quad (34)$$

$$w' = w_0 + (b - \mu c) N'. \quad (35)$$

Látnivaló, hogy a második szakaszban az érintkező pont csúszási sebessége állandóan negatív és abszolút értékre nézve nő, továbbá, hogy a normális sebessége abszolút értékre folyton fogy. Az ütközés végét meghatározza a $w' = 0$ feltétel, és ebből

$$N_w^{o'} = \frac{1}{b - \mu c} \left(w_0 - \frac{c\mu + b}{a\mu + c} u_0 \right). \quad (36)$$

Most már kiszámíthatjuk az ütközés elejétől végeig terjedő impulsus értékeket, mert

$$\begin{aligned} N_1 &= N_u^0 + N_w^{o'} \\ F_1 &= -\mu N_u^0 + \mu N_w^{o'}. \end{aligned}$$

A (14) és (36) képletek figyelembe vételével

$$N_1 = \frac{(a\mu + c)w_0 - 2c\mu u_0}{(a\mu + c)(b - \mu c)} \quad (37)$$

$$F_1 = \frac{(a\mu + c)w_0 - 2bu_0}{(a\mu + c)(b - \mu c)}. \quad (38)$$

Az N_1 -nek okvetlenül pozitívnak kell lenni, s valóban az is, mert a nevező pozitív és a számlálóról is könnyű megmutatni, hogy szintén pozitív.

A (20) miatt ugyanis

$$(a\mu + c)w_0 > (c\mu + b)u_0$$

a (33) és a (17) miatt pedig

$$\mu < \frac{c}{a} < \frac{b}{c}$$

és ezekből következik, hogy

$$c\mu + b > 2c\mu,$$

s így valóban

$$(a\mu + c)w_0 > 2c\mu u_0.$$

Vizsgáljuk most meg a (38) képletben az F_1 előjelét. Ez meg fog egyezni a jobb oldal számlálójának előjelével. Kérdés, hogy meghatározzák-e ezt a jelen esetre fennálló (20) és (33) feltételek.

A $b > c\mu$ -ből következik, hogy

$$2b > c\mu + b$$

ez meg a (20)-al együttesen azt mutatja, hogy az F_1 számlálója lehet akármilyen előjelű. A (38) képlet szerint

$$F_1 \geq 0, \quad \text{a mint} \quad \frac{u_0}{w_0} \leq \frac{a\mu + c}{2b}. \quad (39)$$

Ha tehát a zérussá vált csúszást újra csúszás követi, akkor épp úgy lehet a surlódási impulsus értéke pozitív, zérus vagy negatív, mint a mikor a csúszást gördülést követi. Tüntessük ki itt is azt az esetet, mikor a surlódási impulsus értéke zérus. Ennek feltétele abban áll, hogy :

$$\frac{u_0}{w_0} = \frac{a\mu + c}{2b}. \quad (40)$$

Könnyű kimutatni, hogy ekkor a surlódásnak semmi befolyása sincs az ütközés utáni mozgásra, vagyis hogy az ütközés utáni mozgás ugyanolyan lesz, mintha a testek abszolút simák volnának. Erre elégséges bebizonyítani, hogy a normálimpulsusnak az egész ütközésre vonatkozó értéke ugyanaz, mint az abszolút sima testek ütközésénél. De ha a (37) képletbe behelyettesítjük u_0 -nak a (40)-ből vett értékét, akkor valóban azt találjuk, hogy :

$$N_1 = \frac{w_0}{b}$$

a mivel állításunk igazolva van.

Ha összehasonlítjuk a viszonyokat a csúszást követő gördülés és az ujjolagos csúszás között, azt a lényeges különbséget találjuk, hogy míg az első esetben az ütközés utáni mozgás független a surlódási együttható értékétől, addig a második esetben általában függ tőle.

Ezzel kimerítettük teljesen a $c > 0$ eset tárgyalását és áttérünk a következő esetre, midőn

$$\begin{aligned} B) \\ c = 0. \end{aligned}$$

Ez annyit jelent, hogy $y=0$, vagyis hogy a súlypont rajta fekszik a normálison, azaz az ütközés centrális. Most a (2) és (3) egyenletek átmennek a következőkbe:

$$u = u_0 + aF \quad (41)$$

$$w = -w_0 + bN. \quad (42)$$

Látnivaló, hogy a w -re semmi befolyása sincs a surlódásnak és így az ütközés egyszerűen akkor ér véget, ha $w=0$, vagyis ha

$$N_1 = N_w^0 = \frac{w_0}{b}.$$

Az ütközés elején okvetlenül megvan a pozitív értelmű csúszás, ezért aztán $F = -\mu N$, úgy hogy

$$u = u_0 - a\mu N.$$

A csúszási sebesség tehát folyton kisebbedik; akkor válhatik zérussá, ha

$$N = N_u^0 = \frac{u_0}{a\mu}.$$

Akkor tart tehát az ütközés végeig a csúszás, ha $N_u^0 > N_1$, vagyis ha

$$\frac{u_0}{w_0} \geq \frac{a\mu}{b}. \quad (43)$$

Mivel most a jobboldal legkisebb értéke 0, és legnagyobb értéke ∞ , a kritikus szögek tartományának alsó határa 0 és felső határa $\frac{\pi}{2}$.

Ha a (43) feltétel nincs teljesítve, akkor a csúszás zérussá válik az ütközés alatt, még pedig abban a pillanatban, midőn $N=N_u^0$ és így $|F'| = \mu N_u^0 = \frac{u_0}{a}$. Az ütközés második szakaszában a csúszás okvetlen zérus marad, mert e második szakaszra a csúszási sebesség képlete a (22) szerint

$$u' = aF'$$

ámde $a > 0$, míg a dolog természete szerint u' és F' nem lehetnek egyenlő előjelűek, ezért aztán $u' = 0$, $F' = 0$. Tehát a csúszás okvetlen gördülésbe megy át és a surlódási erő állandóan zérus, úgy hogy a surlódási impulsus értéke az ütközés végén ugyanaz, mint az első szakasz végén:

$$F_1' = -\frac{u_0}{a}.$$

C)

$$c < 0.$$

A c mennyiség csakis úgy lehet negatív, ha az S súlypont a normális fölött fekszik. Mivel ekkor a (2) és (3) képletekben c negatív számot jelent, jobb áttekintés végett írjunk c helyébe $-c'$ -t, a hol

$$c' = \frac{1}{m} \frac{x|y|}{k^2}.$$

Így aztán alapképleteink a következők lesznek:

$$u = u_0 + aF' + c'N \quad (44)$$

$$w = -w_0 + c'F' + bN. \quad (45)$$

Vagyis addig, a míg a csúszás tart, és így $F = -\mu N$.

$$u = u_0 - (a\mu - c')N \quad (46)$$

$$w = -w_0 + (b - c'\mu)N. \quad (47)$$

Ha a viszonyok olyanok, hogy

$$a\mu - c' > 0 \quad \text{és} \quad b - c'\mu > 0,$$

vagyis a surlódási együttható olyan, hogy

$$\frac{c'}{a} < \mu < \frac{b}{c'}, \quad (48)$$

a mely két feltétel a (9) szerint megfér egymással, akkor mind u , mind w kezdettől fogva a zérus felé közeledik, és azért a $c > 0$ esetére talált (13) feltétel most is megtartja érvényességét. Vagyis a csúszás akkor tart az ütközés végéig, ha

$$\frac{u_0}{w_0} \geq \frac{a\mu - c'}{b - c'\mu}. \quad (49)$$

Most tehát a kritikus szögek tartománya 0 -tól $\frac{\pi}{2}$ -ig terjed, míg μ a $\frac{c'}{a}$ -tól $\frac{b}{c'}$ -ig változik. Ha a (49) feltétel nincs teljesítve, akkor okvetlen zérussá válik a csúszás az ütközés közben, és hogy mi fog ezután bekövetkezni, azt ugyanúgy dönthetjük el, mint a $c > 0$ esetében. A csúszás zérussá válásának pillanatában a normális impulzus értéke lesz:

$$N_u^0 = -\frac{u_0}{a\mu - c'}.$$

A második szakaszban a csúszási sebesség kifejezése lesz:

$$u' = aF' + c'N'.$$

Ahhoz, hogy a csúszás zérus maradjon, szükséges, hogy:

$$F' = -\frac{c'}{a}N'$$

és mivel a surlódás természeténél fogva $|F'| \leq \mu N'$, kell, hogy $\mu \geq \frac{c'}{a}$. Ámde ez a feltétel a (48) szerint okvetlenül teljesítve van, s így most a csúszás a zérussá válás után mindenesetre gördülésbe megy át. Feltűnő még itt az a körülmény, hogy a második szakaszban a surlódás ugyanolyan értelmű, mint az elsőben, úgy hogy az egész ütközésre számított surlódási impulzus okvetlenül negatív. Ezen eset tárgyalása ugyanúgy folytatható, mint a $c > 0$ megfelelő esetéé, és a számítás a következő értékeket adja az ütközés végén uralkodó impulzusokra:

$$N_1 = \frac{aw_0 + c'u_0}{ab - c^2} \quad (50)$$

$$F_1 = -\frac{c'w_0 + bu_0}{ab - c^2}, \quad (51)$$

a mely képletek kiadódnak a $c > 0$ felvétel megfelelő (27) és (28) képleteiből, mihelyt bennök a $c = -c'$ helyettesítést tesszük.

A második lehetőség a surlódási együtthatót illetőleg, abban áll, hogy

$$\mu \leq \frac{c'}{a}. \quad (52)$$

Ekkor a (46) és (47) képletek szerint a csúszási sebesség folyton nő és a normális sebesség folyton fogy, minél fogva a csúszás megmarad az egész ütközés alatt, és az ütközés akkor ér véget, ha $w = 0$. Ennek egy speciális esete az, hogy $\mu = \frac{c'}{a}$, mikor is a csúszási sebesség az egész ütközés alatt állandó marad; máskülönben a viszonyok olyanok, mint előbb.

Az μ surlódási együtthatót illetőleg a harmadik és utolsó lehetőség abban áll, hogy

$$\mu \geq \frac{b}{c'}. \quad (53)$$

Ekkor u fogy, de w nő, tehát a surlódás kezdetben növeli az érintkező pont normális sebességét. Most tehát az ütközés alatt a csúszásnak okvetlenül zérussá kell válnia, és mivel az (53) miatt $\mu \geq \frac{c'}{a}$, ez okból zérus is marad a csúszás, és az ütközés végén az impulsus-értékeket megadják az (50) és (51) képletek.

A két utóbb tárgyalt feladat annyiban érdekes, hogy adott geometriai állapot mellett, ha csak elég kicsiny, vagy elég nagy a surlódási együttható, a csúszás okvetlenül végig tart, illetőleg zérussá válik és gördülésbe megy át, teljesen függetlenül a mechanikai állapottól.

Külön kiemelhetjük még azt, hogy a $c < 0$ esetében ki van zárva, hogy a csúszás zérussá váljék és utána újra csúszás következék.

★

Eddig mindig fel volt tételezve, hogy $u_0 > 0$, vagyis hogy a kezdeti csúszás pozitív értelmű. Foglalkoznunk kell most azzal az esettel, hogy $u_0 = 0$, vagy a mi ezzel egyjelentésű $\varphi_0 = 0$, tehát hogy az érintkező pont kezdeti sebessége merőleges a falra. A (2) és (3) egyenletek most a következő alakot veszik fel:

$$u = aF - cN \quad (54)$$

$$w = -w_0 - cF + bN. \quad (55)$$

Az (54) egyenlet mutatja, hogy az érintkező pont csúszása akkor marad zérus, ha

$$\mu \geq \frac{c}{a} \quad (56)$$

és ekkor (54) meg is szabja a surlódás értelmét. Látnivaló ugyanis, hogy pozitív c mellett a surlódás pozitív, és negatív c mellett a surlódás negatív. Az (55) képletből a $w = 0$ feltétel meghatározza az ütközés végén uralkodó impulsus-értékeket.

$$N_1 = \frac{a}{ab - c^2} w_0 \quad \text{és} \quad F_1 = \frac{c}{ab - c^2} w_0.$$

Ha tehát az (56) feltétel ki van elégítve, az ütközés utáni mozgás tökéletesen független a surlódási együtthatótól és olyan, mintha a testek tökéletesen érdesek volnának.

Mi történik most már akkor, ha az (56) feltétel nincs kielégítve? Minthogy ekkor a surlódás maximális ereje sem elégséges a csúszás meggátlására, azért csúszás fog létrejönni és a csúszás értelmének vagyis a surlódás előjelének meghatározására szolgál az az elv, hogy a surlódás a nélküle létrejövő mozgás ellenében hat. Tehát az (54) szerint F előjele megyezik a c előjelével, úgy hogy pozitív c esetében $F = \mu N$, és így

$$u = -(c - a\mu)N$$

$$w = -w_0 + (b - c\mu)N.$$

Látnivaló, hogy u abszolút értéke folyton nő, w abszolút értéke folyton fogy, úgy hogy az ütközés véget ér akkor, ha $w = 0$, és ekkor a normális impulsus lesz:

$$N_1 = \frac{w_0}{b - c\mu}.$$

Ugyanílyenek a viszonyok akkor is, ha $c < 0$, csak hogy most a surlódás negatív értelmű lesz.

Hátra volna még az az eset, hogy $u_0 < 0$. Nyilvánvaló azonban, hogy ezzel nem kell külön foglalkoznunk, mert ez csak abban különbözik a részletesen tárgyalt $u_0 > 0$ esettől, hogy szerepet cserél a $c > 0$ felvétel a $c < 0$ felvétellel, úgy hogy könnyen érthető kifejezésmóddal azt mondhatjuk, hogy az $u_0 < 0$ eset csak a normálisra vonatkoztatott tükörképe az $u_0 > 0$ esetnek.

Ezzel aztán teljesen megoldottuk a kitűzött feladatot.

★

Eddig mindig úgy fogtuk fel a dolgot, hogy az a, b, c állandókat tekintettük kezdettől fogva adottaknak, és az u_0 és w_0 állandókat utólag meghatározandó mennyiségeknek, vagyis adottnak vetjük a test kezdeti geometriai állapotát és kerestük a kezdeti mechanikai állapotot úgy, hogy egy bizonyos mozgás bekövetkezzék. Eljárhatunk azonban fordítva is, t. i. hogy előre adottnak vesszük a mechanikai állapotot és utólag határozzuk meg a geometriai állapotot. Vagyis a talált kriteriumainkban az a, b, c állandókat tekintjük ismeretleneknek, és minthogy ezek a (6)–(8) szerint a súlypont koordinátáinak függvényei, a kriteriumok mechanikai tartalma abban fog állani, hogy a súlypont különféle helyzetei szerint más és más lesz az ütközés utáni mozgás. Igen érdekes és könnyen szemléltethető eredményekre jutunk, ha ebből a szempontból vizsgáljuk és értelmezzük az előzőekben talált képleteket.

Mindenekelőtt vezessünk be egy rövid jelölést az érintkező pont kezdeti mozgásiránya és a normális közti hajlásszög tangensére, legyen:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{u_0}{w_0} = t.$$

Ekkor aztán tekintettel az a, b, c állandók jelentésére, a (13) feltétel a következő alakban írható:

$$U_k \equiv ty^2 - \mu x^2 + (t\mu - 1)xy + (t - \mu)k^2 \geq 0. \quad (57)$$

Ugyanerre vezet a $c < 0$ esetnek (49) feltétele is. Ha az egyenlőségi jelet vesszszük, akkor az egyenlet egy görbét fog ábrázolni és az (57) feltételnek jelentése az, hogy a súlypont vagy a görbén vagy pedig ennek egyik meghatározott oldalán tartozik feküdni. Az (57) egyenlet vizsgálata azt mutatja, hogy a görbe hyperbola, a melynek középpontja az K érintkező pont s egyik asymptotája a normális fölött fekszik és vele a δ surlódási szöget zárja be, a másik asymptotája a normális alatt fekszik és merőlegesen áll az érintkező pont kezdeti mozgásirányára, tehát a φ_0 szöget zárja be a fallal. A számítás szerint a hyperbola egyik főiránya, a ξ tengely

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\delta + \varphi_0}{2}$$

szöget zárja be a normálissal, és a hyperbola félfőtengelyei meg vannak adva a következő képletekkel:

$$\begin{aligned} A^2 &= 2k^2 \frac{t - \mu}{\sqrt{(t^2 + 1)(\mu^2 + 1)} - (t - \mu)} = 2k^2 \frac{\sin(\varphi_0 - \delta)}{1 - \sin(\varphi_0 - \delta)} \\ B^2 &= -2k^2 \frac{t - \mu}{\sqrt{(t^2 + 1)(\mu^2 + 1)} + (t - \mu)} = -2k^2 \frac{\sin(\varphi_0 - \delta)}{1 + \sin(\varphi_0 - \delta)}. \end{aligned} \quad (58)$$

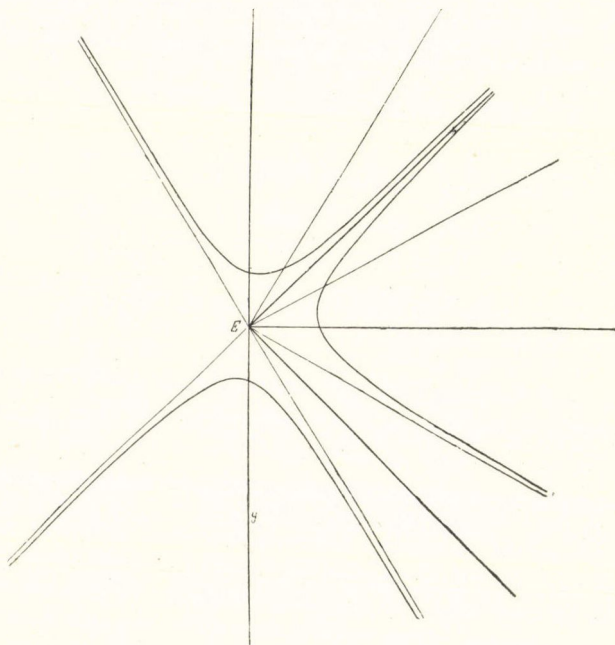
E képletek azt mutatják, hogy három eset különböztetendő meg. Úgy mint:

1. $t > \mu$, vagyis $\varphi_0 > \delta$, ekkor A^2 pozitív, B^2 negatív, tehát A lesz a valós, B a képzetes tengely, és így a hyperbola a normális öleli át. Az (57) egyenlőtlenség akkor lesz kielégítve, ha az x, y oly pont koordinátáit jelentik, mely vagy rajta fekszik a hyperbolán, vagy pedig ennek ugyanazon az oldalán, mint a $(0, 0)$ érintkező pont. Tekintetbe véve a (13) feltétel mechanikai jelentését, azt mondhatjuk, hogy adva lévén előre φ_0 és δ , és $\varphi_0 > \delta$, akkor fog a csúszás az ütközés végéig tartani, ha a súlypont rajta vagy kívül fekszik az (57) hyperbolán: a kritikus hyperbolán. (Lásd az 1. ábrát).

2. $t = \mu$, vagyis $\varphi_0 = \delta$, ekkor $A = 0$, $B = 0$, és a hyperbola (57) egyenlete mutatja, hogy a hyperbola egyenes-párrá fajul, melynek egyik egyenese a normális fölött fekszik és vele a surlódási szöget zárja be, másik egyenese meg erre merőlegesen áll. Hogy tehát a

csúszás végig tartson a súlypontnak az egyenesek és a fal közötti tartományban kell feküdni.

3. $l < \mu$, vagyis $\varphi_0 < \delta$, ekkor A^2 negatív, B^2 pozitív, tehát A lesz a képzetes és B a valós tengely, úgy, hogy a hyperbola mindkét ága a falat öleli át, de egyik a normális alatt, másik a normális fölött fekszik. Már most az (57) feltételből azt a következtetést



1. ábra.

vonhatjuk, hogy akkor fog a csúszás az ütközés végéig tartani, ha a súlypont a kritikus hyperbola valamelyik ágán belül vagy rajta fekszik.

Az (1) ábrán megrajzoltuk mindhárom esetre a kritikus hyperbolát, még pedig azon felvétel mellett, hogy

$$\delta = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi_{01} = \frac{\pi}{3}, \quad \varphi_{02} = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi_{03} = \frac{\pi}{6}.$$

A kritikus hyperbolát tehát minden esetben meg tudjuk rajzolni, mihelyt adva van a μ és a t , vagyis a fizikai állapot és a kezdeti mechanikai állapot. Geometriailag tekintve a dolgot, az (57) egyenletben két paraméter szerepel, tehát az (57) geometriai képe egy kétszeres hyperbola-sereg. Ha a két paraméter közül az egyiknek értékét változtatlanul hagyjuk, míg a másik értékét változónak fogjuk fel, akkor egy egyszerű hyperbolasereget kapunk. Minthogy ennek a hyperbolaseregnek, mint ez rögtön látható, nincsen burkoló görbéje, a sereg egymásra következő hyperbolái nem metszik egymást.

Vizsgáljuk először is azt az egyszerű hyperbolasereget, melynél μ állandó és t változó. A t paraméter fölvehet minden értéket 0 és ∞ közt; vegyük szemügyre a hyperbola sereg két szélső tagját. Ha $t=0$, akkor az (57) egyenlet átmegy a következőbe:

$$U_1 \equiv \mu x^2 + xy + \mu k^2 = 0. \quad (59)$$

Ezen hyperbolának egyik asymptotája a normális fölött fekvő és vele a δ surlódási szöget bezáró egyenes, másik asymptotája a fal. A félfőtengelyei az (58) képletek szerint:

$$\begin{aligned} A_1^2 &= -2k^2 \frac{\mu}{\sqrt{(\mu^2+1)+\mu}} = -2k^2 \frac{\sin \delta}{1+\sin \delta} \\ B_1^2 &= 2k^2 \frac{\mu}{\sqrt{(\mu^2+1)-\mu}} = 2k^2 \frac{\sin \delta}{1-\sin \delta}. \end{aligned} \quad (60)$$

E hyperbolának csakis azon ága bír most jelentéssel, a mely a normális fölött fekszik, mert a normális alatti ág a fal ellenkező oldalán van, mint az ütköző test. Ha a $c < 0$ eset (52) föltételét kifejtjük, akkor arra jövünk, hogy $U_1 \leq 0$. Ha tehát a súlypont rajta vagy belül fekszik ezen az 1-nek nevezett hyperbolán, akkor a csúszás okvetlenül eltart az ütközés végéig, bárminő legyen is az érintkező pont kezdeti mozgásiránya. Mivel az 1 hyperbola a szerint fekszik kívül vagy belül a kritikus hyperbolán, a mint $t \geq \mu$, ez a kritérium összefér az (57)-el.

Ha $t = \infty$, akkor az (57) egyenlet átmegy a következőbe:

$$U_2 \equiv y^2 + \mu xy + k^2 = 0. \quad (61)$$

E hyperbolának megint csak a normális fölött fekvő ága ér-

dekel bennünket. E 2-nek nevezett hyperbola egyik asymptotája a normális fölött fekvő és vele a surlódási szöget bezáró egyenes, másik asymptotája a normális. A félfőtengelyei az (58) képletek szerint.

$$\begin{aligned} A_2^2 &= 2k^2 \frac{1}{\sqrt{\mu^2+1}-1} = 2k^2 \frac{\cos \delta}{1-\cos \delta} \\ B_2^2 &= -2k^2 \frac{1}{\sqrt{\mu^2+1}+1} = -2k^2 \frac{\cos \delta}{1+\cos \delta}. \end{aligned} \quad (62)$$

Ha a $c < 0$ eset (53) feltételét kifejtjük, azt kapjuk, hogy $U_2 \leq 0$. Ha tehát a súlypont rajta vagy belül fekszik a 2 hyperbolán, akkor a csúszás okvetlenül gördülésbe megy át az ütközés alatt bármilyen legyen is a kezdeti mechanikai állapot. Mivel a 2 hyperbola a szerint fekszik belül vagy kívül a kritikus hyperbolán, a mint $t \geq \mu$, ez a kritérium összefér az (57)-el.

Vizsgáljuk most azt az egyszerű hyperbolasereget, a mely az (57)-ből keletkezik akkor, ha a t paramétert tekintjük állandónak és a μ paramétert változónak. Ezek a hyperbolák sem fogják egymást metszeni. A μ -nek legkisebb értéke 0 és legnagyobb értéke ∞ . Vegyük szemügyre a hyperbolaseregnek ezt a két szélső tagját, melyek közül az első megfelel a tökéletesen sima és a második a tökéletesen érdes testeknek.

Ha $\mu = 0$, akkor az (57) egyenletből lesz:

$$U_3 \equiv ty^2 - xy + tk^2 = 0. \quad (63)$$

E hyperbolának csak a normális alatt fekvő ága érdekel bennünket. E 3-nak nevezett hyperbola egyik asymptotája az érintkező pont kezdeti mozgásirányára merőleges egyenes és másik asymptotája a normális. A félfőtengelyei az (58) képletek szerint:

$$\begin{aligned} A_3^2 &= 2k^2 \frac{t}{\sqrt{t^2+1}-t} = 2k^2 \frac{\sin \varphi_0}{1-\sin \varphi_0} \\ B_3^2 &= -2k^2 \frac{t}{\sqrt{t^2+1}+t} = -2k^2 \frac{\sin \varphi_0}{1+\sin \varphi_0}. \end{aligned} \quad (64)$$

Ha a $c > 0$ eset (17) feltételét kifejtjük, akkor azt kapjuk, hogy $U_3 < 0$. Ha tehát a súlypont belül fekszik a 3 hyperbolán, ak-

kor a csúszás okvetlenül zérussá válik az ütközés közben, bárminő értéke legyen is a surlódási együtthatónak.

Ha $\mu = \infty$, akkor az (57) egyenletből lesz:

$$U_4 \equiv x^2 - txy + h^2 = 0. \quad (65)$$

Ez egy olyan hyperbolát jelent, melynek egyik asymptotája az érintkezőpont kezdeti mozgásirányára merőleges egyenes és másik asymptotája a fal. A hyperbolának csakis azon ága játszhatik szerepet, mely a normális alatt fekszik. A 4 hyperbolának főtengelyei az (58)-ból lesznek:

$$\begin{aligned} A_4^2 &= -2h^2 \frac{1}{\sqrt{t^2+1}+1} = -2h^2 \frac{\cos \varphi_0}{1+\cos \varphi_0} \\ B_4^2 &= 2h^2 \frac{1}{\sqrt{t^2+1}-1} = 2h^2 \frac{\cos \varphi_0}{1-\cos \varphi_0}. \end{aligned} \quad (66)$$

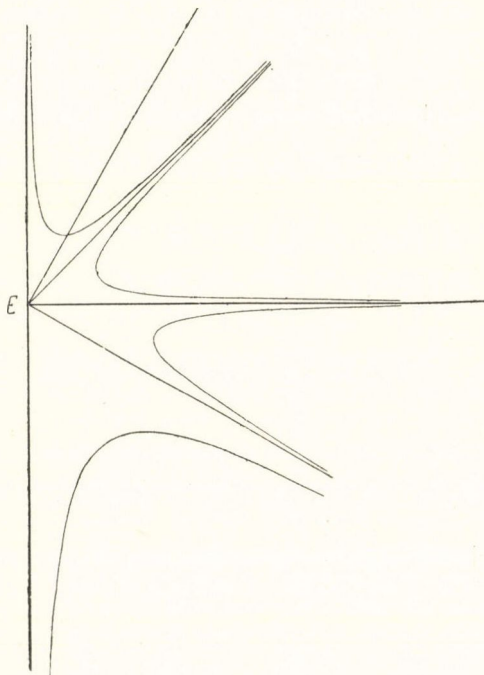
Ha kifejtjük a $c > 0$ eset (18) feltételét, akkor azt a követelést kapjuk, hogy $U_4 < 0$. Kimondhatjuk tehát, hogy ha a súlypont a 4-nek nevezett hyperbolán belül fekszik, akkor a csúszás minden bizonynyal az ütközés végéig tart, bárminő értéke legyen is μ -nek.

A 2-dik ábrán fel van tüntetve az imént tárgyalt négy hyperbola arra az esetre, hogy $\delta = \frac{\pi}{4}$ és $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$.

A fentiek szerint minden adott esetben, vagyis előre megadott δ és φ_0 mellett, el tudjuk dönteni, hogy a csúszás végig megmarad-e vagy pedig zérussá válik az ütközés közben, mert csak azt kell néznünk, hogy a súlypont az (57) egyenletű kritikus hyperbolának melyik oldalán fekszik. Mi történik most már akkor, ha a súlypont olyan helyzetű, hogy a csúszás zérussá válik? Ha $c < 0$, vagyis a súlypont a normális fölött fekszik, akkor tudjuk, hogy a csúszás okvetlen zérus is marad, és az ütközés második szakaszában a surlódás ugyanolyan értelmű, mint az elsőben. Ha $c = 0$, vagyis a súlypont a normálison fekszik, akkor tudjuk, hogy a csúszás okvetlen zérus is marad, és az ütközés második szakaszában a surlódás zérus. Ha végre $c > 0$, vagyis a súlypont a normális alatt fekszik, akkor általában csak annyit lehet mondani, hogy az ütközés második szakaszában a surlódás ellentett értelmű, mint az elsőben, de még nem tudjuk, hogy vajjon a csúszás zérus ma-

rad-e, vagy pedig újra csúszás következik be. A problema tárgyalása azt adta, hogy a csúszás akkor marad zérus, ha a (25) feltétel teljesítve van, vagyis ha

$$\mu \geq \frac{c}{a}.$$



2. ábra.

Részletesen kifejtve e feltételt, azt kapjuk, hogy

$$U_I \equiv \mu x^2 - xy + \mu k^2 \geq 0 \quad (67)$$

Az $U_I = 0$ egyenlet ismét hyperbolát ábrázol, mely az (59) egyenletű 1 hyperbolának a normálisra vonatkoztatott tükröképe, úgy hogy egyik asymptotája a normális alatt fekvő és vele a surlódási szöget bezáró egyenes, és másik asymptotája a fal; fél-főtengelyeit megadják a (60) képletek. A (67) feltétel tartalma most már ez: hogy ha az I. hyperbolán vagy kívül vagy rajta fekszik a

súlypont, akkor a csúszás a zérussá válás után gördülésbe megy át, ha pedig az I. hyperbolán belül fekszik a súlypont, akkor a csúszást a zérussá válás után ellentett értelmű csúszás követi. Általában tehát a kritikus hyperbolán felül szükségünk van az I. hyperbolára is, hogy eldönthessük, melyik eset következik be a csúszás zérussá válása után. Bizonyos körülmények közt azonban egyszerűbb eljárás is célra vezet. Könnyű ugyanis kimutatni, hogy ha

$$\delta + \varphi_0 \geq \frac{\pi}{2},$$

akkor az I. hyperbola nem metszi a kritikus hyperbolát, hanem a $\varphi_0 > \delta$ esetben rajta kívül, a $\varphi_0 < \delta$ esetben rajta belül fekszik. Ennélfogva azután, ha a kritikus hyperbola azt mutatja, hogy a csúszás zérussá válik az ütközés alatt, akkor minden további vizsgálat nélkül kimondhatjuk, hogy az is marad. Az I. hyperbolára csakis akkor van szükség, ha

$$\delta + \varphi_0 < \frac{\pi}{2}.$$

Tegyük most fel, hogy a fenti hyperbola-kriteriumok azt adják, hogy a csúszás zérussá válik az ütközés alatt és utána gördülés következik be. Ekkor újabb hyperbola-kriteriummal határozhatjuk meg a surlódási impulsus előjelét. Ugyanis a (29) feltételek részletesen kifejtett alakja a következő:

$$F_1 \geq 0, \quad \text{a mint} \quad U_{II} \equiv ty^2 - xy + tk^2 \leq 0. \quad (68)$$

Ámde az $U_{II} = 0$ ismét hyperbolának egyenlete, a mely azonos a (63) egyenletű 3 hyperbolával. A (68) feltételek most már azt mondják, hogy a szerint lesz a surlódási impulsus pozitív, zérus, vagy negatív, a mint a súlypont a II. hyperbolán belül, rajta vagy kívül fekszik.

Tegyük fel végre, hogy a legelső két hyperbola-kriterium arra vezetett, hogy a csúszás zérussá válik az ütközés alatt és utána újra csúszás keletkezik. Ekkor újabb hyperbola-kriteriummal határozhatjuk meg a surlódási impulsus előjelét. Ugyanis a (39) feltételek részletesen kifejtett alakja a következő:

$$F_1 \geq 0, \quad \text{a mint} \quad U_{III} \equiv 2ty^2 - \mu x^2 - xy + (2t - \mu)k^2 \leq 0. \quad (69)$$

Az $U_{III}=0$ újra hyperbolának az egyenlete. Ennek vizsgálata azt eredményezi, hogy a_1 -el és a_2 -vel jelölve a két asymptotának a normálissal bezárt hajlásszögét

$$\operatorname{tg} a_1 = \frac{1 + \sqrt{1 + 8t\mu}}{4t}$$

$$\operatorname{tg} a_2 = \frac{1 - \sqrt{1 + 8t\mu}}{4t}.$$

Ha β -val jelöljük azt a szöget, melyet a hyperbola egyik fő-tengelye, a ξ tengely, bezár a normálissal, úgy

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{1}{2t + \mu}$$

a hyperbolának a fő-tengelyekre vonatkoztatott egyenlete lesz:

$$\frac{1}{2k^2} \left[\frac{\sqrt{1 + (2t + \mu)^2}}{2t - \mu} - 1 \right] \xi^2 - \frac{1}{2k^2} \left[\frac{\sqrt{1 + (2t + \mu)^2}}{2t - \mu} + 1 \right] \eta^2 = 1.$$

Ez az egyenlet mutatja, hogy ha $2t > \mu$, akkor a valós tengely a ξ tengely, ha viszont $2t < \mu$, akkor a valós tengely az η tengely. Abban a specziális esetben, midőn $2t = \mu$, a hyperbola egyenespárrá fajul, melynek egyenlete:

$$\mu y^2 - xy - \mu x^2 = 0$$

és melynek egyenesei egymásra merőlegesen állnak.

A III. hyperboláról könnyű megmutatni, hogy átmegy a II. és az I. hyperbola metszéspontján, ha ezek egymást tényleg metszik. Ugyanis

$$U_{III} \equiv 2U_{II} - U_I.$$

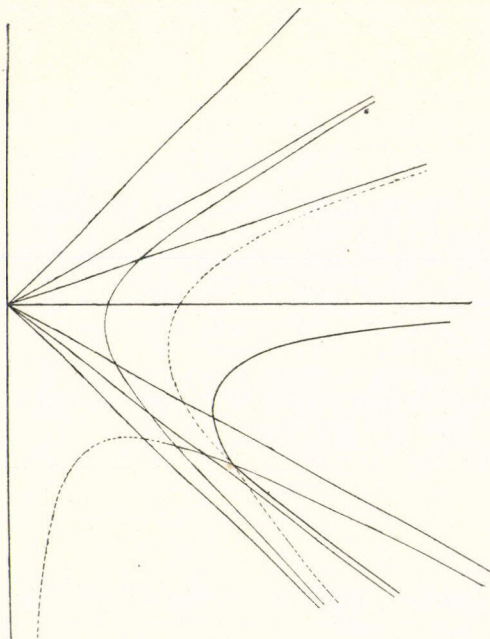
A II. hyperbola akkor nem metszi az I. hyperbolát, ha

$$\delta + \varphi_0 \geq \frac{\pi}{2},$$

ámde ekkor nincs is szükségünk az I. hyperbolára és annál kevésbé a III-ra.

Lássuk most már azt, hogy a III. hyperbola miképen dönti el a surlódási impulsus előjelét. A (69) feltételek szerint $2t > \mu$ eset-

ben a surlódási impulsus negatív, ha a súlypont a III. hyperbolán kívül; és pozitív, ha azon belül fekszik; a $2t < \mu$ esetben ellenben a surlódási impulsus a szerint lesz negatív, vagy pozitív, a mint a súlypont a III. hyperbolán belül vagy kívül fekszik. Mindkét esetben akkor lesz a surlódási impulsus zérus, mikor a súlypont rajta fekszik a III. hyperbolán.



3. ábra.

Az összes hyperbola-kriteriumok összefoglalását tünteti fel a 3-ik ábra arra az esetre, hogy $\delta = \frac{\pi}{6}$ és $\varphi_0 = \frac{\pi}{4}$, mikor is tehát $\varphi_0 > \delta$, $\delta + \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$, $2t > \mu$. Ha a súlypont bárhol a fal és a kritikus hyperbola közt fekszik, akkor a csúszás az ütközés végéig tart; ha bárhol a kritikus hyperbolán belül fekszik, akkor a csúszás zérussá válik ütközés közben. Még pedig: ha a normális fölött, akkor zérus marad a csúszás, és az ütközés második szakaszában a surlódás ugyanoly értelmű, mint az elsőben; ha a normálison, akkor

is zérus marad a csúszás és az ütközés második szakaszában zérus a surlódás; ha a normális alatt, akkor több eset lehetséges, nevezetesen: 1. ha a súlypont a normális, a kritikus hyperbola és az I. hyperbola határolta tartományban fekszik, akkor a csúszás át-megy gördülésbe, még pedig ha a II. hyperbolától balra eső részben van a súlypont, akkor a surlódási impulsus negatív, ha a jobbra eső részben, akkor pozitív és ha a súlypont a II. hyperbola vastagon kihúzott darabján fekszik, akkor zérus a surlódási impulsus, 2. ha a súlypont a kritikus hyperbola és az I. hyperbola határolta tartományban fekszik, akkor a csúszás a zérussá válása után ellentett csúszásba megy át, és a surlódási impulsus a szerint lesz negatív vagy pozitív, a mint a súlypont a III. hyperbolától balra vagy jobbra eső részben fekszik; ha a súlypont rajta fekszik a III. hyperbola vastagon kihúzott darabján, akkor zérus a surlódási impulsus.

Különösen kiemelendő az az eredmény, hogy adott μ és t , vagyis adott fizikai és geometriai állapot mellett végtelen sok olyan helyzete van a súlypontnak, hogy az ütközés utáni mozgás ugyanolyan, mint tökéletesen sima testeknél és hogy e súlyponti helyzetek geometriai helye a $\partial + \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$ esetben két egymásban folytatódó hyperbola-darab és a $\partial + \varphi_0 > \frac{\pi}{2}$ esetben egy teljes hyperbolaág.

Az $u_0 = 0$ esetben azt találjuk, hogy ha a súlypont belül fekszik az 1 vagy a I. hyperbolán, akkor csúszás következik be, ha pedig a súlypont e két hyperbolán kívül, vagy valamelyiken rajta fekszik, akkor az ütközés végéig gördülő lesz a mozgás és a szerint lesz az ütközés alatt fellépő surlódási impulsus negatív, zérus vagy pozitív, a mint a súlypont a normális fölött, rajta vagy alatt fekszik.

Az $u_0 < 0$ esettel itt sem kell foglalkoznunk, mert ennek képét egyszerűen úgy kapjuk meg, hogy az $u_0 > 0$ eset ismert képét tükrözzük a normálisra vonatkozólag.

II.

A rugalmas testnek sík falba ütközését Poisson eljárása nyomán úgy tárgyaljuk, hogy meghatározzuk a legnagyobb össze-

nyomódás pillanatában uralkodó normális impulsus értékét, N_1 -et; az ütközés végét abból a feltételből állapítjuk meg, hogy akkor a normális impulsus értéke $(1+e) N_1$, a hol e a Newton-féle visszapattanási együttható, mely az anyag rugalmasságának mértéke és 0 meg 1 között fekszik. Az egész surlódási impulsusnak meghatározásánál nagy óvatossággal kell eljárni, de a követendő módszer egészen világos. Az ütközés tartamát felosztjuk ugyanis két periodusra, az elsőre, mely az ütközés kezdetétől a legnagyobb összenyomódás pillanatáig tart és a másodikra, mely az ütközés végével ér véget. Az első fejezet szerint már meg tudjuk határozni az impulsus értékeket és a mozgásállapotot az első periodus végén, vagyis mikor az érintkező pont normális sebessége zérus; a második periodust ezután önállóan tárgyaljuk az N_1 -hez tartozó mennyiségekkel mint kezdeti feltételekkel és eldöntvén azt, hogy csúszás, vagy gördülés, vagy pedig mindkettő lesz-e a második periodus alatt, meghatározhatjuk a surlódási impulsust az ütközés végén, mivel a normális impulsust Newton hypothesis szerint ismerjük.

Most természetesen az eseteknek még nagyobb gazdagsága tárul elénk, mint a tökéletesen rugalmatlan ütközésnél. Három főesetet különböztessünk meg a szerint, hogy a csúszás az ütközés végéig megmarad, vagy pedig zérussá válik a második periodusban, vagy már az elsőben. A részletes tárgyalásnál egyelőre tételezzük fel, hogy $u_0 > 0$ és foglalkozzunk először is azzal az esettel, hogy szintén $c > 0$.

1. Keressük a feltételt, hogy a csúszás eltartson az ütközés végeig. Most az egész ütközés alatt érvényesek a (10) és (11) képletek, ennélfogva a normális impulsus értékét a legnagyobb összenyomódás pillanatában megadja N_1 -nek (12) kifejezése és így az ütközés végén a normális impulsus értéke lesz:

$$N = (1+e) \frac{w_0}{c\mu + b}. \quad (70)$$

Mivel a feltevés szerint a csúszás végig tart, a (10) képlet szerint lesz

$$\frac{u_0}{w_0} \geq (1+e) \frac{a\mu + c}{c\mu + b}. \quad (71)$$

Ez tehát annak a feltétele, hogy a csúszás ne váljék zérussá az ütközés alatt, és hogy így az ütközés végén is érvényes legyen az $|F'| = \mu N$ összefüggés. Mivel a (71) jobb oldalának legkisebb értéke az $e=0$ és $\mu=0$ -nak megfelelő $\frac{c}{b}$ és legnagyobb értéke az $e=1$, $\mu=\infty$ -nek megfelelő $2\frac{a}{c}$, ennél fogva az ütközés alatt a csúszás okvetlenül zérussá válik, ha $\frac{u_0}{w_0} < \frac{c}{b}$ és okvetlenül az ütközés végéig tart, ha $\frac{u_0}{w_0} > 2\frac{a}{c}$, bárminő legyen is a test érdességének és rugalmasságának foka.

2. A második eset az lesz, hogy a csúszás még a zérustól különböző a legnagyobb összenyomás pillanatában, de a (71) feltétel nincs teljesítve, úgy hogy a csúszás nem tarthat végig, hanem zérussá válik a második periodusban. Feltételeink most a következők:

$$\frac{a\mu+c}{c\mu+b} \leq \frac{u_0}{w_0} < (1+e) \frac{a\mu+c}{c\mu+b}. \quad (72)$$

A második periodusban a legnagyobb összenyomás pillanatától számított impulsusokat jelöljék N'_2 és F'_2 , a csúszási sebesség a második periodus elején legyen u_1 , az érintkező pont két sebességcomponensét a második periodusban jelölje u'_2 és w'_2 . Ekkor addig, a míg a csúszás tart, fennállnak a következő egyenletek:

$$u'_2 = u_1 - (a\mu+c) N'_2 \quad (73)$$

$$w'_2 = (\mu c+b) N'_2, \quad (74)$$

a hol az első fejezet eredményei szerint:

$$u_1 = u_0 - \frac{a\mu+c}{c\mu+b} w_0.$$

A (73) egyenlet mutatja, hogy a csúszás akkor válik zérussá, a mikor a normális impulsus értéke:

$$N'_2 = \frac{u_0}{a\mu+c} - \frac{w_0}{c\mu+b}.$$

A normális sebesség értéke ugyanekkor:

$$w_2^0 = \frac{c\mu + b}{a\mu + c} u_0 - w_0.$$

Annak eldöntésére, hogy mi fog történni ezután, tárgyaljuk külön a második periodus második szakaszát az N_2^0 , w_2^0 kezdeti feltételekkel. Ekkor aztán a csúszási sebesség képlete lesz:

$$u_2'' = aF_2'' - cN_2''.$$

Ez csakis úgy maradhat állandóan zérus, ha

$$F_2''' = \frac{c}{a} \cdot N_2'''.$$

a mi meg csakis akkor lehetséges, ha

$$\mu \geq \frac{c}{a}. \quad (75)$$

Ha tehát a (75) teljesítve van, akkor a csúszás zérus marad, és a fellépő surlódás pozitív. Az ütközés akkor ér véget, ha a második periodusra vonatkozó normális impulsus $N_2 = eN_1$. A hozzája tartozó surlódási impulsus két részből tevődik össze: a csúszásiból és a gördülésiből, úgy hogy:

$$F_2 = -\mu N_2^0 + \frac{c}{a} (eN_1 - N_2^0)$$

és így az egész ütközésre vonatkozó surlódási impulsus lesz:

$$F = F_1 + F_2 = -\mu N_1 - \mu N_2^0 + \frac{c}{a} (eN_1 - N_2^0).$$

A behelyettesítések elvégzésével azt kapjuk, hogy:

$$F = -\frac{1}{a} \left(u_0 - \frac{1+e}{c\mu+b} cw_0 \right), \quad (76)$$

míg a normális impulsus értéke ugyanaz, mint az első esetben. F képletében a zárjelben álló kifejezés okvetlenül pozitív, mert a (72) feltételek szerint:

$$u_0 \geq \frac{a\mu+c}{c\mu+b} w_0 \geq \frac{2c}{c\mu+b} w_0 \geq \frac{1+e}{c\mu+b} w_0.$$

Most tehát az impulsusok kifejezésében explicite előfordul a surlódási együttható és az egész ütközésre vonatkozó surlódási impulsus okvetlenül negatív.

Ha a (75) feltétel nincs teljesítve, vagyis

$$\mu < \frac{c}{a},$$

akkor a csúszás a zérussá válás után nem maradhat zérus, tehát újra csúszás fog bekövetkezni, a melynek értelme negatív, úgy hogy $F'' = \mu N_2''$. Így aztán az egész ütközésre vonatkoztatott surlódási impulsus értéke lesz:

$$F = F_1 + F_2 = -\mu N_1 - \mu N_2^0 + \mu (eN_1 - N_2^0)$$

vagy az értékek behelyettesítése után:

$$F = -\mu \left(\frac{2u_0}{a\mu + c} - \frac{1+e}{c\mu + b} w_0 \right). \quad (77)$$

Látnivaló, hogy az F értéke újra okvetlenül negatív.

3. Ezt a harmadik és utolsó esetet az jellemzi, hogy a csúszás már az első periodusban zérussá válik, a minek feltétele tudvalevőleg az, hogy:

$$\frac{u_0}{w_0} < \frac{a\mu + c}{c\mu + b}. \quad (78)$$

Itt most különféle eseteket kell tárgyalnunk a szerint, hogy az első periodus végén gördülés van-e, vagy pedig csúszás. Azt találtuk az első fejezetben, hogy ha

$$\mu \geq \frac{c}{a}$$

akkor a zérussá vált csúszást gördülés követi, és az impulsus-értékek a legnagyobb összenyomódás pillanatában meg vannak adva a (27) és (28) képletekkel. Az egész második periodusban tovább fog tartani a gördülés és az ütközés végén uralkodó impulsus-értékek a következők lesznek:

$$N = (1+e) \frac{aw_0 - cu_0}{ab - c^2} \quad (79)$$

$$F = \frac{(1+e)acw_0 - (ab+ec^2)u_0}{a(ab-c^2)} \quad (80)$$

A legutolsó képlet mutatja, hogy a szerint lesz

$$F \leq 0, \quad \text{a mint} \quad \frac{u_0}{w_0} \geq (1+e) \frac{ac}{ab+ec^2}. \quad (81)$$

Lássuk közelebbről azt az esetet, mikor a surlódási impulzus zérus. Ha meghatározzuk a normális impulzus értékét, azt találjuk, hogy:

$$N = (1+e) \frac{a}{ab+ec^2} w_0 = \frac{u_0}{c}. \quad (82)$$

Az ütközés utáni mozgás tehát független a surlódási együtt-ható értékétől, de azért nem olyan, mint tökéletesen sima testek ütközésénél, mert ez utóbbi esetben a normális impulzus értéke $(1+e) \frac{w_0}{b}$. Ha ezzel összehasonlítjuk a (82) képletet, azt látjuk, hogy a surlódás hatása most csakis abban áll, hogy kisebbé teszi a normális impulzus értékét az ütközés végén.

Ha $\mu < \frac{c}{a}$, akkor az első periodus alatt zérussá vált csúszást újra csúszás fogja követni, megváltozott értelemmel. A második periodus közben az érintkező pont csúszási sebessége leszen

$$u'_2 = u_1 - (c - a\mu) N'_2,$$

a hol $u_1 < 0$. Minthogy tehát e képlet szerint folytonosan nő az u'_2 abszolút értéke, a csúszás az ütközés végéig fog tartani. Tekintetbe véve a (37) és (38) képleteket, melyek megadják a legnagyobb összenyomás pillanatában uralkodó impulzus-értékeket, az impulzusok az ütközés végén lesznek:

$$N = (1+e) \frac{(a\mu+c)w_0 - 2c\mu u_0}{(a\mu+c)(b-c\mu)} \quad (83)$$

$$F = \frac{(1+\mu e)(a\mu+c)w_0 - 2(b+\mu^2 ec)u_0}{(a\mu+c)(b-c\mu)}. \quad (84)$$

A (84) képlet szerint

$$F \leq 0, \quad \text{ha} \quad \frac{u_0}{w_0} \geq \frac{(1+\mu e)(a\mu+c)}{2(b+\mu^2 ec)}. \quad (85)$$

Ha az $F=0$ esetben meghatározzuk a normális impulsus értékét, azt találjuk, hogy:

$$N = \frac{1+e}{b+\mu^2 ec}. \quad (86)$$

Ez újra kisebb, mint a tökéletesen sima testek ütközésénél szereplő impulsus-érték.

Feltűnő körülmény az, hogy míg a rugalmatlan ütközésnél az $F=0$ esetekben a surlódásnak épen semmi hatása sem volt az ütközés utáni mozgásra, addig a rugalmas ütközésnél, noha zérus is a surlódási impulsus, mégsem olyan az ütközés utáni mozgás mint abszolút simaság esetében lenne, mert a surlódásnak hatása abban áll, hogy kisebbiti a normális impulsust.

Tökéletesen befejezván a $c>0$ eset arithmetikai tárgyalását, áttérünk arra az esetre, hogy $c=0$, vagyis hogy az ütközés ezen-trális. A csúszás végig megmaradásának feltétele a (71)-ből most lesz:

$$\frac{u_0}{w_0} \geq (1+e)\mu \frac{a}{b}. \quad (87)$$

Ha ellenben a feltétel nincs teljesítve, de azért

$$\frac{u_0}{w_0} \geq \mu \frac{a}{b},$$

úgy a csúszás zérussá válik a második periodusban, még pedig akkor, a mikor a legnagyobb összenyomás pillanatától számított normális impulsus:

$$N_2^0 = \frac{u_0}{a\mu} - \frac{w_0}{b}.$$

Minthogy ezután a csúszási sebesség kifejezése

$$u_2'' = aF'',$$

azért a csúszás okvetlen zérus is marad, sőt a súrlódás is zérus. Így aztán az ütközés végén uralkodó impulsus-értékek lesznek:

$$N = (1+e) \frac{w_0}{b}$$

$$F = -\frac{u_0}{a}.$$

Ha végre $\frac{u_0}{w_0} < \mu \frac{a}{b}$, akkor a csúszás már az első periodusban zérussá válik és ezután mindvégig zérus is marad. Az ütközés végi impulsus-értékek ugyanazok, mint az előbbi esetben.

Vizsgálunk kell végre azt a harmadik esetet, hogy $c < 0$, vagyis hogy a súlypont a normális fölött fekszik. Ha újra $c = -c' = -\frac{x|y|}{mk^2}$, akkor az ütközés elején érvényesek a (46) és (47) képletek. Ezek mutatják, hogy ha a viszonyok olyanok, hogy

$$\frac{c'}{a} < \mu < \frac{b}{c'},$$

úgy a csúszás megmaradásának feltétele:

$$\frac{u_0}{w_0} \geq (1+e) \frac{a\mu - c'}{b - c'\mu}. \quad (88)$$

Ha e feltétel nincs teljesítve, akkor a csúszás okvetlenül zérussá válik vagy az első, vagy a második periodusban és okvetlenül zérus is fog maradni, mert a zérussá válás után a csúszási sebesség kifejezése lesz

$$u'' = aF'' + c'N''$$

és u'' állandóan zérus, mihelyt $F'' = -\frac{c'}{a} N''$, a mi most lehetséges, mert a feltevés szerint $\mu > \frac{c'}{a}$. Az is látható, hogy a surló-dási impulsus a zérussá válás után is épp úgy negatív, mint a zérussá válás előtt volt. Az ütközés végén uralkodó impulsus-értékek függenek attól, hogy a csúszás a második vagy az első periodusban vált-e zérussá. Ha a második periodusban, akkor:

$$N = (1+e) \frac{w_0}{b - c'\mu}$$

$$F = -\frac{1}{a} \left(u_0 + \frac{1+e}{b - c'\mu} c'w_0 \right).$$

És ha a csúszás már az első periodusban zérus lett, akkor

$$N = (1+e) \frac{aw_0 + c'u_0}{ab - c'^2}$$

$$F = - \frac{(1+e)ac'w_0 + (ab+ec'^2)u_0}{a(ab-c'^2)}.$$

Ha $\mu \leq \frac{c'}{a}$, úgy a csúszási sebesség folyton nő, tehát a csúszás megmarad az egész ütközés alatt.

Ha végtére $\mu \geq \frac{b}{c'}$, akkor a csúszás az első periodus alatt zérussá válik és zérus is marad az ütközés végeig, mert $\mu > \frac{c'}{a}$.

Szóljunk még röviden pár szót arról az esetről is, mikor $u_0=0$. Valamint a rugalmatlan ütközésnél, úgy most is akkor marad a csúszás állandóan zérus, ha $\mu \leq \frac{c}{a}$, és ekkor a surlódás előjele megegyezik a c előjélével. Az ütközés végén uralkodó impulsus-értékek lesznek :

$$N = (1+e) \frac{a}{ab-c^2} w_0$$

$$F = (1+e) \frac{c}{ab-c^2} w_0.$$

Tehát az ütközés utáni mozgás teljesen független a surlódási együtthatótól.

Ha ellenben $\mu < \frac{a}{c}$, akkor csúszás fog létrejönni, a mely egészen az ütközés végéig tart, és a surlódások előjele újra megegyezik a c előjélével. A végső impulsus-értékek lesznek :

$$N = (1+e) \frac{w_0}{b-c\mu}$$

$$F = \mu(1+e) \frac{w_0}{b-c\mu}.$$

Befejezván a rugalmas ütközés arithmetikai tárgyalását, térjünk át a talált eredmények geometriai értelmezésére.

Ha a (71) feltételbe behelyettesítjük az a , b , c kifejezéseket, a következő alakot kapjuk :

$$U \equiv ty^2 - (1+e)\mu x^2 + (t\mu - (1+e))xy + (t - \mu(1+e))k^2 \geq 0. \quad (89)$$

Ha az egyenlőségi jelet vesszük, ismét hyperbola-egyen-

letet kapunk, úgy hogy a csúszás akkor tart végig, ha a súlypont e hyperbolán, vagy pedig ennek egyik meghatározott oldalán fekszik. A $c < 0$ esetnek megfelelő (88) képlet kifejtett alakja ugyan csak a (89)-re vezet. Tekintettel lévén az (57) és (59)-re, a hyperbola egyenletének baloldala a következőképen írható:

$$U \equiv U_k - eU_1.$$

Ez az alak mutatja, hogy az új hyperbola átmegy a kritikus hyperbola és az 1 hyperbola négy metszőpontján. De azt már tudjuk az első fejezetből, hogy e két hyperbolának nincsen valós metszőpontja, ennél fogva a (89) hyperbola sem fogja metszeni sem a kritikus hyperbolát, sem az 1 hyperbolát. A (89) egyenlet vizsgálata azt mutatja, hogy a hyperbola középpontja az érintkező pont, hogy egyik asymptotája a normális fölött fekvő és vele a surlódási szöget bezáró egyenes, másik asymptotája a normális alatt fekszik és vele olyan α szöget zár be, hogy

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1+e}{t}.$$

E képlet mutatja, hogy a míg az e visszapattanási együttható 1-től 0-ig változik, a hyperbola mozgó asymptotája a $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{t}$ egyenlet meghatározta helyzetből addig az egyenesig forog, mely merőlegesen áll az érintkező pont ütközés előtti mozgásirányára.

A számítás szerint a hyperbola egyik főiránya, a ξ tengely, olyan β szöget zár be a normálissal, hogy:

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{1+e-t\mu}{t+(1+e)\mu}.$$

és a félfőtengelyek meg vannak adva a következőképen:

$$\begin{aligned} A^2 &= 2k^2 \frac{t-\mu(1+e)}{\sqrt{(\mu^2+1)(t^2+(1+e)^2)} - (t-\mu(1+e))} \\ B^2 &= -2k^2 \frac{t-\mu(1+e)}{\sqrt{(\mu^2+1)(t^2+(1+e)^2)} + (t-\mu(1+e))}. \end{aligned} \quad (90)$$

Itt most három esetet kell megkülönböztetnünk. Nevezetesen:

1. $t > \mu(1+e)$. Ekkor a valós tengely a ξ tengely, úgy hogy a hyperbola a normálist öleli át és a (89) szerint akkor tart végig a csúszás, ha a súlypont rajta fekszik a hyperbolán, vagy pedig ezen kívül. A kritikus hyperbola a (89) hyperbolán belül fekszik, az 1 hyperbola meg ezen kívül.

2. $t = \mu(1+e)$. Ekkor a hyperbola egyenespárrá degenerálódik, melynek egyik egyenese a normális fölött fekszik és vele a surlódási szöget zárja be, másik egyenese a normális alatt fekszik és a fallal zárja be a surlódási szöget. A kritikus hyperbola ezen az egyenes páron belül fekszik, az 1 hyperbola meg kívül.

3. $t < \mu(1+e)$. Ekkor a hyperbola valós tengelye az η tengely, úgy hogy a hyperbola a falat öleli át és a (89) feltétel szerint a csúszás akkor tart az ütközés végeig, ha a súlypont rajta fekszik a hyperbolán, vagy pedig ezen belül. A míg $t \geq \mu$, addig a kritikus hyperbola a normálist öleli át, és kívül fekszik a (89) hyperbolán, a mint azonban $t < \mu$, a kritikus hyperbola is a falat öleli át és a (89) hyperbola egészen a belsejében fekszik.

A (72) feltételeknek geometriai jelentése az, hogy a súlypont a (89) hyperbola és a kritikus hyperbola közti tartományban fekszik; ekkor aztán a csúszás okvetlenül zérussá válik az ütközés második periodusában, még pedig: ha a normális fölött fekszik, akkor zérus is marad a csúszás, és a surlódás értelme mindig olyan, mint eredetileg volt; ha a normálison rajta fekszik, akkor a csúszás zérus marad, és a surlódás is zérus a gördülés alatt; ha végre a súlypont a normális alatt fekszik, akkor általában csakis annyi mondható, hogy a zérussá válás után a surlódás ellentett értelmű, mint eredetileg volt, de azért az egész ütközésre vonatkozó surlódási impulsus előjele okvetlenül megegyezik a kezdeti előjellel.

Hogy a zérussá vált csúszást újra csúszás vagy pedig gördülés fogja-e követni, azt (75) feltétel szerint a rugalmatlan ütközésnél hasonló szerepet játszó I. hyperbola dönti el, még pedig úgy, hogy ha a súlypont ezen rajta vagy kívül fekszik, akkor gördülés következik be, ha meg belül, akkor újra csúszás, melynek értelme ellentett, mint az eredeti csúszásé.

Át kell végre térnünk arra a harmadik esetre, hogy a súlypont a kritikus hyperbolának azon az oldalán fekszik, a mely

elárulja, hogy a csúszás már az első periodusban zérussá válik. Ha a súlypont a normális fölött vagy rajta fekszik, akkor a csúszás a zérussá válás után is zérus marad, és az összes surlódási impulsus okvetlenül negatív. Ha a súlypont a normális alatt fekszik, akkor a csúszást a szerint követi gördülés vagy újra csúszás, a mint a súlypont kívül vagy belül fekszik az I. hyperbolán. Mindkét esetben lehetséges az, hogy az összes surlódási impulsus pozitív, zérus vagy negatív, és ez attól függ, hogy a súlypont egy bizonyos görbéhez képest hogyan fekszik. Az első esetben ez a görbe egy negyedrendű görbe, melynek egyenletét megkapjuk, ha a (81) feltételt részletes alakjára fejtjük ki, a második esetben pedig a görbe egy hyperbola, melynek egyenletét a (85)-nek részletesen kiírt alakja adja meg. Most nem bír különös érdekléssel e két görbének vizsgálata, mert ha a súlypont valamelyiken rajta fekszik is, és így a surlódási impulsus zérus, azért még sem lesz az ütközés utáni mozgás olyan, mint ez tökéletesen síma testeknél lenne.

III.

Az előzmények után nagyon egyszerűen intézhetjük el két egészen tetszőleges síkmozgású test egymásba való ütközésének problémáját, mert ez közvetlenül visszavezethető egy testnek sík falba való ütközésére. Elégséges lesz a tökéletesen rugalmatlan ütközéssel foglalkoznunk. A két testnek egyikét jellemezze az 1, másikat a 2. index. Vegyünk fel két különböző tengelyrendszert; mindenkinek kezdőpontja legyen a közös érintkező pont, mindenkinek z tengelye legyen merőleges a mozgás síkjára, és az x_1 meg x_2 , illetőleg y_1 meg y_2 tengelyek legyenek ellentett értelműek. Tartsuk meg az I. fejezetben használt jelöléseket, csak hogy mindenkinek betűt lássuk el a megfelelő index-szel a szerint, hogy melyik testre vonatkozik. Természetesen csakis N és F nem kap indexet, mert ezek mindkét testre nézve közösek. Ekkor mindenkinek testre külön érvényesek a megfelelő mutatóval ellátott (1) egyenletek. Ezek szerint meghatározható bármelyik test ütközés utáni mozgása, mihelyt ismerjük az N és F impulsusok értékét az ütközés végén. Ezeknek meghatározása végett az érintkező pontok relatív sebességének tangenciális és normális componensére kell fordí-

tanunk a figyelmet. Ezeket a relativ sebességi componenseket u -val és w -vel jelölve, természetesen

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 \\ w &= w_1 + w_2, \end{aligned}$$

a hol a (2), illetőleg (3) adja meg a kellő indexek alkalmazása után az u_1, u_2, w_1, w_2 értékeket.

Ha ezen értékeket behelyettesítjük és a lehetséges összevonásokat megteszszük, azt találjuk, hogy

$$u = u_0 + aF - cN \quad (91)$$

$$w = -u_0 - cF + bN \quad (92)$$

és itt az egyes állandók jelentése a következő:

$$u_0 = u_1^0 + u_2^0 \quad (93)$$

$$w_0 = w_1^0 + w_2^0 \quad (94)$$

$$a = a_1 + a_2 = \frac{1}{m_1} \left(1 + \frac{x_1^2}{h_1^2} \right) + \frac{1}{m_2} \left(1 + \frac{x_2^2}{h_2^2} \right) \quad (95)$$

$$b = b_1 + b_2 = \frac{1}{m_1} \left(1 + \frac{y_1^2}{h_1^2} \right) + \frac{1}{m_2} \left(1 + \frac{y_2^2}{h_2^2} \right) \quad (96)$$

$$c = c_1 + c_2 = \frac{1}{m_1} \frac{x_1 y_1}{h_1^2} + \frac{1}{m_2} \frac{x_2 y_2}{h_2^2}. \quad (97)$$

Mivel a (91) és (92) egyenletek tökéletesen azonosak a (2) és (3) egyenletekkel és mivel, mint erről könnyű meggyőződni, a mostani ütközési állandók között is fennáll az a kapcsolat, hogy $ab > c^2$, ennél fogva a feladatnak analitikai tárgyalása tökéletesen azonos a sík falba való ütközés analitikai tárgyalásával; minden ott levezetett arithmetikai kritérium megtartja most is az érvényességét, csakis az ütközési állandóknak megváltozott jelentését kell szem előtt tartani.

Ezzel tehát két test összeütközésének feladata arithmetikai szempontból teljesen meg van oldva, és hátra most még csak az van, hogy most is találjunk egyszerű geometriai értelmezést. Ezt két különböző módon is elérhetjük.

Az első módszer abban áll, hogy az arithmetikai feltételekbe behelyettesítjük az a, b, c értékét, és az így kapott összefüggések-

ben az egyik súlypont koordinátáit állandóknak, a másik súlypont koordinátáit pedig változóknak tekintjük. Így aztán feltételeket fogunk kapni az egyik test súlypontjának fekvésére vonatkozólag, ha a másik test ütközés előtti helyzetét adottnak vesszük fel. Könnyű meggyőződni arról, hogy az ily módon kapott kritériumok újra hyperbola-kritériumok, és hogy a hyperbolák ugyanazon asymptotákkal bírnak, mint a falba való ütközés esetében, csak a félfőtengelyek nagysága más.

A második módszernek alapgondolata az, hogy a két test egymásba való ütközése helyett tárgyaljuk egy harmadik testnek falba való ütközését. A (2), (3) és (91), (92) egyenletek azonosságából következik ugyanis, hogy két testnek egymásba való ütközésekor ugyanazok lesznek az ütközésügyi impulsus-értékek, mint egy testnek falba való ütközésekor, mihelyt a két esetben a megfelelő ütközési állandók egymással egyenlők. De ebből a feltételből meg lehet határozni a pótlo test tömegét és súlypontja helyzetét. Ha ugyanis a tényleg egymásba ütköző két test ütközés előtti mechanikai és geometriai állapota ismeretes, akkor az u_0 , w_0 , a , b , c mennyiségek állandók, és ismeretlenek a pótlo test m tömege, x , y súlypont-koordinátái és k tehetetlenségi sugara. Ezeknek meghatározására szolgálnak a következő egyenletek:

$$\begin{aligned}\frac{1}{m} \left(1 + \frac{x^2}{k^2} \right) &= a \\ \frac{1}{m} \left(1 + \frac{y^2}{k^2} \right) &= b \\ \frac{xy}{mk^2} &= c.\end{aligned}$$

E három egyenletből következik, hogy

$$(ma-1)(mb-1) = c^2.$$

Ez a másodfokú egyenlet m számára a következő két értéket adja

$$\begin{aligned}m' &= \frac{a+b+[(a-b)^2+4abc^2]^{\frac{1}{2}}}{2ab} \\ m'' &= \frac{a+b-[(a+b)^2+4abc^2]^{\frac{1}{2}}}{2ab}.\end{aligned}$$

Látnivaló, hogy mindkét gyök valós, és ha $c < 1$, akkor mind a két gyök pozitív is. De azért mindig csakis az m' gyök használható. Ha ugyanis meghatározzuk az x és y súlypontkoordinátákat, azt találjuk, hogy

$$\begin{aligned}x &= k \sqrt{ma-1} \\ y &= k \sqrt{mb-1}.\end{aligned}$$

És ha x képletében az m'' értéket használjuk fel, akkor a gyökjel alatt negatív szám áll. Ha azonban az m' értéket használjuk fel, akkor, mivel x a dolog természeténél fogva pozitív, azt kapjuk, hogy:

$$x = k \left[\frac{a-b + [(a-b)^2 + 4abc^2]^{\frac{1}{2}}}{2b} \right]^{\frac{1}{2}}$$

és y számára azt találjuk, hogy:

$$y = \pm k \left[\frac{b-a + [(a-b)^2 + 4abc^2]^{\frac{1}{2}}}{2a} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Az y két előjele közül az választandó, a melyik megegyezik a c előjelével.

A pótlótest k tehetetlenségi sugara határozatlan marad. Az érintkező pont kezdeti mozgásirányát megadják az u_0 és w_0 állandók.

Ha tehát a két test összeütközésénél azt akarjuk tudni, hogy az érintkező pont csúszásával mi történik az ütközés végéig, akkor úgy járhatunk el geometriailag, hogy az egyik testet sík fallal helyettesítjük, a másik test helyébe pedig a pótló testet teszszük, a melynek ismerjük tömegét, az érintkező pontja mozgásirányát, és a súlypontja helyzetét. Most megrajzoljuk az I. fejezet hyperboláit és az ezekre alapított kritériumokkal döntjük el, hogy az ütközésnél melyik eset következik be.

E második tárgyalásmód szerint teljesen elegendő egy testnek sík falba való ütközését tárgyalni, mert ez magában foglalja már két tetszőleges test egymásba való ütközésének problémáját is.

ÚJABB ADATOK A DIELEKTROMOS TESTEK FIZIKÁJÁHOZ.

HOOR MÓR-tól.

(Második közlemény.)

1900. évi június hó 18.-án a M. Tudományos Akadémia III. osztálya elé terjesztett dolgozatomban * közöltem azoknak a kísérleteknek eredményeit, a melyeket petroleummal telített növényrost dielektrikummal készített condensatorokon végeztem.

Az ott közölt adatok kapcsán kimutattam, hogy az ilyen condensatorok kapacitása, tehát a dielektromos állandója is a polarizáló $\frac{\partial V}{\partial n}$ igénybevétellel erősen, igen tág határok között változik.

Az idevágó előzetes kísérletekben szerzett tapasztalatok alapján oly dielektrikumot akartam mindenek előtt megvizsgálni, a melyben viscosus jelenségeknek hiánya vagy azok csekélyisége a dielektromos állandónak meghatározására többféle, és egymást ellenőrző módszernek alkalmazását teszi lehetővé. Az első közleményben leírt condensatorok anyagának készítésekor ezért első sorban a viscosus tulajdonságok kiküszöbölésére törekedtem.

E kísérletekkel egyidejűleg és azokat követőleg, az utolsó évben beható vizsgálat alá fogtam különféle egyéb anyagot is, így pl. különféle *üvegfajtákat*, *guttaperchát*, *paraffinnal* telített *növényrost rétegeket*, az elektrotechnikában alkalmazott, *mica*-leme-

* HOOR MÓR: Újabb adatok a dielektromos testek fizikájához. Math. és Természettud. Értesítő. XVIII. kötet, 268. oldal.

zekből készített és *micanit*, *megohmit* neve alatt a kereskedelem-
ben előforduló lemezeket, valamint *tiszta mica* lemezeket és
számos megfigyelést végeztem növényrost alapanyaggal, valamint
egyébb anyagokkal készített, *egyenletes* és *réteges* szerkezetű
kábeleken is.

E vizsgálatokban az első közleményben ismertetett három
módszer segítségével és az ott leírt eljárást pontosan követve
megvizsgáltam a D dielektromos állandónak a $\frac{\partial V}{\partial n}$ értéktől való
függését, ez anyagok viscosus tulajdonságait és behatóan tanul-
mányoztam mind ez anyagoknak változó elektromotoros erők
behatása alatt való magaviseletét, továbbá a hőfoknak, nyomásnak
befolyását is.

A változó elektromotoros erőkkel, elektrodynamométerrel
és wattméterrel végzett mérések különösen a gyakorlat szem-
pontjából nagy fontosságúak; ezeket a vizsgálatokat az a körülmény
tette szükségessé, hogy az irodalomban található, első köz-
leményemben idézett, és azóta is közölt kísérleti adatok között
számos ellentmondás van.

Az ide tartozó irodalmat más alkalommal, kísérleteim ered-
ményeinek összefoglalásakor akarom behatóan méltatni és itt az
újabb közlemények közül csak MERVIN O'GORMAN* kábelekről írt,
helyes elméleti, de hiányos gyakorlati alapon álló, igen érdekes
dolgozatát említem, a mely elég helyes képet ad a kérdés *gyakorlati oldalán uralkodó általános felfogásról*.

Figyelemre méltó egyébiránt MORDEY-nak** a kábelek hyste-
resis munkájára vonatkozó újabb dolgozata is, mely intő példa
arra, hogy helytelen módszerrel és nem megfelelő készülékkel
végezett kísérletek mennyire megtéveszthetik a megfigyelőt, és a
mely felett az «*Electrician*» hasábjain, megvilágítva a kérdés
igazi gyakorlati értékét, kellő kritikát gyakoroltam.***

* Mervin O'GORMAN: Insulation on Cables, «*Electrician*», XLVI. p. 782, 1901.

** W. M. MORDEY: Capacity in Alternate-Current Working. «*Electrician*», XLVI. p. 467, 1901.

*** M. HOOR: Capacity in Alternate-Current Working. «*Electrician*», XLVI. p. 591, 1901.

A dielektromos és mágnesi polarisációval járó néhány jelenség és a mechanikai igénybevételek alatt beálló változások egymelyike közötti hasonlatosság végre arra is késztetett, hogy az irodalom idevágó adatainak gyűjtéséhez fogjak, valamint ez irányban kísérleteket tegyek. Eddig végezett kísérleteim, habár még hiányosak, tisztán mutatják, hogy a dielektromos tulajdonságok, a dielektromos polarisatio jelenségei és a mechanikai rugalmasság és szívósság között szoros kapcsolat uralkodik.

Az irodalom e kérdést egyáltalán nem érinti és a megfigyelők kísérleti sorozataiból, mivel más célzattal végezték a mechanikai tulajdonságok vizsgálatát, nehéz a felhasználható anyagot kiválasztani.

Igen jó szolgálatokat tett e kérdés tanulmányozásakor REJTŐ SÁNDOR alapvető munkája,* továbbá HOWARD D. DAY** szép dolgozata, melyben a residuális szívósságnak gummi szálak hőkiterjedésére való befolyását vizsgálja.

A következőkben az említettem anyagokkal végezett, az elektrosztatikai inductiogörbék alakjának meghatározására és a viscosus tulajdonságok megfigyelésére irányuló kísérletek eredményeit akarom ismertetni.

Az elektrosztatikai inductiogörbék felvételére és a különböző $\frac{\partial V}{\partial n}$ elektrosztatikai igénybevételeknek megfelelő k kapacitások meghatározására az első közleményemben ismertetett és annak 2-ik és 4-ik ábráján bemutatott elrendezést használtam; a Q töltéseket az ugyancsak ott említett CARPENTIER-féle ballistikus tükörös galvanométerrel és részben SIEMENS-féle harangmágnesekkel felszerelt *astatikus* galvanométerrel mértem.

A CARPENTIER-féle galvanométer ballistikus állandója, melyet minden kísérleti sorozat előtt és után meghatároztam, körülbelül 0.3 százaléknnyira különbözött.

* REJTŐ SÁNDOR: Az elméleti mech. technologia néhány alaptétele. Budapest, 1896.

** HOWARD D. DAY: The Effect of Residual Viscosity on thermal Expansion; American Journ. of Science. IV. Series. II. köt. 342. oldal.

10520 OHM ellenállású körben $c_b = 0.1252 \cdot 10^{-7}$,
 2500 " " " " $= 0.1616 \cdot 10^{-7}$,
 és 750 " " " " $= 0.2915 \cdot 10^{-7}$

volt (elektromágnesi C. G. S. egységben), lengési ideje pedig 2500 OHM ellenállású körben $\tau = 9.85^s$ volt.

A SIEMENS-féle csillapított lengésű astatikus galvanométer ballistikus állandója $0.00246 \cdot 10^{-7}$ és $0.0025 \cdot 10^{-7}$ között változott az összes mérési sorozatokban; lengési ideje $\tau = 11^s$ volt.

Az elektromotoros erőket az első közleményben ismertetett elrendezés révén tükrös galvanométerrel avagy WESTON-féle normál voltméterekkel mértem. Az összes mérésekben a WESTON-féle *normálem* és a berlini *physikalisch-technische Reichsanstalt normállenállásai* képezték az alapot.

A mérések hosszú sorából, mely k. b. 8000 megfigyelést ölel fel, csak azokat közlöm, a melyeknek helyességéhez, illetőleg nagy megközelítési fokához a kedvező kísérleti feltételek és az ismételten meghatározás révén kétség nem fér.

Első sorban azokról a kísérletekről akarok beszámolni, melyeket a tavaly közöltem kísérleteket megelőzőleg, valamint azok kiegészítésére ez év elején *impregnált növényrost* dielektrikumokkal végeztem, mert ezeknek a gyakorlatban, a kábelgyártásban igen fontos szerep jut.

Ez anyagok megvizsgálásánál számba vettem mindazokat a tényezőket, melyek készítésöknél szerepelnek és megfigyeltem a különböző gyártási eljárásoknak, az impregnálás módjainak, az alap anyag előkészítésének, az impregnáló anyag chemiai és physikai tulajdonságainak befolyását. Az eredmények nem csak quantitative, de qualitative is nagyon változatos képet szolgáltatottak és szembeszökő volt néhány gyártási hibának a zavaró hatása, melyeknek teljes megismerése előtt lehetetlen volt a növényrost dielektrikumok *tipikus* tulajdonságait összeállítanom.

Az itatott rostban visszamaradt levegőnyomok, a *nyúlós* impregnáló anyag használatakor való hiányos itatás, savnyomok, az impregnáló anyagba kevert tisztátalanságok némelykor egy-egy, csak néhány óráig tartó mérési sorozat tartama alatt is megváltoztatták az anyagnak elektrosztatikai, dielektromos és vezető állandóit.

A különféle papírfajtáknak vizsgálásánál szembetűnő volt a fehéritésre használt *chlór* nyomainak jelenléte, mely különösen a szigetelő ellenállások megfigyelésekor és a kisütési görbék fölvételekor okozott zavarokat és viscosus tünetényekhez hasonló jelenségeket.*

A teljesen levegőmentes, teljesen tiszta, híg folyósra megömlesztett parafinokkal vagy parafin és gyantaneműek keverékével impregnált tiszta len-, jute- vagy manilarostok qualitative teljesen hasonlóan viselkednek, viscosus tulajdonságokat csak igen csekély mértékben mutatnak és szigetelő ellenállásuk, jobban mondva fajlagos ellenállásuk igen nagy. Ezek közül különösen kiválnak a rendes hőfokoknál lágy vagy folyós parafinokkal telített, különösen a petróleummal telített növényrost szigetelők. Ez a tapasztalás vezetett épen a tavaly ismertettem condensatorok szerkesztésére.

Következőben két, lágy *parafinnal* itatott *papircondensatornak* adatait közlöm, melyet SZVERICS EMIL úr a multiplex telefonozás céljaira készített, és nekem átengedni szíves volt.

Az egyik, következőben IX. számmal jelölt, condensator rétegvastagsága $d = 0.007$ cm., a polarizáló felület nagysága $S = 12930$ cm², a polarizált volumen $V = 90.5$ cm³.

A VIII. számmal jelölt condensator rétegvastagsága $d = 0.007$ cm., polarizáló felülete $S = 129300$ cm² és volumenje $V = 905$ cm.³

A VIII. számú condensator 0.0037 volt és 388 volt közötti elektromotoros erővel vizsgáltam meg, tehát 0.528-tól 55,500 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -ig terjedő elektrostatikai igénybevételeknek behatása alatt; a töltési időket 5 és 100 másodperc, a kisütési időket 20 és 200 másodperc között változtattam. A viscosus utóhatások kipuhítására továbbá megvizsgáltam a töltés közben való commutációnak, azaz a $\frac{\partial V}{\partial n}$ hirtelen irányváltásának befolyását, és meg-

* Úgy látszik, hogy a kabelgyárakat a manila-rostpapiros használatára és a sokkal jobb és megfelelőbb lenrost mellőzésére nagyrésztben a lenrostpapiros gyártásánál használt chlortól való félelem készíti.

figyeltem a különböző $\frac{\partial V}{\partial n}$ értékeknek megfelelő töltési és kisütési lökések közötti eltéréseket.

A viscosus hatások e két condensatorban érezhetők és sokszorta nagyobbak, mint pl. a petroleummal telített növényrost dielektrikumokban; az idevágó eredményeket az áttekinthetőség kedvéért a statikai görbékre vonatkozó kísérletek összefoglalása után fogom részletesen tárgyalni.

A fönt közölt határok között a VIII. számú condensator látszólagos kapacitása, 20 másodperczes töltési tartamok mellett, és 19·5--20·0° C. közötti hőfokoknál, alacsony igénybevételeknél

6·01 mfd körül ingadozik és $900 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételtől kezdve ha-

tározottan esökkenő irányt mutat; a különbség nem nagy, a felső határnál megfigyelt kapacitás 5·97 mfd volt. A dielektromos állandó legnagyobb megfigyelt értéke 3·68, a legkisebb 3·65, tehát az említett határok között gyakorlatilag véve állandó és független

a $\frac{\partial V}{\partial n}$ nagyságától.

A IX. számú condensatort 0·0176 Volt és 380·5 Volt közötti elektromotoros erők, tehát $2·52$ és $54400 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ közötti igénybe-

vételek hatása alatt vizsgáltam meg, egyúttal épen úgy, mint a VIII. számú condensatorban, megfigyeltem a töltéstartamnak, a $\frac{\partial V}{\partial n}$ irányváltozásának és a kisütés tartamának befolyását.

A kapacitás $2·52$ és körülbelül $715 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -nyi igénybevételek között egy-két százalékkal 0·55 mfd körül ingadozik, ezután lassan süllyed és $54400 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételnél a 0·529 mfd értéket éri el (20 másodperczes töltési tartamnál és 20° és 20·5° C. közötti hőfokok mellett). A dielektromos állandónak legnagyobb megfigyelt értéke 3·365, a legkisebb 3·236.

A dielektromos állandó hőfokegyütthatója kisebb mint a petroleummal itatott növényrost dielektrikumé és esökkenő $\frac{\partial V}{\partial n}$ -vel érezhetően növekszik.

Az alacsony igénybevételnél ezért érezhető volt a kísérlet közben beálló csekély hőfokváltozásoknak hatása és az innen, valamint az igen kicsiny elektromotoros erők mérésénél való nehézségek a $0\cdot5 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -nyi igénybevételen alúl végezett kísérleteket megbízhatatlanná teszik. Ezért az alacsony igénybevételekkel való kísérleteket egyelőre félbeszakítottam és csak a hőfok együtthatónak pontos megállapítása után fogom ismét felvenni.

A hőfok együtthatónak csökkenő $\frac{\partial V}{\partial n}$ -nél való növekedéséből azonban későbbi alkalommal kifejtendő elméleti okok alapján azt merem következtetni, hogy a dielektromos állandó még alacsonyabb igénybevételeknél növekszik és hogy *alacsonyabb hőfokoknál az elektrosztatikai inductio görbének a linearistól való eltérése észrevehetőbb lesz.*

Az e kísérleteknél alkalmazott igénybevételnek felső határát a réteg átütési feszültsége szabta meg, mely e condensatoroknál 800—900 Volt táján van. Sűrűbb pontsorozatot e felső határon felül nem vehettem fel, mert az átütési feszültséghez közel a töltés megszüntetése és a kisütés megkezdése között elmúló idő, tehát az az idő, mely a kisütő kulcs kezelésére szükséges, igen nagy befolyással van. Annyit azonban megállapíthattam, hogy az átütési igénybevételhez közel *törés* áll be az inductio görbében, a dielektromos állandó hirtelen csökken és ez a jelenség biztos előjele annak, hogy az átütési igénybevételt megközelítettük. Többszöri megfigyelésnél a csökkenés mértéke más-más, körülbelül a megfigyelt legnagyobb értéknek 15—10%-a között változik.

A VIII. sz. condensatort, mely több kisebb condensatorból volt összeépítve, az átütési igénybevételt elérő igénybevételnek vetettem alá; az egyik alosztályt e kísérletek alkalmával 820 Voltnyi elektromotoros erő átütötte.

Tanulságos eredményeket szolgáltatott a XI. számmal jelölt condensator, mely FELTEN- és GUILLEAUME-féle, 500 Volt üzemi feszültségre készült, koncentrikus kábel 81·8 méter hosszú darabjából állott.

E condensator belső vezetőjének sugara $a = 0\cdot69$ cm., külső vezetőjének sugara pedig 0·91 cm., a rétegvastagság $d = 0\cdot22$ cm.,

a hosszúság 8186 cm., tehát a polarizált volumen $V = 9000 \text{ cm}^3$ volt.

Alacsony feszültségre készült nagyobb keresztmetszetű, tehát nagy belső átmérőjű és csekély rétegvastagságú kabel kiválasztására az a meggondolás készített, hogy a hengeres condensatorban a $\frac{\partial V}{\partial n}$ érték a tengelytől való r távolsággal fordított arányban változik, az a sugarú belső hengeren

$$-\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V_a - V_b}{b \log \left(\frac{b}{a} \right)},$$

a b sugarú külső hengerfelületen pedig

$$-\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V_a - V_b}{b \log \left(\frac{b}{a} \right)},$$

ha V_a - és V_b -vel a két hengerfelület potenciálját jelölöm. Nagyobb rétegvastagságnál tehát tetemesen eltérő határok között változik a sugár mentén az igénybevétel és ezért a statikai módszer révén megállapított inductio görbe nem adja a dielektromos állandó változásainak helyes képét.

A XI. sz. kábelnél kisebb rétegvastagságú kabel nem akadt kezem ügyébe; a hiba, mely a $\frac{\partial V}{\partial n}$ sugármenti változásaiból ered, nem elhanyagolható, hiszen $\left(\frac{\partial V}{\partial n} \right)_a$ a $\left(\frac{\partial V}{\partial n} \right)_b$ -nek 1.32-szerese.

E kábelt 0.20 Volt és 1645 Volt közötti elektromotoros erők hatásának, tehát 0.91 és $7480 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ közötti igénybevételeknek vettem alá, 17—18° C. közötti hőfokoknál.

A kapacitás legnagyobb észlelt értéke 0.280 mfd, a dielektromos állandó legmagasabb értéke tehát 17.12 volt. A dielektromos állandó erősen süllyed és 6 Voltnál, azaz $27.3 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -nél a 0.055 kapacitásnak megfelelően a 3.365 értéket éri el. Ez igénybevételen túl körülbelül $4500 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételig egy-két százalékkal ez utóbbi érték körül ingadozik a D dielektromos állandó; ezen az igénybe-

vételen túl ismét lassan, alig észrevehetően sülyed és 1645 Volt-nál, azaz $7480 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételnél a kapacitás 0.045 mfd, a D a 2.75 értéket éri el.

A kapacitásnak és dielektromos állandónak 0.91 és $27.3 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ közötti igénybevételeknél való értékeit a következő I. számú táblában állítottam össze.

I. táblázat.

A XI. számú condensator kapacitásgörbéje.

| $\frac{Q_2}{V} \cdot 10^{-15}$ | D | $V \cdot 10^{-8}$ | $\frac{V \cdot 10^{-8}}{\text{cm.}}$ | Megjegyzés |
|--------------------------------|-------|-------------------|--------------------------------------|---|
| 0.28 | 17.10 | 0.20 | 0.91 | A töltés tartama $T_1 = 20^s$, a kisütés tartama $T_2 = 60^s$, hőfok: $17^\circ - 18.5^\circ \text{ C.}$ |
| 0.253 | 15.48 | 0.36 | 1.635 | |
| 0.191 | 11.70 | 0.65 | 2.95 | |
| 0.131 | 8.01 | 0.99 | 4.50 | |
| 0.110 | 6.73 | 1.53 | 6.96 | |
| 0.091 | 5.48 | 2.45 | 11.13 | |
| 0.076 | 4.57 | 3.80 | 17.75 | |
| 0.064 | 3.85 | 5.60 | 25.40 | |

Az első oszlop a ballistikus galvanométeren átmenő kisütési lökésből és a V töltő feszültségből számított látszólagos kapacitást, a második oszlop a D dielektromos állandót (760 mm. levegőre vonatkoztatva), a harmadik oszlop az elektromotoros erőt, a negyedik az igénybevételt adja elektromágnesi C. G. S. egységekben.

A dielektromos állandó tehát az előző tábla szerint alacsony igénybevételek mellett a $\frac{\partial V}{\partial n}$ értékkel erősen változik. A hőfok együttható alacsony igénybevételeknél nagyobb, mint magasabb igénybevételeknél és nagyobb mint a paraffinnal vagy petroleummal telített növényrostokkal készült condensatoroké.

Az értékeket ismételten meghatároztam és azt találtam, hogy az egész inductio görbén végig nagy befolyással volt a kisütési

idő (T_2) nagysága, 50—60^s időn túl a kisütési idő növelésének már nem volt érezhető befolyása.

Alacsony igénybevételeknél az ismételt kísérleti sorozatok teljesen hasonló jellegű görbéket szolgáltattak, habár az egyes görbék nem fedték egymást.

A hőfok változások behatása, valamint érezhető viscosus hatások folytán, a melyeket későbbben részletesen fogok tárgyalni, az I. táblában foglalt adatokból szerkesztett görbét tehát csak qualitativ és *nem quantitativ* képnek tekinthetjük.

A koncentrikus kábeleken végezett kísérletekkel kapcsolatban még egy igen komoly hibaforrásról akarok megemlékezni, mely keverékekkel telített rostkábelekben szokott jelentkezni és ismételten hibás következtetésekre adott okot.

Concentrikus kábelekben t. i. a $\frac{\partial V}{\partial n}$ érték sugármenti változása folytán változni szokott a tengely körüli koncentrikus rétegekben a dielektromos állandó az esetben, ha a szigetelőt két vagy több különböző dielektromos állandójú anyag vagy ezekkel itatott alapszövet képezi.

A nagyobb dielektromos állandójú részek lassan-lassan az alacsonyabb elektrosztatikai igénybevételek helyéről a magasabb igénybevételek helyére vándorolnak, úgy hogy a hengercondensator belső rétegeinek közepes dielektromos állandója emelkedik, ha a kábelt hosszabb időig erős polarizáló erőknél alávetjük.

A kábel dielektrikumának tulajdonságait, inductio görbéit és viscosus jelenségeit vizsgálva, e jelenségre figyelemmel kell lennünk, különösen olyan készítményeknél, a melyek nagyobb polarizáló elektromotoros erőknél alávetve még nem voltak.

Sok időt fordítottam *üveglapokkal készült* condensatorok és az üveg viscosus tulajdonságainak vizsgálatára. Az idevágó előkészítő kísérleteket évekkal ezelőtt kezdettem meg és kezdetben igen nagy nehézségekkel kellett megküzdennem. A különböző üvegfajták dielektromos állandójának nagy hőfokegyütthatója, erős és kezdetben nem kellően felismert viscosus jelenségek, végre az üvegfajták aránylag nagy vezetőképessége oly hibákat és zavarokat okoztak, hogy a több sorozatból nyert, hasonló igénybevételeknek

megfelelő D értékek látszólag minden törvényszerűség nélkül tértek el egymástól.

Zavarokat okozott végre az üveg nagy felületi vezetése, mely mindaddig, a míg a condensatorokat a levegőben tartottam, az egyes mérési sorozatok eredményeinek összehasonlítását és a megfigyelt értékek rendszerbe szedését lehetetlenné tette.

Az innen eredő hibákat oly módon zártam ki, hogy az üvegcondensatorokat tiszta savmentes evakuált petroleumba helyeztem és az üveglapokon maradt levegő nyomait kiszivattyúzás révén eltávolítottam.

Az üveglapokat az összeépítés előtt aetherben megmostam és az üveg felületén condensált levegőrétetet $130-140^{\circ}$ C.-ra való hevítés útján távolítottam el.

Következőben a III. számmal jelölt és az V. és VI. számmal jelölt 2.508 fajsúlyú, *Crown*-üvegből készült, condensatorokon megfigyelt adatokat akarom közölni.

A III. sz. üvegcondensator üveglemezeit MENGARINI tanár úr volt szíves átengedni, a ki római laboratoriumában hosszabb időig foglalkozott üvegcondensatorok gyártására czélzó kísérletekkel.

A condensatort 19×9 cm. nagyságú, 0.065 cm. vastagságú üveglemezekből építettem össze; a rétegvastagság $d = 0.065$ cm., a polarizáló felület 1440 cm^2 , a polarizált volumen 93.6 cm^3 volt.

A condensatort az összes kísérletek alkalmával petroleum-fürdőben tartottam. Az alkalmazott legalacsonyabb elektromotoros erő 0.29, a legmagasabb 1488 volt, tehát az igénybevétel 4.46 illetőleg $22900 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ volt.

A kapacitás 0.297 és 1.33 Voltnyi elektromotoros erők, azaz 4.57 és $20.45 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -nyi igénybevételek alatt 0.0251 és 0.024 mfd között ingadozik, de sülyedő irányzatú 17—18 Voltig, azaz $277 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételig, a melynél a 0.021 mfd értéket éri el; ezentúl a legmagasabb alkalmazott igénybevételig alig változik és 3—4 százalékkal 0.021 körül ingadozik. A legnagyobb megfigyelt D érték tehát 12.8, a legkisebb 10.7, és pedig 20° és 21° C. közötti hőfokoknál és 20 másodperczes töltési tartamoknál.

Az előbb közölt adatokra a töltési tartam vizsgálatánál és a viscosus tulajdonságok ismertetésekor vissza fogok térni.

Az V. és VI. számmal jelölt üvegecondensatorokat MENGARINI tanár úr a következő eljárás szerint készítette:

A 9×11 cm. nagyságú és 0.0193 cm. közepes vastagságú üveglemezekből és vékony ezüst lapokból az első közleményem 1-ső ábráján bemutatott schemához hasonlóan összeépített condensatort pestben az üveg olvadási fokáig hevítette úgy, hogy az üveglemezeknek az ezüstlemezekről be nem fedett részei összeolvadtak.

Az V. és VI. számú, egyenlő méretű condensator mind-egyikének rétegvastagsága $d = 0.0193$ cm., polarizáló felülete $S = 6300$ cm², polarizált volumenje $v = 121.5$ cm³ volt.

E két condensatort 0.02 és 524 Volt közötti elektromotoros erőkkel, azaz 1.037 és $27200 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ közötti igénybevételekkel vizsgáltam meg.

A megfigyeléseket e condensatorok anyagának nagy vezető-képessége és nagy viscositása nagyon nehézkessé és megbízhatatlanná tette, úgy hogy 200 Voltnyi elektromotoros erőn alul alig lehetett megbízható adatokat nyernem. A töltési tartam befolyása igen nagy, úgy hogy a megfigyelt látszólagos k értékek mellett meg kell adnunk a töltési tartamot, továbbá a ballistikus galvanométer lengési idejét is, különben az adatoknak nincs semmi értékük. A VI-ik számú condensatort, a mely 700 Voltnál átütött, széttröttem, hogy belső állapotát megvizsgálhassam és azt találtam, hogy az ezüst az üveggel a pestben zománcszerű anyagot képezett helyenkint, a mi a vezetőképesség nagy emelkedését, valamint a viscosus tulajdonságok előtérbe nyomulását érthetővé teszi. E hibájánál fogva ez a két condensátor igen becses adatokat szolgáltatott a dielektrikum fajlagos ellenállása és a viscosus tulajdonságok közötti kapcsolatra vonatkozólag.

200 és 524 Volt között a parallelkapcsolt V. és VI. számú condensator látszólagos kapacitása 0.40 és 0.417 mfd között, tehát a látszólagos D 6.92 és 7.22 között ingadozik (20^s töltési tartam, 60^s kisütési tartam és 20—22° C. között); a hőfok együttható nagyságára nézve nem szerezhettem megbízható adatokat, mert

a hőfokváltozásokból származó eltérések e mérések megfigyelési hibájánál kisebbek voltak.

Beható vizsgálat alá fogtam továbbá a *mica* lemezekből, valamint a *mica* lemezekből *különféle ragasztó anyagokkal* készített és a gyakorlatban *micanit* és *megohmit* név alatt ismeretes anyagokkal készített condensatorokat.

Így pl. már a tavaly közöltem kísérleteket megelőzőleg megvizsgáltam a ballistikus állandók meghatározására használtam ELLIOTT-féle *mica* condensatort és azt találtam, hogy ennek dielektromos állandója teljesen független a $\frac{\partial V}{\partial n}$ értéktől 5 és 100

Volt között. A töltési tartamok befolyása elenyésző csekély, a hőfok együttható szintén igen csekély és alig 0.001 pro 1° C.

A mica lemezekből készített szigetelő rétegek vizsgálására MEIROWSKY és társa köln-ehrenfeldi gyárában készült *megohmit-tal* tettem kísérleteket. E célból 52 × 52 cm. felületű 0.21 cm. közepes vastagságú megohmit lemezekből és ónlemezekből az első közlemény 1. ábrájában közölt schema szerint építettem össze condensatort.

A X. számú ilyen megohmit-condensator rétegvastagsága $d = 0.21$ cm., polarizáló felülete 50600 cm², polarizált volumenje 10625 cm³ volt. Ezt 0.06 és 1250 Volt közötti elektromotoros erővel, azaz 0.286 és 5950 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ közötti igénybevételek alatt vizsgáltam meg.

A kapacitás kezdetben 0.1085— és 0.1095 mfd között ingadozik, nagyobb igénybevételeknél, körülbelül 2380 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételtől kezdve emelkedik és körülbelül 5700 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevétel körül a 0.113 értéket éri el, tehát a dielektromos állandó alacsony igénybevételeknél 5.09 és 5.14 között változik, 5700 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ körül pedig $D = 5.31$, 19.5° C-nál és 20 másodperces töltési tartam mellett.

A mérés közben beálló hőfokváltozások befolyását e condensatoron nem tanulmányozhattam, mert nagy tömegénél fogva

csak igen lassan követte a kísérleti helyiség hőfokának változásait. Kísérleteket tettem továbbá guttapercha condensátorral is; következőben a VII. számmal jelölt ilyen condensátor adatait közlöm, melyet SZVETICS EMIL úr készített ugyancsak az első közleményem 1. ábrájának schemája szerint.

E condensátor rétegvastagsága $d = 0.01222$ cm., polarizáló felülete $S = 106,000$ cm², polarizált férője 1295 cm³ volt; a vizsgálatokat 0.006 és 501 Voltnyi határok közötti elektromotoros erővel, azaz 0.491 és 41000 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ közötti igénybevételekkel végeztem.

A kapacitás 19.5° C.-nyi hőfok és 20 másodperces töltések mellett alig változott; a legnagyobb megfigyelt érték 2.50, a legkisebb 2.42 mfd volt, tehát a legnagyobb dielektromos állandó 3.26, a legkisebb 3.155 volt.

A következő II. tábla az előbb közölt adatokat, és pedig az említettem condensátorok méreteit, az alkalmazott elektrosztatikai igénybevételnek felső és alsó határait adja $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -ben és elektrosztatikai C. G. S. egységekben mérve, és magában foglalja a megfigyeltem legmagasabb és legalacsonyabb k és D értékeket.

II. táblázat.

| A condensator száma, anyaga és méretei | | | Az alkalmazott | | | | A megfigyelt | | | |
|---|------------------------|------------------------|--|------------------|---|------------------|--------------|-------|-------------|-------|
| | | | legalacsonyabb $\frac{\partial V}{\partial n}$ | | legmagasabb $\frac{\partial V}{\partial n}$ | | legkisebb | | legnagyobb | |
| d cm | S cm ² | v cm ³ | $\frac{Volt}{cm}$ | $E. S. C. G. S.$ | $\frac{Volt}{cm}$ | $E. S. C. G. S.$ | k mfd. | $D.$ | k mfd. | $D.$ |
| VIII. sz. (parafin); hőfok 19·5—20° C. | | | | | | | | | | |
| 0·007 | 129300 | 905 | 0·528 | 0·00176 | 55,500 | 185·0 | 5·97 | 3·65 | 6·01 | 3·68 |
| IX. sz. (parafin); hőfok 20·0—20·5° C. | | | | | | | | | | |
| 0·007 | 12930 | 90·5 | 2·52 | 0·00838 | 54,400 | 181·2 | 5·29 | 3·236 | 0·55 | 3·365 |
| XI. sz. Felten és Guillaume- féle kabel; hőfok 17—18° C. | | | | | | | | | | |
| 0·22 | — | 9000 | 0·91 | 0·00303 | 7,480 | 24·95 | 0·045 | 2·75 | 0·280 | 17·12 |
| III. Crown-üvegcondensator, hőfok 20—21° C. | | | | | | | | | | |
| 0·065 | 1440 | 93·6 | 4·46 | 0·01485 | 22,900 | 76·3 | 0·021 | 10·7 | 0·0251 | 12·8 |
| V. és VI. sz. Crown-üveg- condensator parallel, 20—22°. | | | | | | | | | | |
| 00193 | 12600 | 243 | 1·037 | 0·00346 | 27,200 | 90·4 | 0·40 | 6·92 | 0·417 | 7·22 |
| X. sz. Megohmit condens. (19·5° C.) | | | | | | | | | | |
| 021 | 50600 | 10625 | 0·286 | 0·000952 | 5,950 | 19·85 | 0·1085 | 5·09 | 0·113 | 5·31 |
| VII. sz. Guttapercha cond. (19·5° C.) | | | | | | | | | | |
| 001222 | 106000 | 1295 | 0·491 | 0·00164 | 41,000 | 137·0 | 2·42 | 3·155 | 2·50 | 3·26 |

A T_1 töltési tartam, valamint a T_2 kisülési tartam befolyását oly módon vizsgáltam meg e condensatoroknál, hogy megfigyeltem a különböző $\frac{\partial V}{\partial n}$ igénybevételek mellett az 5, 10, 20 egészen 120 és 200 másodpercznyi T_1 időeknek ugyanazon T_2 idő mellett megfelelő Q_2 kisülési mennyiségeket és e sorozatot ismételttem ugyanazon $\frac{\partial V}{\partial n}$ mellett, de 20^s—200^s-ig terjedő T_2 kisütési tartamok mellett. Megfigyeltem továbbá az első közleményemben foglalt 4-ik ábra elrendezésében az ugyanazoknak a $\frac{\partial V}{\partial n}$ igénybevételeknek megfelelő Q_1 és Q_2 töltési és kisütési mennyiségeket, jobban mondva azokat az elektromos mennyiségeket, melyek a töltési és kisütési körbe kapcsolt ballistikus galvanométeren áthaladtak.

A töltés és kisütés közben beálló viscosus jelenségek lefolyásának gyorsaságát, illetőleg a két periodusban való viscosus folyamatok tartamát oly módon hasonlítottam össze egymással, hogy a condensatorokat T'_1 időig, 5—60 s-ig terjedő időig pl. pozitív irányú $\frac{\partial V}{\partial n}$ igénybevétellel polarizáltam, ezután a $\frac{\partial V}{\partial n}$ irányát hirtelen megváltoztattam és e negatív irányú polarizáló erő hatásának $T_1 = 5, 20 \dots 60$ s időn át vetettem alá a condensatort és megfigyeltem a T_1 idő végén kisütött condensator körén áthaladó Q'_2 elektromos mennyiséget.

Az ilyen módon megfigyelt és a különböző töltési valamint kisütési időeknek megfelelő Q_1 , Q_2 és Q'_2 mennyiségek közötti különbségeket az ugyanazon igénybevétel mellett megfigyelt legnagyobb érték százalékáiban fejeztem ki.

Az e kísérletek eredményeit összefoglaló adatok megitélésekor *számbaveendő a méréseknél használt ballistikus galvanométer lengési idejének befolyása.*

Hiszen könnyen belátható, hogy az esetre, ha a töltés vagy kisütés kezdő pillanatát követő viscosus folyamatok tartama a ballistikus galvanométer lengési idejéhez képest elég nagy, vagy ezt, mint a megvizsgáltam esetek legtöbbszörében, épenséggel fölülmúlja, ugyanazon igénybevétel mellett, ugyanazon condensator körébe kapcsolt ugyanazon ballistikus galvanométeren más-más

kilengést és evvel más-más töltéseket fogunk megfigyelni, ha a lengési időt változtatjuk. Másrészt természetes, hogy az olyan viscosus folyamatokról, a melyek mérhető idő alatt, de a lengési időhöz képest igen kicsiny időközben lefolynak, az ilyen kísérletek alapján nem szerezhetünk tájékozást.

Ezért, e módszer fogyatékosságait tapasztalva, a viscosus tulajdonságok vizsgálatára más eljáráshoz folyamodtam; mindazonáltal a későbben közölt új módszer eredményeivel való összehasonlítás kedvéért közlöm az adatokat.

A VIII. és IX. számú paraffinnal telített növényrost condensatorokban a töltési tartamnak befolyása, ha csak $T_1 > 5$ s volt, alig volt érezhető. 0·5 és $14 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételek között a 10 másodpercnyi töltő időnek megfelelő Q_2 mennyiség a 60 másodpercnyi töltési időnek megfelelő Q_2 mennyiségtől alig 2·5—3%-nyira különbözik, magasabb igénybevételeknél a T_1 nagyságának behatása egyre csökken, és $1860 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételen túl az 5 másodpercnyi töltési időnek megfelelő mennyiség alig 0·2%-kal kisebb a 60 másodpercnek megfelelő mennyiségnél.

A kisütés tartamának alig volt a Q_2 értékekre befolyása és kétségtelenül megállapíthattam, hogy a rövidre zárt vagy néhány 1000 Ohm-nyi ellenállású körrel zárt condensator polarisatioja alig mérhető csekély nyomtól eltekintve, úgyszólván rögtön, alig egy-két másodperc alatt szűnik meg.

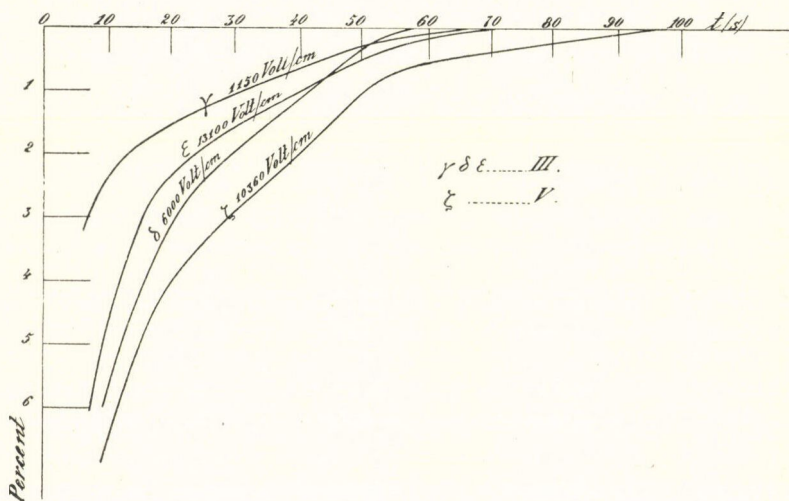
A $\frac{\partial V}{\partial n}$ igénybevételnek töltés közben irányát változtatva pedig meggyőződtem arról, hogy a VIII. és IX. sz. condensatorban a negatív irányú viscosus hatások tartama és az azokat megelőző pozitív irányú viscosus hatások tartama megközelítőleg egyenlő.

A XI. számú FELTEN- és GUILLEAUME-féle juterost kábel a paraffin condensatorokhoz hasonlóan viselkedett, az 5 és 60 másodpercnyi töltési időknél megfelelő Q_2 mennyiségek között alig volt az egész sorozaton végig 3—4%-nál nagyobb eltérés. A kisütési idő nagyságának befolyása azonban érezhető volt. Ennek oka a kábel nagy tömegében és nagy rétegvastagságában rejlik; későbben vissza fogok e jelenségre térni.

A III. és V. számú üvegcondensatorokban a töltési idő nagysága erős befolyással van a záró körbe kapcsolt galvanométeren áthaladó Q_2 mennyiségre.

Az idevonatkozó adatok alapján megszerkesztettem az első ábrán bemutatott görbéket.

Az abszcissa tengely a T_1 töltésidőket másodperczen, az ordináta tengely a $T_1 = t$ töltési időknél megfelelő Q_2 és a leg-



1. ábra.

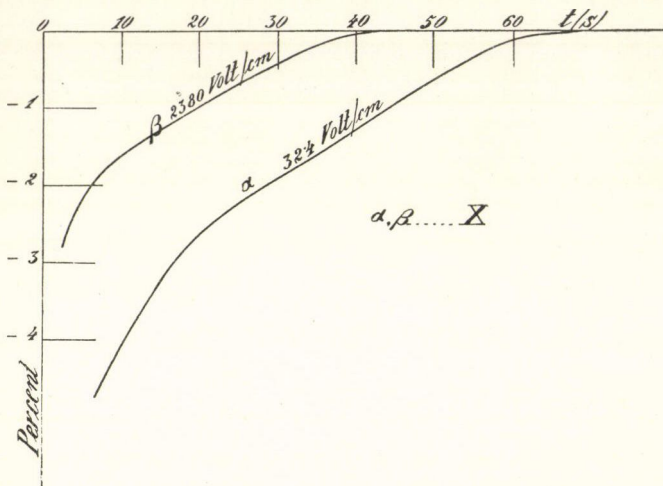
nagyobb megfigyelt Q_2 mennyiség közötti különbséget adja ez utóbbinak százalékáiban.

Jellemző az e görbéken látható két törés, a melyek helye, valamint a különböző T_1 időknél megfelelő ordináták nagysága a galvanométer lengési idejével változik; mind ez a görbe azonban ugyanazt a tipikus alakot mutatja.

A 2-ik ábrában a X. számú megohmit-condensator adataiból összeállított görbéket mutatom be. A töltés tartamának befolyása legnagyobb volt $32.4 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$, legkisebb volt $2380 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételnél.

Megjegyzem még azt, hogy a kísérleti sorozatok többszöri

ismétlése révén nyert görbék koránt sem fedik egymást, de hasonló alakúak és elég jól, az ordináták 10—20%-ára, közelítik meg egymást, föltéve hogy a T_2 időt elég nagyra vettük.



2. ábra.

Az előző kísérletek alkalmával $T_2 = 40$ másodperc volt.

A $\frac{\partial V}{\partial n}$ érték irányának töltés közben való megváltoztatása a X. számú condensatorban hasonló eredményeket mutatott, mint a VIII. IX. és XI. számú condensatorokban. A III. és V. condensatorral megejtett ilyen commutációs kísérletekből számított adatokat azonban eddig még nem sikerült rendszerbe hoznom; a kísérletek alkalmával észlelt hibákat, zavarokat az üveg csekély fajlagos ellenállásának tulajdonítom.

A töltési és kisütési lökésekből számított Q_1 és Q_2 értékek (lásd az első közleményt) legkevésbé a VIII. és IX. számú parafin condensatorokban és a FELTEN- és GUILLEAUME-féle kábelben térnek el egymástól.

A VIII. és IX. számú condensatorokban pl. 20 másodpercznél kisebb töltési idők mellett a Q_1 mennyiség alig 1—2 százalékkal nagyobb a Q_2 mennyiségnél; ha $T_1 > 20$ s, akkor a két mennyiség között alig van érezhető különbség.

A FELTEN- és GUILLAUME-féle kábelben $T_1 > 30$ s töltési idők mellett alig van a két mennyiség között különbség; csökkenő T_1 -nél a különbség, különösen alacsony, körülbelül $150 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételénél növekszik, de nem haladja meg a Q_2 érték 3·5 százalékát.

A III. számú condensatorban $300 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételen alúl csökkenő igénybevétellel növekszik a két mennyiség különbsége és $T_1 < 20$ s töltő idők esetében 3—4 százalékra, 10 másodpercznél kisebb töltési idők esetében 5—6%-ra is rúg. Magasabb igénybevételeknél a különbség csökken és $T_1 > 20$ másodperczes töltéseknek megfelelően 1—1½ százalékra süllyed.

Az V. és VI. számú condensatorokban körülbelül hasonló viszonyokkal találkozunk.

A X. számú condensatorban $T_1 < 20$ s töltési idők mellett a Q_1 és Q_2 közötti különbség 1—2%, nagyobb töltési idők mellett alig észlelhető és a mennyire követhetem, független az elektrostatikai igénybevétel nagyságától a megvizsgáltam határok között.

Mindezek a kísérletek arról tanuskodnak, hogy a megvizsgáltam condensatorokban a polarizáló elektromotoros erők hatása alatt a dielektrikumban véges tartamú, több másodperczig, sőt perczig tartó változások állnak be, úgy hogy a dielektrikumban a stationär állapot csak elég hosszú idő múlva, a polarizáló elektromotoros erő hatásának megkezdése utáni 20—100 másodpercz múlva áll be. Együttal azt is látjuk, hogy az e lassú utóhatások alkalmából a töltő áramforrás végezte és a condensator dielektrikumában felhalmozott munka a condensator kisütése alkalmával csak igen kevésbé befolyásolja, jobban mondva változtatja azt a munkát, a melyet a ballistikus galvanométer segítségével észlelünk, illetőleg a $\frac{Q_2 V}{2}$ formula szerint a kisütési mennyiségből és a V potenciálkülönbségből számítunk. Hangsúlyozni akarom azonban azt, hogy e tényből a $\frac{Q_2 V}{2}$ energia felhalmozására szükséges időre következtetni nem lehet, valamint nem lehet eldönteni azt a kérdést sem, hogy a condensatornak ballistikus galvanométer

adatai alapján számított munkájából mekkora rész halmozódik fel (illetőleg változik át hővé a kisütés alkalmával) az elmélet feltételezte igen rövid idő alatt és mekkora az a rész, melyre a *viscosus változás* elnevezését alkalmazhatjuk.

Az itt felállítottam kérdésre, a mely a dielektromos testek elméletére igen nagy fontosságú és melynek kísérleti vizsgálása a dielektromos polarisációval kapcsolatos molekuláris folyamatok megértésére föltétlenül szükséges, a rendelkezésünkre álló irodalmi, elméleti és kísérleti irányú adatok alapján positiv feleletet nem adhatunk.

A gyorsan váltakozó elektromotoros erővel végzett kísérletek, így azok a kísérletek, a melyeket magam $\frac{1}{15}$ — $\frac{1}{50}$ másodperc tartamú sinusoid elektromotoros erővel, elektrodynamometerrel és wattméterrel végeztem, szintén nem szolgáltatnak elég alapot a hosszú tartamú viscosus folyamatok alatt a dielektrikumban felhalmozott munka integrál nagyságának megítélésére.

Ezért e kísérletek sorát megszakítva, megkísérlettem e lassú változások quantitativ vizsgálatát, és leküzdvé a kezdetben felmerült kísérleti nehézségeket, sikerült elég megbízható, és a mennyire az irodalmat ismerem, teljesen új adatokat meghatároznom.

Idevágó vizsgálataimban a condensator polarisációját jellemző és a condensator polarisációjára fordított munkát meghatározó

$$\frac{QV}{2} \text{ avagy } \frac{k \cdot V^2}{2}$$

képletből indultam ki.

E képletet, mely ez alakjában a természetben előforduló dielektromos testekre nem alkalmazható és ideális dielektrikumra vonatkozik, kétféleképen magyarázhatjuk: felfoghatjuk azon munka gyanánt, melyet akkor kell végeznünk, ha a condensator töltéseit a végtelenből a condensatorra hozzuk, vagy annak a munka integrálnak vehetjük, a melyet a condensator dielektrikumának polarisációjakor ebben felhalmoztunk.

Azt a $\frac{k \cdot V^2}{2}$ munkát, melyet az áramforrás a condensatorban

a polarisatio létesítésére felhalmozott, valamely koordináta rendszerben derékszögű háromszög területe ábrázolja, melynek egyik

befogója $k \cdot V$, másik befogója V , átfogója pedig a $k \cdot V = Q$ és V közötti lineáris összefüggést ábrázolja.

Ha Q nem lineáris függvénye a condensatort polarizáló V elektromotoros erőnek, akkor a condensatorban felhalmozott energiát nem háromszög, hanem a $k \cdot V$ és V hosszak, továbbá a $k \cdot V$ és V pontok meghatározta görbe közé zárt terület adja és méréseinkben ez az energia fog szerepelni.

Ha a condensator polarisatio állapota a polarizáló erő változásait nem rögtönösen követi, hanem a megfigyelésre használt ballistikus galvanométer lengési idejéhez mérten érzervehető idő alatt, vagy éppen hosszabb időn át *viscosus változások* állnak be, első sorban annak a megállapítására kell törekednünk, hogy valamely adott dielektrikumban, adott $\frac{\partial V}{\partial n}$ hatása alatt mekkora a ballistikus galvanométer révén mérhető gyors lefolyású w_1 és mekkora a lassú folyamatra fordított w_2 munkának nagysága.

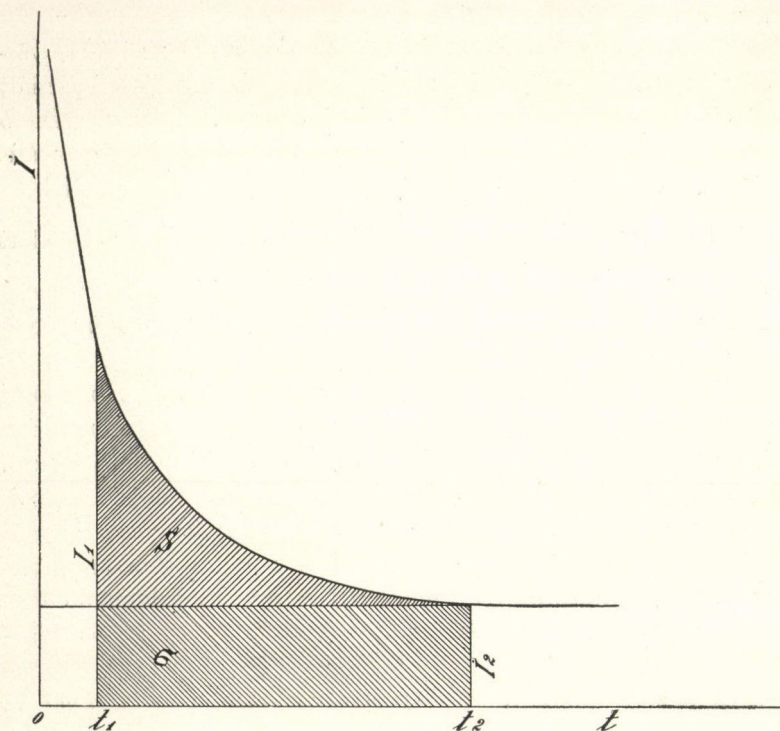
A kettő között *különbséget elvi szempontból a priori tenni nem szabad*, a kettőnek szétválasztása tisztán csak a méréseknél alkalmazott készülékek mérési határaitra való tekintettel jogosult.

Tegyük fel pl. hogy a 3-ik ábrának görbéje a töltési áramnak a polarisáló folyamat megkezdésétől a folyamat befejezéseig való lefolyását ábrázolja; az ordináta tengely a polarisatióra fordított úgynevezett condensator áramnak (I_c) és a véges szigetelő ellenállásból eredő I_e áramerősségek $I_c + I_e = I_1$ összegét a polarisatio megkezdése óta elmúlt t idő függvényében adja.

A kezdetben, pl. t_1 idő alatt lefolyó áramintegrált, tehát az ordináta tengely, az I_1 ordináta, a t_1 valamint az áramgörbe határolta területet ballistikus galvanométerrel meghatározhatjuk, feltevé, hogy t_1 a lengési időhöz képest elég csekély. Az áramgörbének t_1 és t_2 időpontok közötti részét pedig elég érzékeny tükörs galvanométerrel határozhatjuk meg; az S terület a töltő elektromotoros erővel szorozva azt a *felső* határt adja, a melynél a $t_2 - t_1$ időközben felhalmozott w_2 viscosus polarisatio munka *nagyobb nem lehet*.

A következőben ismertetett kísérleteknek e meggondolás képezte alapját.

Az áramerősség mérésére a már említettem SIEMENS-féle asztatikus és kellően csillapított tükrös galvanométert használtam fel. Galvanométeres állandóját minden kísérleti sorozat előtt és után meghatároztam; az állandó a különböző, hónapok folyamán végezett kísérleti sorozatokban más-más volt, az egymás után következő sorozatokban napokig, addig, míg a galvanométer



3. ábra.

szomszédos ágában nagyobb vasmennyiségeket el nem mozgattak, teljesen állandó volt, az állandónak legkisebb értéke $0.741 \cdot 10^{10}$, legnagyobb értéke $0.883 \cdot 10^{10}$ volt *elektromágnesi C. G. S. egységekben* mérve.

A kísérleteket oly módon végeztem, hogy a condensatorokat 10-től 20000 OHM-ig terjedő ellenállásokkal sorosan kapcsolva töltöttem és a töltés első másodperceiben a galvanométer körét,

mely a soros ellenálláshoz párhuzamban volt, megszakítva tartottam. A galvanométert körülbelül az 5-ik másodperczen kapcsoltam a soros ellenálláshoz úgy, hogy a 10 másodpercztől kezdve az $I = I_c + I_e$ értékeket megfigyelhettem. Az időt chronograph-fal és részben metronommal, az elektromotoros erőt tükrös galvanométerrel és WESTON-féle normál Voltméterekkel mértem.

A következő III. tábla a X. számú *megohmit*-condensatoron végzett kísérletek eredményeit mutatja, és pedig a töltés kezdetétől számított t időt másodperczen, a megfigyelt I áramerősséget elektromágnesi C. G. S. egységben és a töltésnek 5-ik másodperczétől fogva a condensatorba felhalmozott w_2 munkát, tehát a

$$V. \int_0^t I_c dt \text{ munkát erg-ben adja.}$$

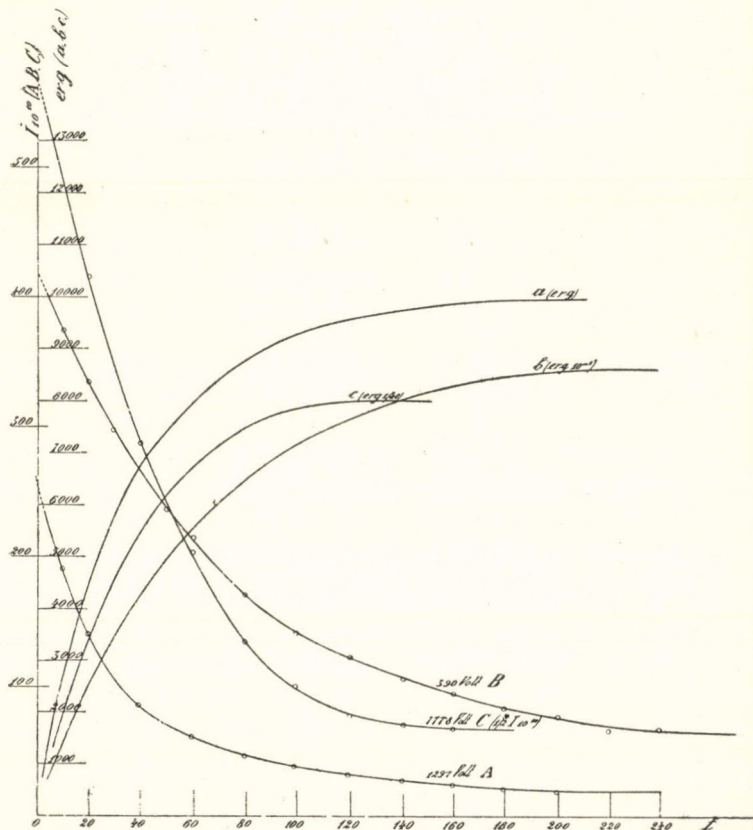
III. táblázat.

X. számú megohmit-condensator.

| A ... $V=129\cdot7\cdot10^8$ | | | B ... $V=390\cdot10^8$ | | | C ... $V=777\cdot8\cdot10^8$ | | |
|--|-----------------|---------------------------------|------------------------|-----------------|---------------------------------|--|-----------------|---------------------------------|
| t (s) | $I\cdot10^{10}$ | $V\cdot\int_5^t I_c dt$ erg. | t (s) | $I\cdot10^{10}$ | $V\cdot\int_5^t I_c dt$ erg. | t (s) | $I\cdot10^{10}$ | $V\cdot\int_5^t I_c dt$ erg. |
| 0 | — | — | 0 | — | — | 0 | — | — |
| 10 | 189 | 2580 | 10 | 370 | 12750 | 10 | 968 | 70500 |
| 20 | 139 | 4450 | 20 | 332 | 23830 | 20 | 827 | 129300 |
| 30 | — | 5750 | 30 | 296 | 33500 | 30 | — | 176900 |
| 40 | 83·8 | 6720 | 40 | — | 41840 | 40 | 570 | 214800 |
| 50 | — | 7370 | 50 | 236 | 49060 | 50 | — | 245100 |
| 60 | 60 | 7950 | 60 | 214 | 55180 | 60 | 405 | 268250 |
| 70 | — | 8400 | 70 | — | 60370 | 70 | — | 285650 |
| 80 | 45·9 | 8800 | 80 | 170 | 64750 | 80 | 269 | 298000 |
| 90 | — | 9050 | 90 | — | 68490 | 90 | — | 306550 |
| 100 | 37·1 | 9300 | 100 | 141·4 | 71610 | 100 | 200 | 312300 |
| 110 | — | 9450 | 110 | — | 74300 | 110 | — | 316190 |
| 120 | 31·3 | 9570 | 120 | 123·7 | 76600 | 120 | 154·5 | 318520 |
| 130 | — | 9660 | 130 | — | 78612 | 130 | — | 319820 |
| 140 | 26·9 | 9750 | 140 | 106·0 | 80327 | 140 | 140 | 320440 |
| 150 | — | 9830 | 150 | — | 81770 | 150 | — | — |
| 160 | 23·85 | 9870 | 160 | 95·0 | 83002 | 160 | 136 | — |
| 170 | — | 9930 | 170 | — | 83936 | A szigetelő ellenállás $\varrho=5720$ | | |
| 180 | 21·2 | 9950 | 180 | 84·0 | 84718 | | | |
| 190 | — | — | 190 | — | 85326 | | | |
| 200 | 18·55 | 10000 | 200 | 77·3 | 85755 | | | |
| A szigetelő ellenállás $\varrho=7000\cdot10^6$ ohm. | | | 210 | — | 86067 | | | |
| | | | 220 | 66·3 | 86285 | | | |
| | | | 230 | — | — | | | |
| | | | 240 | 66·0 | — | A szigetelő ellenállás $\varrho=5920\cdot10^6$ ohm. | | |
| | | | | | | | | |

A $V\cdot\int_5^t I_c dt$ munkának számításakor a $t = 10$ másodpercznél kisebb időnek megfelelő I_c értékeket a görbéből extrapolatio útján kerestem meg.

A 4-ik ábra A, B, C görbéi a X. számú condensatornak a III. tábla adatai alapján szerkesztett áramgörbéit, az a, b, c görbék a $w_2 = V \cdot \int_0^t I_c dt$ értékeit, t idő függvénye gyanánt erg -ben adják.



4. ábra.

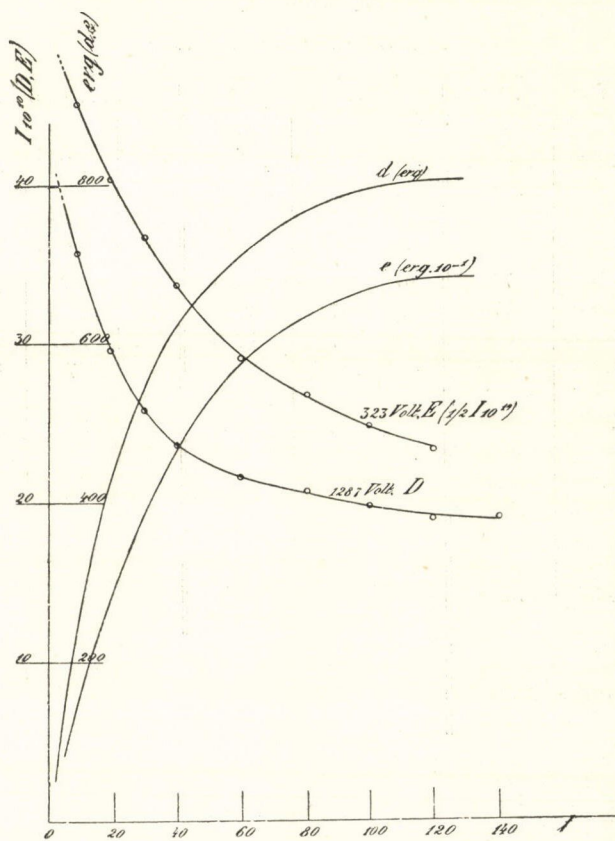
A IV. tábla a IX. számú parafin-condensator adatait mutatja.

IV. táblázat.

IX. sz. parafin-condensator.

| $D \dots V=128 \cdot 7 \cdot 10^8$ | | | $E \dots V=323$ | | |
|--|-------------------|---------------------------|--|-------------------|---------------------------|
| $t \text{ (s)}$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ | $t \text{ (s)}$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ |
| 0 | — | — | 0 | — | — |
| 10 | 35·50 | 261·5 | 10 | 90 | 1615 |
| 20 | 29·45 | 435·7 | 20 | 80·4 | 2879 |
| 30 | 25·66 | 543·7 | 30 | 73·0 | 3879 |
| 40 | 23·56 | 617·1 | 40 | 67·1 | 4647 |
| 50 | — | 668·6 | 50 | — | 5247 |
| 60 | 21·46 | 708·8 | 60 | 58·1 | 5709 |
| 70 | — | 739·7 | 70 | — | 6057 |
| 80 | 20·62 | 764·1 | 80 | 53·4 | 6328 |
| 90 | — | 782·1 | 90 | — | 6521 |
| 100 | 19·77 | 792·4 | 100 | 49·5 | 6657 |
| 110 | — | 798·2 | 110 | — | 6741 |
| 120 | 18·95 | 801·4 | 120 | 46·7 | 6786 |
| 130 | — | — | 130 | — | 6807 |
| 140 | 18·90 | — | — | — | — |
| $\varrho=6820 \cdot 10^6 \text{ ohm.}$ | | | $\varrho=6920 \cdot 10^6 \text{ ohm.}$ | | |

Az 5-ik ábra D és E görbéi az e tábla adataiból szerkesztett áramgörbéket, a d és e görbék a t időknél megfelelő w_2 munka-integrálokat adják.



5. ábra.

Az V. tábla a III. sz. üvegcondensatornak, a VI. tábla a XI. számú kábelnek adatait mutatja.

A 6-ik ábra az V. tábla adataiból szerkesztett görbét mutatja.

V. táblázat.

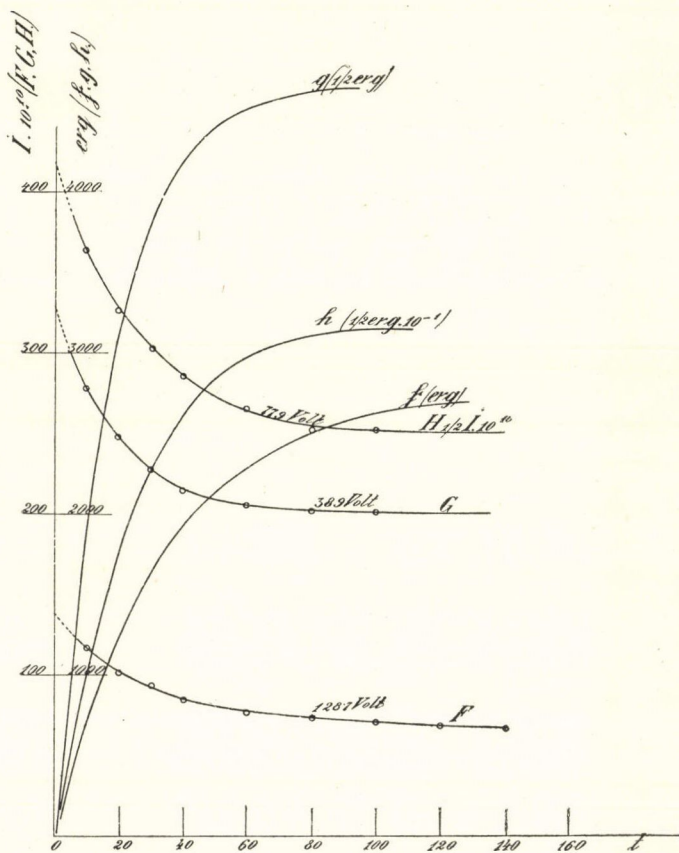
III. sz. Crownüveg-condensator.

| $F \dots V=128 \cdot 7 \cdot 10^8$ | | | $G \dots V=389 \cdot 10^8$ | | | $H \dots V=779 \cdot 10^8$ | | |
|-------------------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------------------------|-------------------|---------------------------|-------------------------------------|-------------------|---------------------------|
| $t(s)$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ | $t(s)$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ | $t(s)$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ |
| 0 | — | — | 0 | — | — | 0 | — | — |
| 10 | 115 | 748 | 10 | 278 | 3890 | 10 | 728 | 21340 |
| 20 | 100 | 1275 | 20 | 247 | 6265 | 20 | 650 | 25820 |
| 30 | 92·0 | 1661 | 30 | 227·5 | 7625 | 30 | 605 | 45800 |
| 40 | 83·0 | 1934 | 40 | 214·0 | 8384 | 40 | 570 | 52500 |
| 50 | — | 2125 | 50 | — | 8812 | 50 | — | 56860 |
| 60 | 75·1 | 2280 | 60 | 205·5 | 9045 | 60 | 530 | 59510 |
| 70 | — | 2405 | 70 | — | 9162 | 70 | — | 61068 |
| 80 | 72·0 | 2495 | 80 | 201·0 | 9240 | 80 | 504 | 62158 |
| 90 | — | 2565 | 90 | — | 9298 | 90 | — | 62936 |
| 100 | 68·5 | 2619 | 100 | 201·0 | — | 100 | 504 | 63248 |
| 110 | — | 2657 | $\rho=1930 \cdot 10^8 \text{ ohm.}$ | | | $\rho=1545 \cdot 10^8 \text{ ohm.}$ | | |
| 120 | 66·3 | 2683 | | | | | | |
| 130 | — | — | | | | | | |
| 140 | 65·4 | — | | | | | | |
| $\rho=1970 \cdot 10^8 \text{ ohm.}$ | | | | | | | | |

VI. táblázat.

XI. sz. juterostkabel.

| $I \dots V=323 \cdot 10^8$ | | | | | |
|--------------------------------------|-------------------|---------------------------|--------|-------------------|---------------------------|
| $t(s)$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ | $t(s)$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ |
| 0 | — | — | 50 | — | 1607 |
| 10 | 23·6 | 805 | 60 | 5·47 | 1636 |
| 20 | 14·3 | 1258 | 70 | — | 1649 |
| 30 | 8·84 | 1461·5 | 80 | 4·63 | 1655 |
| 40 | 6·73 | 1555 | 90 | — | — |
| $\rho=69800 \cdot 10^8 \text{ ohm.}$ | | | | | |



6. ábra.

A VII. tábla a VII. számú gutta-percha-condensatoron megfigyelt adatokat foglalja magában.

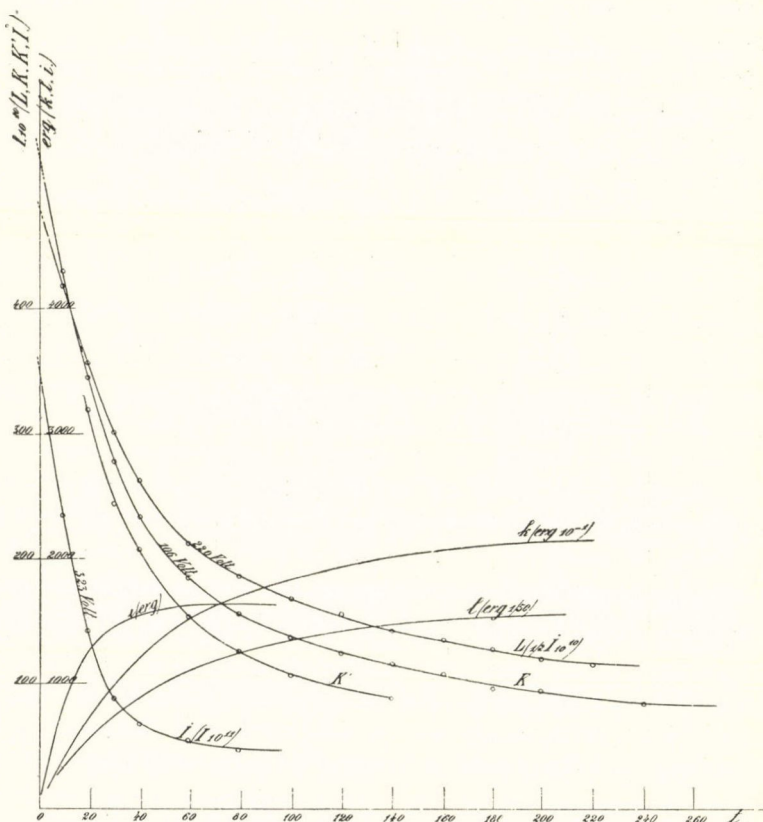
VII. táblázat.

VII. sz. guttapercha-condensator.

| $K \dots V=106 \cdot 10^6$ | | | $L \dots V=220 \cdot 10^6$ | | |
|-------------------------------------|-------------------|---------------------------|------------------------------------|-------------------|---------------------------|
| $t \text{ (s)}$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ | $t \text{ (s)}$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ |
| 0 | — | — | 0 | — | — |
| 10 | 430 | 4210 | 10 | 838 | 15920 |
| 20 | 345·5 | 7410 | 20 | 714 | 27870 |
| 30 | 279·0 | 9810 | 30 | 604 | 37240 |
| 40 | 234·5 | 12200 | 40 | 528 | 44450 |
| 50 | — | 13900 | 50 | — | 50300 |
| 60 | 184·8 | 15270 | 60 | 426 | 55050 |
| 70 | — | 16250 | 70 | — | 59050 |
| 80 | 157·3 | 17190 | 80 | 374 | 62440 |
| 90 | — | 17910 | 90 | — | 65390 |
| 100 | 138·5 | 18540 | 100 | 337 | 67940 |
| 110 | — | 19080 | 110 | — | 70100 |
| 120 | 125·7 | 19560 | 120 | 313 | 71900 |
| 130 | — | 19970 | 130 | — | 73400 |
| 140 | 117·0 | 20320 | 140 | 287 | 74720 |
| 160 | 108·6 | 20890 | 160 | 272 | 76600 |
| 180 | 97·4 | 21300 | 180 | 257 | 78000 |
| 200 | 96·0 | 21580 | 200 | 241 | 78760 |
| 220 | — | 21740 | 210 | — | 79000 |
| 230 | — | 21780 | 220 | 233·5 | — |
| 240 | 85·5 | — | $\rho=945 \cdot 10^6 \text{ ohm.}$ | | |
| 260 | 84·0 | — | | | |
| $\rho=1260 \cdot 10^6 \text{ ohm.}$ | | | | | |

A 7. ábra a VI. és VII. tábla adataiból szerkesztett görbéket mutatja; ez ábrán egyúttal a megfigyelt adatok alapján megszerkesztettem a VII. sz. guttapercha-condensator 106 Volt töltőfeszültségnek megfelelő kisütési áramgörbéjét (K'). Az ábrából látható, hogy e görbének alakja teljesen hasonló a töltési áramgörbék alakjához.

A megfelelő munkát e görbéből számítani nem lehet, mert az egyidejűleg a condensátor elektrodjain uralkodó elenyésző csekély elektromotoros erőket az áramerősségből és a galvanométerkör ellenállásából ugyan számíthatjuk, de a condensator valósá-



7. ábra.

gos elektromotoros erejét nem ismerjük. Annyi bizonyos, hogy a kisütési görbének megfelelő munka integrál a töltési munka integrálhoz képest elenyésző csekély. Ez esetben is, valamint a többi esetben kivétel nélkül azt láttam a kisütési görbék megfigyelése révén, hogy a töltési periodusban a condensatorban fel-

raktározott w_2 polarisatio munka a kisütési periodusban igen rövid, alig 3—4 másodpercnyi időközben változik át hővé.

Tanulságos példát szolgáltatott a már említettem nagy viscositásnál fogva az V. számú összeolvasztott *Crown*-üveg condensator, egyúttal az utóbbi módszerrel nyert adatoknak a ballistikus galvanométerrel meghatározott adatokkal való összehasonlítása tisztán megmutatta, hogy a ballistikus galvanométer adataiból a w_2 munkának igazi nagyságára következtetni nem lehet.

E condensatoron végezett egyik kísérleti sorozat adatait a VIII. tábla mutatja.

VIII. táblázat.

V. és VI. sz. *Crown*-üvegcondensator.

| $M \dots V = 64 \cdot 6 \cdot 10^8$ | | | | | |
|---|-------------------|---------------------------|-----------------|-------------------|---------------------------|
| $t \text{ (s)}$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ | $t \text{ (s)}$ | $I \cdot 10^{10}$ | $V \cdot \int_5^t I_c dt$ |
| 0 | — | — | 160 | 42,700 | — |
| 10 | — | — | 180 | 41,700 | — |
| 20 | 45,600 | — | 200 | 41,100 | — |
| 40 | 45,600 | — | 240 | 39,200 | — |
| 60 | 45,600 | — | 260 | — | — |
| 80 | 45,600 | 698,000 | 280 | — | — |
| 120 | 44,500 | — | 300 | 36,800 | — |
| 140 | 43,500 | — | 360 | 34,900 | — |
| — | — | — | 600 | 32,000 | 2.960,000 |
| $\rho = 2 \cdot 02 \cdot 10^8 \text{ ohm.}$ | | | | | |

Kétségtelen, hogy e condensatorban a $V \int_5^t I_c dt$ munkában nem csak molekuláris, hanem *chemiai munka* is foglaltatik; eddigi kísérleteimből egyébiránt ugyanezt merem következtetni a III-ik számú *Crown*-üvegcondensatorra, valamint a X. számú megohmit-condensatorra vonatkozólag is.

Egyáltalán eddigi tapasztalásaim alapján valószínűnek tartom azt, hogy az összes *másodrendű* vezetők, melyek közönséges hőfokoknál rossz vezetők és magasabb hőfoknál jó vezetőkké válnak, és a melyek közé az üveg is tartozik, az *üveghez hasonlóan erős viscosus tulajdonságokat mutatnak*, a melyek alatt chemiai változások lappanganak.

A IX. táblában összeállítottam az áttekinthetőség kedvéért az imént közölt adatokat, valamint a condensatorok fajlagos ellenállását, továbbá a ballistikus mérés alapján a $\frac{QV}{2}$ képletből számított köbcentiméterenkinti polarisatio munkának a köbcentiméterenkinti viscosus munka integráljához való viszonyát.

IX. táblázat.

| Kísér- leti sorozat | Töltő e. m. erő Volt | $\frac{\partial V}{\partial n}$ Volt cm | $V \cdot \int_5^t I_c dt = w_2$ erg | $V \cdot \int_5^t I_\rho dt = w_\rho$ erg | t A visco- sus változás tart. | ρ A szige- telő ellenállás Megohm. | $\frac{w_2}{\text{cm}^3} = \varepsilon$ erg | $\frac{w_\rho}{\text{cm}^3}$ erg | $e = \frac{Q V \cdot 1/2}{\text{cm}^3}$ erg | $\frac{\varepsilon}{e}$ | A fajlagos vezető- képesség Ohm. Cm. |
|---------------------------|-------------------------------|---|--|--|---|---|--|-------------------------------------|--|-------------------------|---|
| A | 129·7 | 618 | 10,000 | 4,670 | 200 | 4,670 | 0·942 | 0·439 | 0·862 | 1·09 | 1·125·10 ¹⁵ |
| B | 390·0 | 1860 | 86,280 | 58,300 | 220 | 5,730 | 8·12 | 5·49 | 7·80 | 1·145 | 1·38·10 ¹⁵ |
| C | 777·8 | 3700 | 320,000 | 148,000 | 140 | 5,720 | 30·10 | 13·92 | 31·3 | 0·962 | 1·38·10 ¹⁵ |
| D | 128·7 | 18400 | 801·4 | 2,920 | 120 | 6,820 | 8·86 | 32·30 | 485·0 | 0·0183 | 12·57·10 ¹⁵ |
| E | 323·0 | 46200 | 6,807 | 19,600 | 130 | 6,920 | 75·3 | 216·0 | 3050 | 0·0247 | 12·77·10 ¹⁵ |
| F | 128·7 | 1980 | 2,683 | 10,010 | 120 | 1,970 | 28·65 | 106·8 | 18·57 | 1·54 | 4·37·10 ¹³ |
| G | 389·0 | 5980 | 9,298 | 70,300 | 90 | 1,930 | 99·20 | 751·0 | 169·5 | 0·585 | 4·28·10 ¹³ |
| H | 779·0 | 12000 | 63,250 | 392,000 | 100 | 1,545 | 676 | 4190 | 680·0 | 0·993 | 3·43·10 ¹³ |
| I | 323·0 | 1470 | 1,655 | 1,195 | 80 | 69,800 | 0·184 | 0·133 | 3·19 | 0·0527 | 13·05·10 ¹⁵ |
| K | 106·0 | 8680 | 21,780 | 20,500 | 230 | 1,260 | 16·8 | 15·8 | 106·4 | 0·158 | 10·95·10 ¹⁵ |
| L | 220·0 | 18000 | 79,000 | 107,800 | 210 | 945 | 61·0 | 83·3 | 458·0 | 0·133 | 8·22·10 ¹⁵ |
| M | 64·6 | 3350 | 2,960,000 | 12,400,000 | 600 | 2·02 | 24,300 | 102,000 | 32·3 | 750 | 6·59·10 ¹¹ |

A IX. táblával kapcsolatban még megjegyzem, hogy megfigyeltem az első közleményemben ismertetett *I. és II. sz. condensatorok áramgörbéit is* annak idején.

Ezeknek pontos megállapítását a rendelkezésemre álló eszközökkel azonban megnehezítette az a tény, hogy a görbe lefolyása igen gyors és a viscosus változás tartama alig több 10—20 másodpercznél. Annyi azonban kiviláglik az I. és II. condensatorokon végzett idevágó kísérletekből, hogy a w_2 munka a ballistikus galvanométer révén megfigyelt w_1 munkához képest igen csekély, így pl. 10,000 és 60,000 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -nyi igénybevételek között a köbczentiméterenkinti viscosus munka az ugyanazon igénybevételnek megfelelő köbczentiméterenkinti e munkának (lásd a IX. táblát) alig 1—1·5 százaléka.

A IX. táblában összeállított adatokat vizsgálva világosan látjuk, mennyire eltérő a töltés periodásában beálló viscosus változás relativ nagysága. A míg pl. a IX. számú *paraffincondensatorban* (D. E.) a köbczentiméterenkinti viscosus munka felső határa az ugyanazon igénybevételnek megfelelő, a ballistikus galvanométer adataiból számított köbczentiméterenkinti munkának csak 1·83 illetőleg 2·47 százaléka (az I. és II. condensatorokban csak 1—1·5 százaléka), addig a XI. számú kábelben már 5·27 százaléka (*I*), a VII. számú *guttapercha* condensatorban 15·8 és 13·3 százaléka (*K, L*), a X. *megohmit* condensatorban 96—114 százaléka, és az V. számú összeolvasztott condensatorban (*M*) épenséggel 750-szerese a ballistikus galvanométer adataiból számított köbczentiméterenkinti polarisatio munkának.

A viscosus utóhatások tartamában rendbeli különbség nincs; a legrövidebb idő alatt a XI. számú kábelben folynak le a viscosus folyamatok, leghosszabban az V. számú üvegcondensatorban tartottak.

A viscosus munkának és a töltő elektromotoros erőnek egymáshoz való viszonyát vizsgálva, a III—IX. táblában közölt adatokból azt látjuk, hogy egységes törvénnyel az összefüggést még megközelítőleg sem jellemezhetjük. Így pl. a X. számú megohmit condensator w_2 munkája megközelítőleg a töltő elektromotoros erőnek négyzetével arányosan növekszik a 600 és 4000

$\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ igénybevételek között, a IX. számú condensatorban w_2 az elektromotoros erőnek 2·2 hatványa szerint, 15000 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ -nyi igénybevételeken alúl pedig közel az elektromotoros erőnek 1·7-es hatványa szerint változik. A guttapercha condensatorban a w_2 munka a kísérleti határok között közel az elektromotoros erő négyzetével, a XI. számú condensatorban az elektromotoros erőnek 1·7—1·8 hatványával arányosan növekszik.

Ha ez adatokat azokkal az eredményekkel vetjük össze, a melyeket a töltési tartam befolyására vonatkozólag ballistikus galvanométerrel végeztem (lásd az 1. és 2. ábrát), azt találjuk, hogy a kisütési periodusban a condensatorba felraktározott munka, és pedig az összes $w_1 + w_2$ munka, a ballistikus galvanométer lengési idejéhez viszonyítva *rövid idő* alatt alakul át hővé, a mennyiben a kisütési áramgörbék tanúsága szerint, melyeket e condensatorokon felvettem (lásd pl. a 7. ábra K' görbáját), már a kisütés megkezdése utáni 10—15-ik másodperczen és az azt követő időben csekély munkaértékű lassú változások folynak le a condensatorban, másrészt a töltési tartam a ballistikus galvanométerrel mért Q_2 kisütési mennyiségeket csak aránylag csekély mértékben, csak néhány százaléknysira befolyásolja még az olyan condensatorokban is, a melyekben w_2 egyenlő vagy nagyobb a w_1 munkánál. Kivételt csak az V. és VI. számú *Crown* üvegcondensatorok képeznek, a melyeknek w_2 munkájából a kisütés alkalmával a ballisztikus galvanométer megszabta időközben csak csekély rész alakul át hővé.

A főt ismertetett kísérletekkel kapcsolatban beható tanulmány tárgyává tettem a viscosus hatások, illetőleg a *viscosus w_2 munka és a dielektrikum fajlagos ellenállása, továbbá rétegvastagsága közötti összefüggést.*

Nem akarnám e közlemény terjedelmét a megengedhető határon túl növelni és ezért az utóbbi kísérletek részleteit mellőzöm és csupán a végeredményeket közlöm.

A fajagos ellenállás és a viscosus folyamatok közötti kapcsolat egyébiránt már a IX. tábla adataiból is rögtön szembe ötlük, a mennyiben látjuk, hogy a viscosus jelenségek aránylag

legerősebbek az V. sz. üvegcapsatorban, melynek fajlagos ellenállása feltűnően alacsony, és legcsekélyebb a IX. számú, valamint az I., II. és XI. számú, itatott növényrosttal készült capsatorokban, melyek fajlagos ellenállása igen nagy. Ezt a kapcsolatot az összes megvizsgáltam anyagokon végig követhettem.

A viscosus tűnemények és a fajlagos ellenállás közötti kapcsolatnak *quantitativ* vizsgálatát egyébiránt nagyon megnehezíti a különféle dielektrikumok szerkezetében való különbség, különösen a különböző dielektromos állandójú és különböző fajlagos ellenállású anyagok conglomerátjaiból készített dielektrikumokban. A szerkezet a viscosus munka relativ nagyságára, a viscosus jelenség lefolyására igen nagy befolyással bír.

Eddigi *qualitativ* megfigyeléseim, a melyeket egyébiránt folytatok, teljesen egyeznek az *elektromos residuum* MAXWELL megadta magyarázatával és az abból fejlődött HESS-féle felfogással, a ki azt találálta, hogy a residuum tűneményeit mutató capsatort különböző dielektromos állandójú idealis capsatorok és sorosan kapcsolt ohmikus ellenállások csoportjával lehet — elméleti szempontból véve — helyettesíteni.*

Nézetem szerint, habár állításom helyessége mellett bizonyáságul *quantitativ* adatokat még fel nem hozhatok és az idevágó kísérleteket még nem fejeztem be, valószínű, hogy a megvizsgáltam üvegcapsatorokban a capsatort töltő energia forrás a viscosus folyamat tartama alatt chemiai munkát is végez, mely bármily csekély, mégis megnyújtja az utóhatás tartamát.

A közöltem kísérletek alapján a w_2 munkában foglalt chemiai munka nagyságát még megközelítőleg sem lehet megbecsülni. A kérdés eldöntésére megkezdtem e capsatorok remanentia görbéinek vizsgálatát (elektrométer segítségével, lásd az első közleményt) és remélem, hogy rövid idő múlva ezek eredményéről beszámolhatok.

Itt még csak azt jegyzem meg, hogy a dielektromos testek-

* Lásd *Electrician*. XXX. p. 518. 1893; lásd továbbá H. A. ROWLAND és T. D. PENNIMAN dolgozatát (John Hopkins University Circulars, 17. p. 52, 1898, és Beibl. Wied. Ann. 1900, p. 502), a melyben a szerzők kísérleteik alapján szintén a HESS-féle felfogáshoz jutnak.

ben való chemiai folyamatokat már MAXWELL említette a dielektromos polarisatio elméletével és a residuum tűneményével kapcsolatban,* a mennyiben az idézett pont végén megjegyzi, hogy a residuum tűneményében talán olyan sajátos polarisatio folyamatok nyilvánulnak, melyekre nem alkalmazható a dielektromos polarisatio fogalma, és a mely inkább az *elektrochemiai* polarisatioval áll rokonságban.

Azok a kísérletek, melyeket az utolsó évek folyamán *különböző vastagságú* dielektromos rétegeken, továbbá egyféle anyagokból készült homogen és ugyanazon anyagokból készült réteges szerkezetű dielektrikumokkal végeztem, világosan mutatják, hogy pl. a megvizsgáltam és részben fönt közölt esetekben — az üvegcondensátorokat kivéve — a viscosus munkának *legnagyobb része* kétségtelenül *molekuláris és nem chemiai munka*. Ez különben abból a megfigyelésből is következik, hogy a nyomás érezhető befolyással van a viscosus folyamatra és a folyamat közben való nyomás változás a görbében érezhető.

A réteg vastagságának befolyására első ízben a *paraffinnal* valamint *petroleummal* telített növényrost dielektrikumok vizsgálataánál lettem figyelmes. Az 1896. és 1897. évek folyamán, 2000 Volt-nyi üzemi feszültségre rendelt nagyobb condensatorokkal tettem nagyobb gyártási kísérleteket és megvizsgáltam 0·004 cm. vastag papirossal, kétszeres és többszörös rétegben, 0·008—0·036 cm. rétegvastagságú, pontosan az első közleményben leírt adatok szerint készített condensatorokat.

A változó elektromotoros erővel, elektrodynamométerrel és wattméterrel végezett mérések tisztán mutatták, hogy a *rétegvastagság növekedtével különben ugyanazon igénybevétel mellett a köbczentiméterenkinti és cyklusonkénti munka növekszik*.**

Hasonlóan nyilvánul a réteg vastagságának befolyása állandó irányú, hosszantartó igénybevételek hatása alatt. Érdekes példa erre pl. a IX. sz. parafincondensator, melynek viscosus munkája

* MAXWELL: Electricität und Magnetismus. I. 330. pont.

** A váltakozó elektromotoros erővel végezett mérések alapján nyert és az irodalomban található adatok között való eltéréseket részben innen lehet magyarázni.

rendkívül csekély és melynek polarisatiója a kisütés periodusában igen rövid idő alatt szűnik meg (lásd az adatokat), holott a *parafin* és a *paraffinnal* készített dielektrikum erősen *residuumos* anyag hírében áll.

A IX. számú condensator pedig residuumot már csak 5—10 másodpercig tartó kisütések után is alig mutat. Vastagabb rétegben ugyanez az anyag sokkal erősebb viscosus jelenségeket mutat; a viscosus folyamat megnyulik, az áramgörbe kezdő része és az áram ordináta képezte szög növekszik és még nagyobb mértékben áll be ez a deformatio a kisütési folyamat áramgörbéiben. Érthető tehát, hogy az ilyen vastagabb, egy-két milliméter vastagságú vagy még vastagabb rétegekkel készült condensator dielektricumja, vagy éppen nagyobb parafintömb, erős residuumot mutat.

Érdekes idvágó példa a X. számú *megohmit condensator* is, a mely 0.21 cm vastagságú réteggel észrevehető residuumot és erős viscositást mutat: vékony rétegben pedig ugyanez az anyag, illetőleg hasonló, micalemezekből készült gyártmány tetemesen kevésbé viscosus.

Együttal tisztán láttam kísérleteimből, hogy a réteges szerkezetnek, a heterogen szerkezetnek befolyása annál erősebben érvényesül, minél nagyobb a rétegvastagság.

Gyorsan váltokozó elektromotoros erők behatása alatt hasonló módon nyilvánul a rétegvastagság befolyása a micanitban. Így pl. megmértem a X. számú condensator látszólagos kapacitását 238 és 6300 $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ egyirányú igénybevételek között és sinusoid elektromotoros erő hatása alatt is és azt találtam, hogy a látszólagos kapacitás

50 ~-nál 0.0729 és 0.0784 mfd

39 ~-nál 0.0808 és 0.0828 „

és 15 ~-nál 0.0814 és 0.0885 „

között változik.

A váltokozó elektromotoros erő hatása alatt a megfigyelt legnagyobb látszólagos kapacitás tehát a statikai módszer szerint megmért kapacitás legkisebb értékének 50 ~-nál 72.3 százaléka, 15 ~-nál 81.6 százaléka. Vékony rétegű mica vagy micanit és

megohmit condensatoroknak a kétféle módszer szerint meghatározott értékei teljesen egyeznek.

Az idevágó, elektrodynamométerrel és wattméterrel való kísérleteket még folytatom.

Mindez adatok alapján kitűnik, hogy a különféle dielektromos testek viscosus tulajdonságaira vonatkozó kísérletek eredményei csak akkor hasonlíthatók össze közvetlenül, ha a rétegvastagság ugyanaz. A rétegvastagság a viscosus folyamat lefolyására és a viscosus munka relativ nagyságára lényeges befolyást gyakorol.

E tapasztaláshoz analog tapasztalást tettek az egyes megfigyelők a mágnesi viscositás körül; ismeretes, hogy vastag rudaknak mágnesi viscositása nagyobb mérvű, mint a vékonyabb rudaké.*

Mindebből az következik, hogy a dielektromos test valamely volumen elemében való folyamatokra, a molekuláris egyensúlyra nem csak a közvetlen, molekuláris szomszédságban való molekulák, hanem a távolabb eső molekulák is befolyást gyakorolnak, a mely tény ismét csak arra a következtetésre jogosít bennünket, hogy a *dielektromos polarisatio molekuláris mechanismus* azonos vagy rokon a mágnesi polarisatio molekuláris folyamataival.

A dielektromos polarisatióval kapcsolatos és előbb ismertett jelenségekhez hasonlóakat egyébként a mechanikai igénybevételek alatti alak és méretváltozásokra vonatkozó adatok áttanulmányozásakor is találtam.

Remélem, hogy rövid idő múlva e vizsgálatokról is beszámolhatok.

Az a befolyás a mely a dielektromos polarisatio folyamatában a környező anyag molekuláinak jut, egyébként számos, eddig meg nem magyarázott jelenség okát sejteti. Ezek közül csak azt a tényt említem, hogy az átütési feszültség nem arányosan növekszik a rétegvastagsággal, továbbá, hogy a különféle szigetelőkben pl. olajokban az ugyanazon váltakozó elektromotoros erőnek meg-

* Lásd J. A. EWING: Magnetic Induction in Iron and other Metals, 89. §.; harmadik kiadás, 1900.

felelő szikra távolság és a levegőben való szikra távolság viszonya a periodus számmal erősen változik.*

Köszönettel tartozom MENGARINI tanár urnak (Rómában), valamint SZVETICS EMIL igazgató urnak (Budapesten), a kik érdekes präparatumokat szolgáltatottak vizsgálataim számára, köszönettel tartozom továbbá PLÓSZ PÁL gépészmérnök urnak, a ki a folyó évben végezett kísérletekben segédkezett és részt vett a fáradságos megfigyelésekben.

* Lásd pl. ELIHU THOMSON: Dielectric strength of oils under alternating potentials. *Electrician*. XXXVIII. p. 263, 1896.

A NOVA (3. 1901) PERSEI PHOTOMETRIAI MEGFIGYELÉSE AZ Ó-GYALLAI OBSERVATORIUMON.

BÁRÓ HARKÁNYI BÉLÁ-tól.

1. A műszer és észlelési módszer leírása.

A T. D. ANDERSON által folyó év február 21.-én fölfedezett Nova Persei mintegy két hónapon át rendszeres észleléseink tárgyát képezte. Tekintve az új csillagok ritkaságát s különösen az ily fajta égitestekre vonatkozó pontosabb photometriai mérések csekély számát, érdemesnek találtuk az alább közölt, elég teljes észlelési sorozatot a M. T. Akadémia elé terjeszteni.

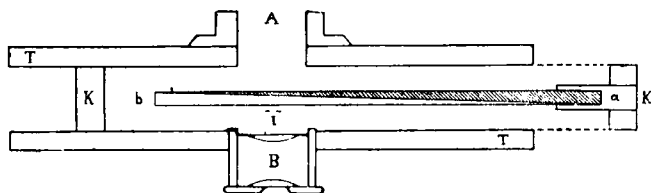
Az összes megfigyeléseket az observatorium 16 cm.-es refractorára alkalmazott TOEFFER-féle ékphotometerrel végeztük. Ezen műszert főképen változó csillagok megfigyelése számára tavaly ősszel szereztük be.

Ezen photometer az extinctio elvére van alapítva: a vizsgálandó égitest fényességének mértékeül egy megfelelően választott, minden szint lehetőleg egyenletesen absorbeáló réteg azon vastagsága szolgál, melyen keresztül nézve az illető égitest fénye épen eltűnik.

Ezen elv gyakorlati megvalósítására a mi műszerünknel a photometriai «ék» szolgál, mely tulajdonképen nem egyéb, mint egy, két igen hegyes törőszögű prizmából összeragasztott plan-parallel üveglemez; ezen prizmák közül az első a sörtétsszürke, a második b szintelen, átlátszó üvegből van csiszolva, pontosan sík határfelületekkel. A lemez a K K fémkeret egyik végébe van erősítve, mely alumíniumból készült, két végén nyitott fémtokban fogaskerek és fogasrúd által mozgatható. A keretet s vele együtt az éket az a b irányban eltolva, mindenkor meghatározhatjuk

azon absorptio nagyságát, melyet egy A -ból jövő sugárnyaláb az éken áthaladva szenved, ha az ék absorptiójára nézve jellemző, később definiálandó állandót ismerjük.

Az észleléseknél a műszer A gyűrűje által van a távcső ocularvégéhez szilárdan megerősítve, úgy, hogy a kevéssel az ék mögött álló, egymással párhuzamos és az ék mozgási irányára merőleges, keskeny l fémlamellák a távcsőobjektív fegyújtósíkjában fekszenek s így a lamellákra élesen beállított B ocularral a



1. ábra.

csillagnak is éles képét lássuk. Ezen lamellák azért szükségesek, hogy a csillagot közéjük állítva, az mindig ugyanazon helyzetben legyen a műszer tokjára alkalmazott indexhez képest, melylyel az ékkel együtt mozgó milliméter-scalán olvassuk le az ék állását.

Két égitest fényességének különbségét megmérendő, beállítjuk azokat egymásután a lamellák közé s mindegyiknél leolvassuk az ék azon állását, melynél a fénybenyomás épen eltűnik. Ezen leolvasások különbsége arányos lesz a két égitest nagyságrendekben kifejezett fényességének különbségével.

Legyen ugyanis I_1 az első, I_2 a második égitest fényintenzitásának az ékre eső része és haladjon át az első esetben a fény a szürke éknek a_1 , az átlátszó éknek pedig b_1 vastagságú rétegén. Legyen továbbá A az első, B a második közeg transmissio-coefficientense és d a két ékből összetett planparalel lemez vastagsága. Ha most a kilépő sugarak igen kis, a láthatóság határán álló fényintenzitását az első égitestre nézve I'_1 -tel, a másodikkra nézve I'_2 -tel jelöljük, akkor az első beállításra az absorptio törvénye alapján a következő egyenlet fog állani:

* G. MÜLLER: Die Photometrie der Gestirne. 186. l.

$$I'_1 = I_1 A^{a_1} B^{b_1}; \text{ tehát:}$$

$$\log I'_1 - \log I_1 = a_1 \log A + b_1 \log B = a_1 (\log A - \log B) + d \log B.$$

A második beállításnál a rétegvastagságokat analog módon a_2 - és b_2 -vel jelölve lesz:

$$\log I'_2 - \log I_2 = a_2 \log A + b_2 \log B = a_2 (\log A - \log B) + d \log B.$$

Mivel a mérésnél fel kell tételeznünk, hogy a szem érzékenysége a két beállítás közben nem változott, hogy tehát:

$$I'_1 = I'_2; \text{ lesz:}$$

$$\log I_1 - \log I_2 = (a_2 - a_1) (\log A - \log B).$$

Mivel az ékek határfelületei a feltevés szerint pontosan síkok, $a_2 - a_1$ az ék s eltolódásával lesz arányos:

$$a_2 - a_1 = \frac{sd}{l};$$

hol l az ék hossza; lesz tehát:

$$\log I_1 - \log I_2 = \frac{sd}{l} (\log A - \log B).$$

Ha végül mindkét oldalon 0.4-gyel osztunk s így a fényességek logaritmusainak különbségét photometriai nagyságrendekre redukáljuk, melyet g -vel, a:

$$\frac{1}{0.4} \frac{d}{e} (\log A - \log B)$$

kifejezést: az ék állandóját, K -val jelölve lesz:

$$g = K \cdot s,$$

mi bizonyítandó volt. Műszerünk skálája milliméterekre lévén osztva, K egy csillag nagyságrendekben kifejezett fényének azon kisebbéde lesz, melyet az ék 1 mm.-rel az a b irányban való eltolása okoz. K értéke a Potsdamban tett tapasztalatok szerint legezélszerűbben 0.15 és 0.20 között választandó.

Mint a levezetésből láthatjuk, az így végzett fénymérések biztossága első sorban a szem érzékenységének állandóságától függ, miért is igen nehéz ezen műszerrel pontos *absolut* fény-

meghatározásokat végezni. Különbségek mérése ellenben némi gyakorlat után kellő elővigyázat mellett nem okoz nagy nehézséget. Fő feltétel azonban, hogy a beállítások megkezdésekor a szem gyöngye fénybenyomásokra fogékony legyen, minek eléréséhez pl. intenzivebb lámpafény behatása után bizonyos idő kívánatik; továbbá, hogy a két beállítás közt a szemet semmiféle idegen fény ne érje. Ezért nem volna czélszerű az ék skáláját lámpafénynél leolvasni, hanem e helyett sokkal jobban megfelel azon regisztráló szerkezet, mely potsdami mintára készült műszerünknek egyik lényeges előnye más ily fajta eszközök fölött. Ezen mechanizmust GOTHARD J. alkalmazta először s ennek tökéletesített alakja a jelen szerkezet, mely MÜLLER és KEMPF utasításai szerint készült. Az éket vivő keretre a közönséges mm.-skálán kívül egy második domborúan vésett és számozott (nyomtató clichéhez hasonló) fémskála is van erősítve, melynek indexe a tokra van alkalmazva, közvetlenül az osztásvonalak mellett, úgy, hogy egy emelő lenyomása által egy alkalmas párna papírszalagot szorít az osztáshoz és ennek körülbelül egy cm. hosszú darabját a számokkal és indexszel együtt lenyomtatja. Így a szalag 1—2 tízed mm. pontossággal bármikor leolvasható, mi a mellett, hogy az ék állásának lámpafénynél való leolvasását nélkülözhetővé teszi, az észlelés kényelmességét és gyorsaságát is nagyban növeli.

Az ékphotometer nagy előnye az észlelés és a reductio kiváló egyszerűsége és az eredmények függetlensége egy összehasonlításra szolgáló idegen fényforrás nehezen ellenőrizhető ingadozásaitól, mi pl. a ZÖLLNER-féle egyébként igen tökéletes photometernél a méréseket nem csekély mértékben nehezíti. — Ezért az ékphotometert PRITCHARD óta már többen jó sikerrel alkalmazták s egyedül megbízható eszköz olyan helyen, hol egy összehasonlító fényforrás állandóságának biztosítása kivihetetlen dolog, mint pl. MÜLLER- és KEMPF-nek újabban az Aetnán és Catániában végzett méréseinél,* melyek célja a légkör extinctiójának meghatározása volt. — Ezen kiváló fontosságú dolgot, melyben a photometria terén elismert tekintélyű szerzők az ék-

* Untersuchungen über die Absorption des Sternenlichts in der Erdatmosphäre. — Publ. d. Astrophys. Obs. zu Potsdam 11. k.-ében.

photometerrel szerzett több évi tapasztalataik eredményét összegezik, méréseink végzésénél állandóan vezérfonalul szolgált.

Az ékphotometer egyik legnagyobb hátránya a már fentebb említett physiologiai jellegű hibaforrás, mely a szem érzékenységeinek változásából származik. Ezért az első beállítások rendesen kevésbé egyezők, mint a későbbiek, míg a szem nem alkalmazkodott teljesen a sötétséghez s bizonyos fokú kifáradása szintén zavarólag hat a mérés pontosságára. Nem tanácsos ezért hosszabb ideig egyfolytában dolgozni ezen műszerrel, hanem célszerű, ha az észlelők mintegy fél órányi időközökben felváltják egymást. Hosszabb gyakorlat után a mérések mindinkább pontosabbakká válnak, mi már az ó-gyallai mérések eredményén is észrevehető volt mindjárt az első hónapokban. Nagy befolyása van a leolvasásra a háttér fényességének is, de ez, ha a két beállítás között nem változott, a mérések különbségéből kiesik. Így pl. szürkületkor vagy holdtölte idején a leolvasások 10 mm.-rel is kisebbek lehetnek a más estéken találtaknál (műszerünknel a leolvasás az absorptióval nő), de azért nem tapasztaltuk, hogy azonos párok beállításának különbségei kevésbé jól egyeznének mint más estéken. — Legfeljebb igen gyöngé fényű, holdvilágnál alig látható csillagok beállítása válik bizonytalanná.

A másik hibaforrás, melynek azonban több jeles kutató tapasztalataira támaszkodva nem tulajdoníthatunk igen nagy jelentőséget, az ék absorptiójának selectiv jellegéből származik. A mi TOEPFER-féle ékünk ugyan, más ékekhez hasonlítva, melyek többé-kevésbé feltűnő zöldes színárnyalatot mutatnak, csaknem tiszta szürkének látszik, de azért spectroskoppal vizsgálva mégis mutatja az ily fajta üvegeket jellemző absorptio-sávokat, melyek közül egy igen feltűnő a spectrum vörös részébe, a második kevésbé intenzív a sárgába *D* környékére és a harmadik szélesebb, de kevésbé intenzív a kék és zöld határára esik. Ezen helyi absorptiók olyan jelentékenyek, hogy kellő rétegvastagságnál alig látni a spectrumból egyebet egy széles zöld szalagnál, minek természetesen részben az is az oka, hogy subjective ítélve a spectrum ezen része a legintenzívebb. — Mindamellett ezen feltűnő selectiv absorptio nem látszik az ékphotometerrel végzett mérések pontosságát számbavehető mértékben befolyásolni, mert pl.

WILSING,* ki ezen hibaforrás jelentőségét behatóan tanulmányozta, a ZÖLLNER-féle photometer mesterséges csillagait használván erre a célra, melyek színét az itt tekintetbe jövő szélső határok között változtatta, azon következtetésre jut, hogy a színnek hatása az ékállandó értékére oly kicsiny, hogy méréseiből nem állapítható meg.

Ugyanezen következtetés vonható le MÜLLER és KEMPF vizsgálataiból is,** kik a potsdami ZÖLLNER-féle photometerrel készült igen pontos photometriai katalogusukat összehasonlították a PICKERING-féle «*Harvard Photometry*» és «*Photometric Revision*» című katalogusokkal, melyek a polarisatio elvén alapuló meridian-photometerrel készültek, továbbá a PRITCHARD-féle «*Uranometria Oxoniensis*»-szel, mely ékphotometerrel végzett mérések eredménye. Kiszámították a két-két katalogusban közös csillagok fényességének különbségét s az így talált «PICKERING—POTSDAM» és «PRITCHARD—POTSDAM» különbségeket a csillagok színei szerint csoportosították. Ezen különbségek feltűnő menetet mutatnak ugyan, a mennyiben $+0^m32$ és -0^m08 között ingadoznak, de e mellett a PICKERING-re és PRITCHARD-ra vonatkozó különbségek sora csaknem teljesen azonos; ha most a PRITCHARD által használt ék absorptiója számbavehetően befolyásolná a mérés eredményeit, ezen befolyásnak legalább a szélső színeknél különösen érezhetőnek kellene lennie.

2. Az ékállandó meghatározása.

Ezen állandó meghatározása a dolog természete szerint csak empirikus úton eszközölhető; az erre a célra ajánlott többféle módszer körül a photometriailag pontosan meghatározott csillagok fénykülönbségének mérésén alapuló eljárást használtuk. Ennek előnye, hogy hozzá semmi idegen segédeszköz sem kívánatik és hogy ily módon a keresett állandót olyan természetű mérésekből vezethetjük le, a milyenekre a photometert rendesen használjuk.

* Astron. Nachrichten. 112. k. No. 2680—81.

** Publicationen des Astrophys. Observatoriums zu Potsdam. 9. k. 496. l. és 13. k. 459. l.

Az ezen célra alkalmas csillagok kiválasztása némi nehézségekkel jár, különösen a photometriailag gondosan meghatározott csillagok csekély száma miatt. — Mivel a priori nem szabad feltételeznünk, hogy az ék anyaga szigorúan homogén és hogy felületei pontosan síkok, ezért a K factor értékei esetleg az ék különböző helyein némi ingadozásokat mutathatnak, ha az ék ezen feltételeknek nem felelne meg pontosan. Ennek kiderítésére kíváncsiak volnánk az éket lehetőleg egész hosszában végigmérni, mihez azonban a mi műszerünknel mintegy 10^m -nyi fényességi köz volna szükséges. De ilyen köznek megfelelő csillagpárok a rendelkezésünkre álló modern photometriai katalogusokban nem lévén találhatóak, meg kellett elégednünk az ék csak azon darabjának vizsgálatával, melyet a későbbi méréseknél rendszeresen használni fogunk; ezen közön kívül való extrapolatio természetesen kerülendő, mert ellenőrizhetlen hibákhoz vezethet.

A meghatározások első sorozatánál a potsdami photometriai katalogusból* válogattunk össze alkalmas $3^m.5$ — $2^m.5$ fényességi köznek megfelelő párokat s ezeket többnyire kétszer észleltük. A méréseket TASCH ANTAL, TERKÁN LAJOS adjunktus urak és e sorok írója végezték. A párok egyes csillagait 4-szer állítottuk be az ékkel s az ezen beállítások középértékeit s a két közép különbségét képeztük. Együttal kiszámítván a potsdami katalogusban adott fényességek különbségeit is, ezeket még egyes esetekben az extinctio miatt is corrigálni kellett, mely utóbbi adat meghatározására minden csillagnál kiszámítottuk a beállítás csillagidejéből és a declinatióból a zenittávolságot az erre a célra készült táblák segélyével 0.1 pontossággal, s ezen utóbbiakból a potsdami extinctiotábla** alapján képeztük az extinctiók különbségét a pár két csillagára.

Igy minden pár fényességi különbsége és az ennek megfelelő ékleolvasások különbsége ismeretes lévén, az így talált 61 értékpárból a legkisebb négyzetek módszere szerint történt szigorú kiegyenlítés alapján K következő értékét számítottuk ki:

* L. a 379. lap idézetét.

** G. MÜLLER: Die Photometrie der Gestirne. 515. l.

$$K = 0.1710 \pm 0.00140$$

hol a második adat valószínű hibát jelent.

Hogy az ékállandót gyöngébb fényű csillagokra is meghatározhassuk, s így egyúttal az ék vizsgálatát nagyobb, 6^m-ig terjedő közökre is kiterjeszthessük, a méréseket 23, a Plejadokból választott párral egészítettük ki. Az ezen párokra vonatkozó photometriai adatokat MÜLLER és KEMPF újabban megjelent dolgozatából * merítettük, melyben a szerzők ezen csillagkép 96 csillagának fényességét a ZÖLLNER-féle photometerrel mintaszzerű pontossággal határozták meg. Ezen utóbbi sorozatot, melyben a párok nagy része 3-szor észleltetett, a fentebb vázolt módon dolgozván fel, 60 észlelésből K következő értékét találtuk:

$$K = 0.1655 \pm 0.00089$$

Ezen utóbbi érték jóval kisebb valószínű hibával adódott ki, minek oka, hogy egyrészt az intervallumok lényegesen nagyobbak, mint az előbbi sorozatnál, mi K súlyát lényegesen növeli, másrészt pedig az alapul vett fényességi adatok ezen esetben valamivel pontosabbak. Ezen utóbbi körülmény befolyása azonban kevésbé érezhető, mint azt egy mérés valószínű hibájából láthatjuk, mely az első sorozatnál $\pm 0^m.193$, a Plejadok esetében $\pm 0^m.185$, tehát különbségük alig számbavehető.

Példaképen a következő, I. táblázatban összeállítottuk a Plejadokra vonatkozó megfigyelések eredményét. Az első rovat a pár csillagainak MÜLLER és KEMPF idézett dolgozatából vett számát, a második az ugyanott található fényességek különbségét tartalmazza, ezt követik az észlelők nevének kezdőbetűivel megjelölt rovatokban a fentebb közölt állandóval a mérési adatokból számított, kiegyenlített fénykülönbségek; végül a 3 utolsó «eltérés» feliratú rovatokban e megfelelő: «P. — számítás» értelemben képezett különbségek század nagyságrendekben.

* Astron. Nachrichten. 150 k. No. 3587—88.

I. Táblázat.

| Csillagok potsd. száma | P. | Ta. | Te. | H. | Eltérés | | |
|------------------------------|------|------|------|------|---------|------|-----|
| | | | | | Ta. | Te. | H. |
| 2—67 | 6.16 | 5.65 | 6.37 | 6.12 | —51 | —21 | + 4 |
| 3—66 | 6.10 | 6.17 | 6.35 | 6.20 | — 7 | —25 | —10 |
| 4—64 | 5.79 | 5.31 | 5.67 | 5.70 | +48 | + 12 | + 9 |
| 5—55 | 5.09 | 4.75 | 5.01 | 4.73 | +34 | + 8 | +36 |
| 6—60 | 5.13 | 5.16 | 5.01 | 5.48 | — 3 | +12 | —35 |
| 8—58 | 3.83 | 3.68 | 4.02 | 3.61 | +15 | —19 | +22 |
| 7—56 | 4.20 | 4.75 | 4.24 | 4.18 | —55 | — 4 | + 2 |
| 11—53 | 3.24 | 3.71 | 3.30 | 3.64 | —47 | — 6 | —40 |
| 5—32 | 3.55 | 3.70 | 3.32 | 3.45 | —15 | +23 | +10 |
| 6—33 | 3.48 | 3.84 | 3.15 | 3.44 | —36 | +33 | + 4 |
| 9—62 | 3.99 | 4.15 | 4.28 | 3.76 | —16 | —29 | +23 |
| 12—59 | 3.16 | 3.69 | 2.81 | 3.60 | —53 | +35 | —44 |
| 10—45 | 2.87 | 3.10 | 3.17 | 3.18 | —23 | —30 | —31 |
| 2—53 | 5.49 | 5.09 | 5.18 | 5.20 | +40 | +31 | +29 |
| 1—56 | 6.39 | 6.61 | 6.07 | — | —22 | +32 | — |
| 10—61 | 3.78 | 3.52 | 3.49 | — | +26 | +29 | — |
| 14—47 | 2.28 | 2.18 | 2.47 | — | +10 | —19 | — |
| 15—49 | 2.30 | 2.80 | 2.08 | — | +50 | +22 | — |
| 11—46 | 2.79 | 3.26 | 3.00 | — | —47 | —21 | — |
| 1—66 | 6.87 | — | 6.59 | 6.98 | — | +28 | —11 |
| 16—59 | 2.66 | — | 2.84 | — | — | —18 | — |
| 11—61 | 3.59 | — | — | 3.55 | — | — | + 4 |
| 2—43 | 4.70 | — | 4.69 | — | — | + 1 | — |
| 8—58 | 3.83 | — | 3.49 | — | — | +34 | — |
| 11—53 | 3.24 | — | 3.21 | — | — | + 3 | — |
| 12—59 | 3.16 | — | 3.21 | — | — | — 5 | — |

A későbbi méréseknél a két sorozat együttes kiegyenlítéséből adódó, 121 észlelésen alapuló:

$$K = 0.1672 \pm 0.00082$$

értéket használtuk.

Annak eldöntésére, vajjon a különböző észlelők adatai közt nem mutatkoznak-e számbavehető személyes különbségek, az összes észlelési adatokat észlelők szerint csoportosítva, mindegyik csoportot külön egyenlítettük ki; az így származó értékek:

| | | |
|----------|-----------------|----------------|
| TASCH | 51 észleléséből | $K = 0.1674$ |
| TERKÁN | 47 | " $K = 0.1681$ |
| HARKÁNYI | 23 | " $K = 0.1652$ |

oly jó egyezést mutatnak, hogy a személyes különbségeket — ha egyáltalában realisaknak tartjuk ezen adatok igen kis eltéréseit — a mérések pontosságára való tekintettel elhanyagolhatóknak tartjuk.

Az ékállandó meghatározásának másik módszeréhez ZÖLLNER-féle photometer szükséges. Ezen esetben a photometer mesterséges csillagait állítjuk be az ékkel s mivel ezen csillagok fényességét mérhetően változtathatjuk, széles határok között mozgó fényességi közök állanak rendelkezésünkre. Az ó-gyallai régibb szerkezetű ZÖLLNER-féle photometerrel tettünk ezen irányban néhány kísérletet, de a photometer lámpáját nem sikerült úgy szabályozni, hogy lángja a mérések alatt állandó fénynyel égjen. A mérések ezért feltűnő nagy eltéréseket mutatnak s így nem találtuk czélszerűnek a különben is csekély számú beállításból K -ra adódó 0.165 középértéket az ékállandó végleges értékének levezetésénél felhasználni.

3. Nova Persei megfigyelései.

Mivel a 376. lapon kifejtett okoknál fogva az ékphotométerrel csak fénykülönbségek határozhatók meg kellő pontossággal, összes méréseinknél a Novát más, photometriailag gondosan meghatározott változatlan fényű csillagokkal hasonlítottuk össze. Ezen összehasonlító csillagok megválasztása kiváló gondot igényel. Első feltétel, hogy fényességük pontosan meg legyen határozva, a második kellék, hogy az összehasonlító csillagok a vizsgálandó égitesthez elég közel legyenek, mert különben a légkör különböző átlátszósága az égbolt távolabb eső helyein az összehasonlítások biztosságát nagy mértékben befolyásolhatná. Ez különösen fontos volt a Nova esetében, mert legtöbbször meglehetősen kis magasságnál volt csak észlelhető, hol a légkör átlátszósága már amúgy is nagyobb ingadozásokat mutat, mint a zenit környékén. — Végül tekintettel kell lennünk arra is, hogy az összehasonlító

csillagok fényessége ne különbözzék igen nagy mértékben a vizsgálandó csillagétól, vagyis, hogy a mérendő fényességi köz ne legyen igen nagy; az ékállandó hibája ugyanis ezen köz nagyságával arányosan jön bele a mérés eredményébe és az ebből származó hiba nem küszöbölhető ki.

Méréseinknél 5, ezen feltételnek jól megfelelő csillagot használtunk. Kettő közülök: ϵ és ζ Persei a potsdami photometria katalógusból vétetett, a másik kettő fényességét: ν és δ Persei, BLAJKO méréseiből * vezettük le, oly módon, hogy a nevezett dolgozatban foglalt és egyúttal Potsdamban is észlelt 4 csillagot: ϵ Persei, α és β Trianguli és β Arietis, használtuk kiinduláspontúl. Ezen 4 csillag potsdami adataihoz a BLAJKO által lemerített megfelelő különbségeket hozzáadván, az így talált 4 photometria adat számtani közepét képeztük; így sikerült ν és δ Persei fényességét a potsdami rendszerre redukálni. Végül az első estén használt α Persei fényességét — ezen csillag az idézett jegyzékek egyikében sem lévén feltalálható — saját méréseinkből vezettük le, összesen 11 különbségből, α -t ϵ és δ Perseivel hasonlítván össze.

A reductionál használt összehasonlító csillagok fényességei a következők:

| | | | |
|-----------------|-------------------|----------------|-------------------|
| α Persei | 2 ^m 14 | ζ Persei | 3 ^m 14 |
| δ „ | 3 ^m 19 | ν „ | 4 ^m 09 |
| ϵ „ | 3 ^m 16 | | |

A megfigyeléseknél rendszeren úgy a Novát, mint a összehasonlító csillagot 4-szer (egyes estéken 5-ször) állítottuk be az ékkel és pedig úgy, hogy a sorozatot felváltva hol a Novával, hol pedig az összehasonlító csillaggal kezdtük. Mindkét objektumnál rendszerint a második beállítás után jegyeztük fel az észlelés idejét percze pontosan, miből a zenittávokat s az idézett potsdami táblák segélyével az extinctio különbségét kiszámítottuk. — A megfelelő photometer-beállítások közepét véve, ezen értékpárok különbségét képeztük s ezen utóbbit az ékállandóval való szorzás által nagyságrendekre változtattuk. Ezen így számított fényességi különbséget az extinctio miatt corrigálva hozzáadtuk

* Annales de l'Observatoire Astronomique de Moscou. 2. Série, Vol. III, Livr. 2, pg. 33.

az összehasonlító csillag fényességéhez, mely összeg a Nova zenitre redukált fényességét fejezi ki.

Az összes, 27 estén végzett, számszerint 166 észlelés eredményét kivonatos alakban a II. táblázatban állítottuk össze. Az első rovat az észlelés hónapját és napját, a második az észlelő nevének kezdőbetűit (Ta = TASCH; Te = TERKÁN; H = HARKÁNYI) a harmadik a Nova beállításának ó-gyallai középidejét tartalmazza. Ezt követik: az összehasonlító csillag megjelölése betűjével (mely mindig a Perseus csillagképre vonatkozik), továbbá a Nova és az összehasonlító csillag zenittávolsága. A 7-ik rovat a Nova, a 8-ik az összehasonlító csillag 4 (esetleg 5) beállításának számtani közepét, a 9-ik ezen értékek különbségét adja, mely pozitív, ha az összehasonlító csillag fényesebb. — A 10-ik rovat tartalmazza a fénykülönbséget nagyságrendekben (mg), a 11-ik az extinciók különbségét nagyságrendekben és végül a 12-ik a Nova zenitre redukált fényességét. — Néhány estén a Novát egymásután két összehasonlító csillaggal, vagy máskor a Nova két adatát egy összehasonlító csillaggal kombináltuk; ilyenkor (pl. márcz. 12.-én Te. 8^h 22^m-i és 28^m-i észlelései) az egymást követő két, teljesen azonos zenittávolság mutatja, hogy a két sorban álló adatok ugyanazon beállításra vonatkoznak.

II. Táblázat.

Nova Persei photometriai megfigyelései.

| 1901 | Észlelő | Közép-idő | Összeh. csill. | Zenit-távolság | | Beállítások közepe mm.-ben | | Különbség | | Ext. | Végleges fényesség |
|----------|---------|-----------|----------------|----------------|--------------|----------------------------|--------------|-----------|---------|-------|--------------------|
| | | | | Nova | Össz. csill. | Nova | Össz. csill. | mm.-ben | mg.-ban | | |
| febr. 28 | Ta. | 10h 11m | α | 53.8° | 51.7° | 74.70 | 73.08 | -1.62 | -0.27 | -0.02 | 1.85 |
| márcz. 5 | Te. | 10 13 | ϵ | 56.4 | 60.4 | 70.82 | 69.25 | -1.57 | -0.26 | +0.05 | 2.95 |
| 5 | Te. | 19 | ϵ | 57.3 | 60.4 | 71.60 | 69.25 | -2.35 | -0.39 | +0.04 | 2.81 |
| 5 | Te. | 33 | δ | 59.2 | 55.5 | 71.09 | 68.73 | -2.36 | -0.39 | -0.04 | 2.76 |
| 5 | Te. | 33 | ϵ | 59.2 | 59.7 | 71.09 | 69.70 | -1.33 | -0.22 | +0.01 | 2.95 |
| 6 | Te. | 7 20 | ζ | 29.6 | 36.4 | 70.02 | 71.20 | +1.18 | +0.20 | +0.02 | 3.36 |
| 6 | Te. | 26 | ζ | 30.6 | 36.4 | 71.02 | 71.20 | +0.18 | +0.03 | 0.00 | 3.17 |
| 6 | Te. | 8 0 | ζ | 36.3 | 42.2 | 70.95 | 70.22 | -0.74 | -0.12 | +0.02 | 3.04 |
| 6 | Te. | 16 | ϵ | 39.9 | 41.6 | 69.08 | 68.74 | -0.34 | -0.06 | +0.01 | 3.11 |
| 6 | Ta. | 24 | δ | 49.8 | 46.5 | 67.55 | 67.85 | +0.30 | +0.05 | -0.02 | 3.20 |
| 6 | Te. | 34 | δ | 51.3 | 49.3 | 67.24 | 67.30 | +0.06 | +0.01 | -0.02 | 3.18 |
| 6 | Ta. | 46 | δ | 53.2 | 49.9 | 67.03 | 68.60 | +1.57 | +0.26 | -0.03 | 3.42 |
| 6 | Te. | 10 2 | δ | 55.5 | 52.2 | 62.02 | 62.18 | +0.12 | +0.02 | -0.04 | 3.17 |
| 6 | Te. | 8 | δ | 56.5 | 53.6 | 63.13 | 63.78 | +0.65 | +0.11 | -0.03 | 3.27 |
| 8 | Te. | 7 44 | ζ | 34.8 | 38.3 | 68.03 | 70.05 | +2.02 | +0.34 | +0.01 | 3.49 |
| 9 | Te. | 7 42 | ζ | 35.3 | 38.6 | 67.76 | 71.50 | +3.74 | +0.62 | +0.02 | 3.78 |
| 9 | Te. | 56 | ϵ | 37.6 | 34.3 | 67.36 | 71.72 | +4.36 | +0.73 | -0.01 | 3.88 |
| 9 | Te. | 8 6 | δ | 39.1 | 35.0 | 67.74 | 70.12 | +2.38 | +0.40 | -0.02 | 3.57 |
| 9 | Te. | 14 | ϵ | 40.5 | 37.2 | 68.20 | 71.10 | +2.90 | +0.48 | -0.02 | 3.62 |
| 9 | H. | 9 6 | δ | 48.5 | 46.3 | 65.68 | 69.62 | +3.94 | +0.66 | -0.02 | 3.83 |
| 9 | H. | 18 | δ | 50.4 | 47.8 | 65.30 | 70.25 | +4.95 | +0.83 | -0.01 | 4.01 |
| 9 | Ta. | 36 | δ | 53.2 | 48.8 | 68.23 | 68.99 | +0.76 | +0.13 | -0.04 | 3.28 |
| 9 | Ta. | 40 | δ | 54.7 | 50.5 | 67.93 | 70.88 | +2.95 | +0.49 | -0.04 | 3.64 |
| 9 | Te. | 10 14 | δ | 58.7 | 54.0 | 67.11 | 69.92 | +2.81 | +0.47 | -0.06 | 3.60 |
| 10 | Te. | 7 40 | ζ | 35.7 | 37.0 | 68.58 | 71.12 | +2.54 | +0.42 | 0.00 | 3.56 |
| 10 | Te. | 48 | ϵ | 36.9 | 33.7 | 68.92 | 71.50 | +2.58 | +0.43 | -0.01 | 3.58 |
| 10 | Te. | 8 0 | ϵ | 38.9 | 35.9 | 66.30 | 68.50 | +2.20 | +0.37 | -0.01 | 3.52 |
| 10 | Te. | 9 36 | δ | 54.7 | 49.4 | 66.68 | 68.76 | +2.08 | +0.35 | -0.06 | 3.48 |
| 10 | H. | 54 | δ | 56.4 | 54.1 | 62.52 | 63.32 | +0.80 | +0.13 | -0.02 | 3.30 |
| 10 | H. | 10 7 | δ | 58.4 | 55.0 | 60.28 | 63.43 | +3.15 | +0.53 | -0.04 | 3.68 |
| 10 | Ta. | 27 | δ | 61.6 | 55.5 | 59.15 | 60.50 | +1.35 | +0.23 | -0.08 | 3.34 |
| 12 | Te. | 8 12 | ϵ | 42.1 | 40.7 | 70.00 | 70.38 | +0.38 | +0.06 | 0.00 | 3.22 |
| 12 | Te. | 22 | δ | 43.7 | 40.6 | 68.58 | 70.48 | +1.90 | +0.32 | -0.01 | 3.50 |
| 12 | Te. | 28 | δ | 44.6 | 40.6 | 69.78 | 70.48 | +0.70 | +0.12 | -0.02 | 3.29 |
| 12 | H. | 9 21 | δ | 51.9 | 49.2 | 60.55 | 61.06 | -0.49 | -0.08 | -0.03 | 3.08 |
| 12 | H. | 33 | δ | 53.9 | 49.2 | 60.00 | 61.06 | +1.06 | +0.18 | -0.05 | 3.32 |
| 12 | Ta. | 48 | δ | 55.8 | 51.2 | 68.02 | 69.48 | +1.46 | +0.23 | -0.05 | 3.37 |

| 1901 | Észlelő | Közép-idő | Összeh. csill. | Zenit-távolság | | Beállítások közepe mm.-ben | | Különbség | | Ext. | Végleges fényesség |
|-----------|---------|-----------|----------------|----------------|--------------|----------------------------|--------------|-----------|---------|-------|--------------------|
| | | | | Nova | Össz. csill. | Nova | Össz. csill. | mm.-ben | mg.-ban | | |
| márcz. 12 | Ta. | 9h 50m | δ | 56.1° | 53.3° | 67.85 | 69.72 | + 1.87 | +0.31 | -0.03 | 3.47 |
| 12 | Ta. | 10 4 | δ | 58.2 | 53.3 | 70.28 | 69.72 | - 0.56 | -0.09 | -0.05 | 3.05 |
| 14 | Ta. | 7 55 | δ | 40.5 | 37.5 | 65.10 | 70.00 | + 4.90 | +0.82 | -0.02 | 3.99 |
| 14 | Ta. | 8 3 | δ | 41.8 | 37.8 | 66.60 | 70.55 | + 3.95 | +0.66 | -0.02 | 3.83 |
| 14 | Te. | 23 | δ | 44.9 | 41.9 | 70.82 | 73.14 | + 2.32 | +0.39 | -0.02 | 3.56 |
| 14 | Te. | 31 | δ | 46.1 | 42.2 | 72.82 | 73.47 | + 0.65 | +0.11 | -0.02 | 3.28 |
| 14 | H. | 9 28 | δ | 54.9 | 52.2 | 64.33 | 69.35 | + 5.02 | +0.84 | -0.03 | 4.00 |
| 14 | H. | 40 | δ | 56.7 | 52.5 | 64.97 | 69.00 | + 4.03 | +0.67 | -0.04 | 3.82 |
| 16 | Ta. | 9 38 | δ | 57.6 | 54.3 | 63.28 | 70.90 | + 7.62 | +1.27 | -0.04 | 4.42 |
| 16 | Ta. | 50 | δ | 59.2 | 54.7 | 66.35 | 71.55 | + 5.20 | +0.87 | -0.05 | 4.01 |
| 16 | Ta. | 10 2 | δ | 60.9 | 56.4 | 65.45 | 71.20 | + 5.75 | +0.96 | -0.06 | 4.09 |
| 16 | H. | 8 | δ | 61.7 | 58.2 | 62.95 | 69.54 | + 6.59 | +1.10 | -0.06 | 4.23 |
| 16 | H. | 19 | δ | 64.8 | 60.0 | 63.08 | 70.43 | + 7.35 | +1.23 | -0.09 | 4.33 |
| 16 | Te. | 21 | δ | 64.9 | 60.4 | 65.80 | 71.80 | + 6.00 | +1.00 | -0.09 | 4.10 |
| 16 | Te. | 23 | δ | 65.2 | 61.7 | 66.55 | 72.18 | + 5.63 | +0.94 | -0.08 | 4.05 |
| 24 | Te. | 7 47 | δ | 46.7 | 42.7 | 62.66 | 69.72 | + 7.06 | +1.18 | -0.02 | 4.35 |
| 24 | Te. | 55 | δ | 47.2 | 43.3 | 62.40 | 69.64 | + 7.24 | +1.21 | -0.02 | 4.38 |
| 24 | Te. | 59 | δ | 47.8 | 44.8 | 57.42 | 66.42 | + 9.00 | +1.50 | -0.02 | 4.67 |
| 24 | Te. | 8 11 | δ | 49.7 | 45.3 | 59.00 | 67.56 | + 8.56 | +1.43 | -0.03 | 4.59 |
| 24 | Te. | 59 | δ | 56.9 | 53.6 | 56.94 | 63.98 | + 7.04 | +1.17 | -0.03 | 4.33 |
| 24 | Te. | 9 8 | δ | 58.1 | 53.9 | 59.28 | 66.58 | + 7.30 | +1.22 | -0.04 | 4.37 |
| 27 | Te. | 7 37 | δ | 45.8 | 43.0 | 56.87 | 62.56 | + 5.79 | +0.96 | -0.01 | 4.14 |
| 27 | Te. | 45 | δ | 47.0 | 43.8 | 59.69 | 66.56 | + 6.60 | +1.10 | -0.02 | 4.27 |
| 27 | Te. | 51 | δ | 47.9 | 43.8 | 60.50 | 66.56 | + 6.06 | +1.01 | -0.03 | 4.17 |
| 27 | Te. | 54 | δ | 48.4 | 45.4 | 58.90 | 66.36 | + 7.46 | +1.24 | -0.02 | 4.41 |
| 27 | Te. | 8 1 | δ | 49.5 | 46.5 | 61.76 | 69.34 | + 7.58 | +1.26 | -0.02 | 4.43 |
| 28 | Te. | 7 44 | δ | 47.5 | 44.7 | 53.42 | 68.87 | + 15.45 | +2.58 | -0.02 | 5.75 |
| 28 | Te. | 56 | δ | 49.4 | 45.1 | 55.98 | 68.70 | + 12.72 | +2.13 | -0.02 | 5.30 |
| 28 | Te. | 59 | δ | 49.8 | 46.6 | 55.84 | 68.48 | + 12.64 | +2.12 | -0.02 | 5.29 |
| 28 | Te. | 8 9 | δ | 51.3 | 47.2 | 57.54 | 68.30 | + 10.76 | +1.80 | -0.03 | 4.96 |
| 28 | Te. | 12 | δ | 51.8 | 48.7 | 56.64 | 67.62 | + 10.98 | +1.84 | -0.03 | 5.00 |
| 28 | Ta. | 9 11 | δ | 60.5 | 57.0 | 50.55 | 63.17 | + 12.52 | +2.10 | -0.05 | 5.24 |
| 29 | Te. | 7 47 | δ | 48.5 | 47.6 | 53.30 | 65.14 | + 11.84 | +1.98 | 0.00 | 5.17 |
| 29 | Te. | 58 | δ | 50.3 | 48.1 | 53.52 | 65.50 | + 11.98 | +1.99 | -0.01 | 5.17 |
| 29 | H. | 8 5 | δ | 51.3 | 50.6 | 49.22 | 60.66 | + 11.44 | +1.92 | 0.00 | 5.11 |
| 29 | Te. | 17 | δ | 53.2 | 51.2 | 52.16 | 63.98 | + 11.82 | +1.98 | -0.02 | 5.15 |
| 29 | Te. | 20 | δ | 53.4 | 52.2 | 53.00 | 64.22 | + 11.22 | +1.88 | -0.01 | 5.06 |
| 30 | Te. | 7 45 | δ | 48.9 | 45.7 | 58.74 | 65.00 | + 6.26 | +1.04 | -0.03 | 4.20 |
| 30 | Te. | 54 | δ | 50.3 | 46.2 | 56.74 | 63.40 | + 6.66 | +1.11 | -0.03 | 4.27 |
| 30 | Ta. | 57 | δ | 50.7 | 47.7 | 58.92 | 66.52 | + 7.60 | +1.27 | -0.02 | 4.34 |
| 30 | Ta. | 8 6 | δ | 52.1 | 48.0 | 60.35 | 66.30 | + 5.95 | +0.98 | -0.03 | 4.14 |
| 30 | Ta. | 8 | δ | 52.4 | 49.0 | 57.60 | 64.72 | + 7.12 | +1.17 | -0.03 | 4.33 |
| 30 | Ta. | 14 | δ | 53.3 | 49.2 | 60.75 | 66.10 | + 5.35 | +0.89 | -0.04 | 4.04 |
| 30 | Te. | 17 | δ | 53.7 | 50.3 | 59.26 | 66.36 | + 7.10 | +1.18 | -0.04 | 4.33 |
| 30 | H. | 9 7 | ν | 61.0 | 60.8 | 53.90 | 56.36 | + 2.46 | +0.41 | 0.00 | 4.50 |
| 30 | H. | 7 | δ | 61.0 | 58.8 | 53.90 | 62.55 | + 8.65 | +1.44 | -0.03 | 4.60 |
| 30 | H. | 31 | δ | 64.4 | 59.2 | 53.92 | 62.42 | + 8.50 | +1.42 | -0.09 | 4.52 |

| 1901 | Észlelő | Közép-idő | Összeh. csill. | Zenit-távolság | | Beállítások közepe mm.-ben | | Különbség | | Ext. | Végleges fényesség |
|-----------|---------|-----------|----------------|----------------|--------------|----------------------------|--------------|-----------|---------|-------|--------------------|
| | | | | Nova | Össz. csill. | Nova | Össz. csill. | mm.-ben | mg.-ban | | |
| márcz. 30 | H. | 9h 31m | v | 64.4° | 62.6° | 53.92 | 56.78 | + 2.36 | + 0.39 | -0.02 | 4.46 |
| 31 | Te. | 7 41 | v | 48.8 | 48.5 | 55.28 | 58.12 | + 2.86 | + 0.44 | 0.00 | 4.53 |
| 31 | Te. | 41 | δ | 48.8 | 46.4 | 55.28 | 65.50 | + 10.22 | + 1.71 | -0.02 | 4.88 |
| 31 | Te. | 50 | v | 50.2 | 49.1 | 57.24 | 60.70 | + 3.46 | + 0.58 | -0.01 | 4.66 |
| 31 | Te. | 50 | δ | 50.2 | 46.6 | 57.24 | 65.70 | + 8.46 | + 1.41 | -0.02 | 4.58 |
| 31 | Ta. | 8 17 | v | 54.2 | 53.2 | 56.92 | 59.90 | + 2.98 | + 0.50 | -0.01 | 4.58 |
| 31 | Ta. | 19 | v | 54.6 | 53.6 | 57.94 | 61.70 | + 3.76 | + 0.63 | -0.01 | 4.71 |
| 31 | H. | 8 43 | v | 56.7 | 54.6 | 53.62 | 56.90 | + 3.28 | + 0.55 | -0.03 | 4.61 |
| 31 | H. | 47 | v | 57.3 | 56.4 | 54.90 | 56.20 | + 1.30 | + 0.22 | -0.01 | 4.30 |
| 31 | Te. | 9 38 | v | 64.5 | 63.9 | 54.90 | 59.14 | + 4.24 | + 0.71 | -0.01 | 4.79 |
| 31 | Te. | 44 | v | 65.3 | 64.5 | 55.24 | 58.88 | + 3.64 | + 0.61 | -0.01 | 4.69 |
| április 3 | H. | 7 57 | v | 52.4 | 51.6 | 44.50 | 55.27 | + 10.77 | + 1.79 | 0.00 | 5.89 |
| 3 | H. | 8 8 | v | 54.0 | 52.2 | 43.80 | 54.44 | + 10.64 | + 1.78 | -0.02 | 5.85 |
| 3 | Ta. | 15 | v | 55.1 | 54.0 | 53.15 | 61.02 | + 7.87 | + 1.31 | -0.01 | 5.39 |
| 3 | Ta. | 21 | v | 56.0 | 54.3 | 50.50 | 61.02 | + 10.52 | + 1.73 | -0.02 | 5.83 |
| 3 | Ta. | 23 | v | 56.3 | 55.2 | 47.10 | 55.45 | + 8.35 | + 1.39 | -0.01 | 5.47 |
| 3 | H. | 28 | v | 57.0 | 56.3 | 46.57 | 56.97 | + 10.40 | + 1.74 | -0.01 | 5.82 |
| 14 | Te. | 8 28 | v | 63.7 | 63.1 | 54.35 | 62.95 | + 8.60 | + 1.43 | -0.01 | 5.51 |
| 14 | Te. | 33 | v | 64.4 | 63.2 | 54.30 | 63.23 | + 8.93 | + 1.49 | -0.02 | 5.56 |
| 14 | H. | 37 | v | 65.0 | 64.7 | 49.83 | 58.90 | + 9.07 | + 1.51 | -0.01 | 5.59 |
| 14 | Ta. | 50 | v | 66.9 | 65.3 | 44.58 | 52.13 | + 7.55 | + 1.26 | -0.04 | 5.31 |
| 14 | Ta. | 50 | δ | 66.9 | 62.9 | 44.58 | 62.30 | + 17.72 | + 2.96 | -0.08 | 6.07 |
| 14 | Ta. | 58 | v | 68.0 | 67.1 | 47.13 | 55.68 | + 8.55 | + 1.43 | -0.03 | 5.49 |
| 14 | Ta. | 58 | δ | 68.0 | 63.0 | 47.13 | 62.63 | + 15.50 | + 2.59 | -0.11 | 5.67 |
| 15 | Te. | 8 8 | v | 61.4 | 60.8 | 54.18 | 64.83 | + 10.65 | + 1.79 | 0.00 | 5.88 |
| 15 | Te. | 15 | v | 62.6 | 61.0 | 53.10 | 63.88 | + 10.78 | + 1.80 | -0.02 | 5.87 |
| 15 | H. | 20 | v | 63.1 | 62.8 | 48.50 | 58.10 | + 9.60 | + 1.60 | 0.00 | 5.69 |
| 15 | H. | 29 | v | 64.4 | 63.0 | 48.25 | 58.50 | + 10.25 | + 1.72 | -0.02 | 5.79 |
| 15 | H. | 33 | v | 65.0 | 64.8 | 49.38 | 59.63 | + 10.25 | + 1.72 | -0.01 | 5.80 |
| 16 | Te. | 7 51 | v | 59.9 | 59.1 | 46.53 | 57.12 | + 10.59 | + 1.77 | -0.01 | 5.85 |
| 16 | Te. | 56 | v | 60.5 | 59.5 | 47.52 | 59.05 | + 11.53 | + 1.93 | -0.02 | 6.00 |
| 16 | Te. | 8 7 | v | 62.0 | 60.8 | 57.30 | 67.28 | + 9.98 | + 1.66 | -0.01 | 5.65 |
| 16 | Ta. | 12 | v | 62.8 | 62.1 | 57.75 | 69.25 | + 11.50 | + 1.93 | -0.01 | 6.01 |
| 18 | Te. | 8 7 | v | 62.8 | 62.9 | 55.95 | 58.00 | + 2.05 | + 0.34 | 0.00 | 4.43 |
| 18 | Te. | 18 | v | 64.4 | 63.1 | 60.55 | 62.55 | + 2.00 | + 0.33 | -0.03 | 4.39 |
| 18 | H. | 22 | v | 65.0 | 64.4 | 54.65 | 57.50 | + 2.85 | + 0.47 | -0.01 | 4.55 |
| 18 | Ta. | 33 | v | 66.5 | 65.0 | 65.43 | 64.68 | - 0.75 | -0.12 | -0.05 | 3.92 |
| 18 | Ta. | 35 | v | 66.7 | 66.0 | 63.58 | 66.68 | + 3.10 | + 0.52 | -0.02 | 4.59 |
| 19 | H. | 8 26 | v | 65.9 | 65.8 | 49.15 | 59.78 | + 10.63 | + 1.78 | 0.00 | 5.87 |
| 19 | Te. | 34 | v | 67.2 | 66.2 | 56.78 | 64.10 | + 7.32 | + 1.22 | -0.02 | 5.29 |
| 19 | Te. | 38 | v | 67.8 | 66.4 | 56.85 | 64.12 | + 7.27 | + 1.21 | -0.03 | 5.27 |
| 21 | H. | 8 14 | v | 65.4 | 65.0 | 45.05 | 60.20 | + 15.15 | + 2.53 | -0.01 | 6.61 |
| 21 | H. | 23 | v | 66.6 | 65.4 | 48.20 | 60.60 | + 12.40 | + 2.08 | -0.02 | 6.14 |
| 21 | Te. | 26 | v | 66.9 | 66.5 | 56.98 | 69.55 | + 12.57 | + 2.10 | -0.01 | 6.18 |
| 21 | Te. | 31 | v | 67.6 | 66.7 | 56.35 | 69.45 | + 13.10 | + 2.19 | -0.02 | 6.26 |
| 21 | Te. | 32 | v | 67.7 | 67.2 | 58.00 | 69.55 | + 11.55 | + 1.94 | -0.01 | 6.02 |
| 21 | Te. | 36 | v | 68.2 | 67.3 | 57.00 | 69.82 | + 12.82 | + 2.15 | -0.03 | 6.21 |

| 1901 | Észlelő | Közép-idő | Összeh. csill. | Zenit-távolság | | Beállítások közepe mm.-ben | | Különbség | | Ext. | Végleges fényesség |
|------------|---------|-----------|----------------|----------------|--------------|----------------------------|--------------|-----------|---------|-------|--------------------|
| | | | | Nova | Össz. csill. | Nova | Össz. csill. | mm.-ben | mg.-ban | | |
| április 21 | Ta. | 8h 39m | r | 68.6° | 68.3° | 51.98 | 64.68 | +12.70 | +2.13 | -0.01 | 6.21 |
| 21 | Ta. | 47 | v | 69.6 | 68.5 | 52.72 | 66.75 | +14.03 | +2.35 | -0.03 | 6.41 |
| 21 | Ta. | 48 | v | 69.8 | 69.4 | 54.52 | 63.87 | + 9.35 | +1.56 | -0.01 | 5.64 |
| 21 | Ta. | 55 | v | 70.6 | 69.5 | 53.62 | 66.72 | +13.10 | +2.19 | -0.03 | 6.25 |
| 21 | Ta. | 57 | v | 70.9 | 70.5 | 55.50 | 67.74 | +12.24 | +2.05 | -0.01 | 6.13 |
| 21 | Ta. | 9 | v | 72.4 | 72.1 | 52.95 | 65.72 | +12.77 | +2.14 | -0.01 | 6.22 |
| 21 | Ta. | 16 | v | 73.1 | 72.3 | 54.94 | 63.02 | + 8.08 | +1.35 | -0.02 | 5.42 |
| 21 | Ta. | 17 | v | 73.2 | 73.1 | 55.02 | 64.70 | + 9.68 | +1.61 | 0.00 | 5.70 |
| 21 | Ta. | 26 | v | 74.2 | 73.5 | 52.30 | 63.12 | +10.82 | +1.81 | -0.02 | 5.88 |
| 21 | Te. | 27 | v | 74.3 | 74.2 | 56.17 | 69.87 | +13.70 | +2.29 | -0.01 | 6.37 |
| 21 | Te. | 32 | v | 75.0 | 74.4 | 57.55 | 69.10 | +11.55 | +1.94 | -0.03 | 6.00 |
| 25 | Te. | 9 15 | v | 74.8 | 74.5 | 50.92 | 61.15 | +10.23 | +1.72 | -0.01 | 5.80 |
| 25 | Te. | 18 | v | 75.0 | 74.6 | 51.33 | 62.67 | +11.34 | +1.90 | -0.02 | 5.97 |
| 25 | Ta. | 22 | v | 75.4 | 75.6 | 44.08 | 55.70 | +11.62 | +1.95 | +0.01 | 6.05 |
| 26 | Te. | 8 31 | v | 70.0 | 69.7 | 47.68 | 59.10 | +11.42 | +1.91 | -0.01 | 6.00 |
| 26 | Te. | 36 | v | 70.7 | 69.8 | 46.12 | 57.18 | +11.06 | +1.89 | -0.03 | 5.96 |
| 26 | Ta. | 39 | e | 71.0 | 71.7 | 46.65 | 65.12 | +18.47 | +3.09 | +0.03 | 6.29 |
| 27 | Te. | 9 26 | v | 76.7 | 76.6 | 58.32 | 60.90 | + 2.58 | +0.43 | -0.01 | 4.51 |
| 27 | Te. | 29 | v | 77.0 | 76.7 | 59.25 | 63.10 | + 3.85 | +0.64 | -0.02 | 4.71 |
| 27 | Te. | 30 | v | 77.1 | 77.0 | 59.92 | 62.08 | + 2.16 | +0.36 | -0.01 | 4.44 |
| 27 | Te. | 33 | v | 77.4 | 77.2 | 61.70 | 64.38 | + 2.68 | +0.45 | -0.01 | 4.53 |
| 27 | Te. | 35 | v | 77.6 | 77.6 | 63.10 | 66.10 | + 3.00 | +0.50 | 0.00 | 4.59 |
| 28 | Te. | 9 11 | v | 75.5 | 75.4 | 57.20 | 66.48 | + 9.28 | +1.55 | -0.01 | 5.63 |
| 28 | Te. | 14 | v | 75.8 | 75.5 | 58.95 | 70.70 | +11.75 | +1.97 | -0.02 | 6.04 |
| 28 | Te. | 15 | v | 75.9 | 75.7 | 59.40 | 67.22 | + 7.82 | +1.30 | -0.01 | 5.38 |
| 28 | Te. | 18 | v | 76.3 | 75.9 | 60.67 | 68.32 | + 7.65 | +1.27 | -0.02 | 5.34 |
| 28 | Te. | 19 | v | 76.4 | 76.3 | 59.92 | 68.22 | + 8.30 | +1.38 | -0.01 | 5.46 |
| 28 | Te. | 22 | v | 76.7 | 76.4 | 58.35 | 68.45 | +10.10 | +1.69 | -0.02 | 5.76 |
| 29 | Te. | 8 25 | v | 70.8 | 70.4 | 52.80 | 65.87 | +13.07 | +2.19 | -0.01 | 6.27 |
| 29 | Te. | 29 | v | 71.3 | 70.5 | 52.05 | 65.80 | +13.75 | +2.30 | -0.02 | 6.37 |
| 29 | Te. | 30 | v | 71.4 | 70.9 | 54.82 | 67.42 | +12.60 | +2.11 | -0.02 | 6.18 |
| 29 | Te. | 33 | v | 71.8 | 71.1 | 54.44 | 67.65 | +13.21 | +2.21 | -0.03 | 6.27 |
| 29 | H. | 38 | v | 72.4 | 72.2 | 45.95 | 58.32 | +12.37 | +2.07 | -0.02 | 6.14 |
| 29 | H. | 48 | v | 73.5 | 72.5 | 47.00 | 58.72 | +11.72 | +1.96 | -0.04 | 6.01 |
| 29 | H. | 50 | v | 73.7 | 73.6 | 46.48 | 57.92 | +11.44 | +1.92 | -0.01 | 6.00 |

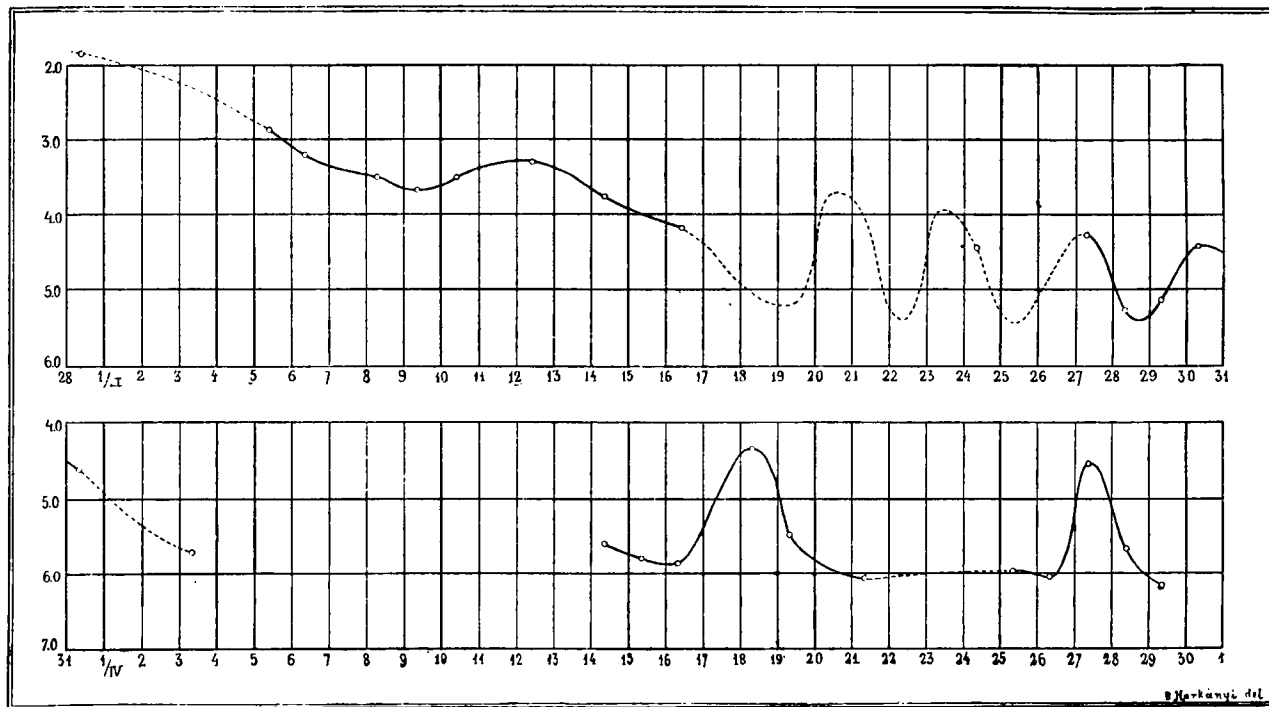
Könnyebb áttekintés végett az egyes észlelési estékre vonatkozó főbb adatok középértékeit az észlelések számával együtt a következő III. táblázatban állítottuk össze. A rovatok tartalma bővebb magyarázatra nem szorul.

III. Táblázat.

| 1901 | Közép- idő | Nova fényessége | Észl. száma | 1901 | Közép- idő | Nova fényessége | Észl. száma |
|----------|-------------------|--------------------|----------------|-----------|------------------|--------------------|----------------|
| febr. 28 | 10 ^h 2 | 1 ^m 85 | 1 | márcz. 31 | 8 ^h 9 | 4 ^m 63 | 9 |
| márcz. 5 | 10.4 | 2.87 | 4 | ápril. 3 | 8.2 | 5.71 | 6 |
| 6 | 8.9 | 3.20 | 9 | 14 | 8.7 | 5.60 | 7 |
| 8 | 7.7 | 3.49 | 1 | 15 | 8.3 | 5.81 | 5 |
| 9 | 8.9 | 3.67 | 9 | 16 | 8.0 | 5.88 | 4 |
| 10 | 9.1 | 3.49 | 7 | 18 | 8.3 | 4.37 | 5 |
| 12 | 9.2 | 3.29 | 8 | 19 | 8.5 | 5.49 | 3 |
| 14 | 8.6 | 3.75 | 6 | 21 | 8.9 | 6.10 | 17 |
| 16 | 10.2 | 4.18 | 7 | 25 | 9.3 | 5.94 | 3 |
| 24 | 8.4 | 4.45 | 6 | 26 | 8.6 | 6.08 | 3 |
| 27 | 7.8 | 4.28 | 5 | 27 | 9.5 | 4.56 | 5 |
| 28 | 8.2 | 5.26 | 7 | 28 | 9.3 | 5.60 | 6 |
| 29 | 8.1 | 5.12 | 5 | 29 | 8.6 | 6.18 | 7 |
| 30 | 8.3 | 4.34 | 11 | | | | |

A mérések pontosságának megítélésére kiszámítottuk egy photometriai összehasonlítás valószínű hibáját 17 olyan este észlelési adatainak az esti középértéktől való eltéréséből, mely estéken 5-nél több összehasonlítást eszközöltünk. Az eredmény $\pm 0^m12$ volt, mi valamivel nagyobb, mint a legpontosabb, ZÖLLNER-féle photometerrel végzett mérések valószínű hibája, de itt tekintetbe kell vennünk, hogy a Novát legtöbbször elég kedvezőtlen viszonyok között, csekély magasságnál, gyakran szürkület idejében, vagy intenzív holdfénynél voltunk kénytelenek észlelni s ezért az adatok korántsem olyan homogének, mint pl. a potsdami photometriai katalogusnál. Mindamellet az esti középértékeket, tekintve az észleléseknek elég nagy számát, kevés kivétellel néhány század magnitudoig biztosaknak vehetjük.

Hogy a Nova fényváltozásának érdekes menetét szemléltessük, a mellékelt fénygörbét szerkesztettük, melynél az abszcissa a napokban kifejezett idő, az ordinata pedig nagyságrendeknek felel meg. Mivel észlelési sorozatunk a kedvezőtlen időjárás kö-



A NOVA PERSEI FÉNYGÖRBÉJE.

vetkeztében több jelentékeny hézagot mutat, ezek betöltésére más észlelők adatait használtuk fel, előre is hangsúlyozva, hogy ezzel csak a fényváltozás menetének képét kívántuk kiegészíteni és korántsem volt szándékunk az eddig közzétett összes mérések eredményét feldolgozni és kimerítően diskutálni. Ezen feladat messze túllépné jelen dolgozatunk keretét s e mellett az eddig közzétett mérések és becslések egyenlőtlen pontossága és legtöbb adatnak provisorius jellege miatt ez idő szerint még nem volna kielégítőleg megoldható. — Ezért a görbe szerkesztésénél csak PLASSMANN, DUNÉR, v. GLASENAPP és BOHLIN az *Astron. Nachrichten* újabb számaiban megjelent néhány mérését használtuk fel s a görbe ezeken alapuló részei szakgatott vonallal vannak kihúzva, azon darabok pedig, melyek kellő számú ó-gyallai észlelésből elég biztosan voltak megrajzolhatók, vastag folytonos vonallal. Az ó-gyallai fentebb közölt esti közepeknek megfelelő pontok kis körökkel vannak megjelölve.

A fényváltozás menete a felfedezés napjától kezdve röviden a következő: a Nova fénye ANDERSON első észlelése szerint febr. 11-én 2^m7 volt s PICKERING adatai alapján * 23-ikáig növekedett s a 0^m0 -t közelítette meg. Ettől kezdve szünet nélkül fogyott; márcz. 6-ika körül 3^m -ig, ezután csekély ingadozással mintegy 5^m2 -nél érte el első minimumát. Ezt követte több igen érdekes periodikus változás, melyekről először v. GLASENAPP és DUNÉR sürgönyéből értesültünk, de melyeket saját észleléseinknél csak márcz. 28- és 29-én konstatálhattunk. Később megerősítette ezen változásokat BOHLIN ** is, ki a 22-i minimum időszakát d. u. 3^h4 -re határozta meg (greenwichi idő szerint) és a minimumok között 2^d975 -re számította ki. Ezen periodusnak az általunk 28-án észlelt minimum jól megfelel. Ezután görbénk a fényesség csökkenését mutatja 5^m7 -ig, mely pont április 3-ára esik. Az ezt követő 10 napi hézagot nem sikerült betöltenünk s így a BOHLIN-féle periodust nem ellenőrizhettük a közbeeső időszakban. Az ingadozások azonban ezen túl sem szüntek meg és még 2 maximumot észleltünk ápril. 18-án és 27-én, a minimumok időpontja nem lévén pontosabban meg-

* *Astron. Nachrichten*. 155. k. No. 3704.

** *Astron. Nachrichten*. 155. k. No. 3706.

határozható, mert a Nova fényessége ilyenkor 2—3 napon át alig látszott változni. A 18-iki maximumot más észlelők is megfigyelték.* A görbe ezen része már egyáltalában nem felel meg BOHLIN adatainak, mert az ezek szerint számított minimumok görbénk emelkedő részeire esnének körülbelül egy fél nappal a maximum elé. — A változás amplitudoja 1^m1 és 1^m7 között ingadozott s az eddig észlelt legkisebb fényesség: 6^m2 , ápril. 29-ének felel meg.

Nagy kár, hogy a Nova mostanában már napnyugtakor olyan alacsonyan áll s így ezen érdekes fényváltozásokat tovább követni alig lesz már lehetséges.**

Teljesség kedvéért megemlítjük még, hogy a Nova helyén ($3^h24^m28.1$; $+43^\circ 33' 54''$ [1901]) PICKERING fentebb idézett közleménye szerint febr. 19-én 11^m -nál fényesebb égítést nem volt látható, mint azt ezen környéknek a nevezett napon készült photographiai felvételei bizonyítják.

Befejezés képen nem mulaszthatom el TASCH ANTAL és TERKÁN LAJOS adjunktus uraknak az észleléseknél és reductióknál tanúsított odaadó buzgalmukért legőszintébb köszönetemet kifejezni.

* Astron. Nachrichten. 155. k. No. 3706.

** A kézirat benyújtása után még sikerült a Novát 5 estén át megfigyelni; ezen észlelések eredményeit, melyek a II. táblázatba és a fénygörbébe nem voltak már felvehetők, teljesség kedvéért itt közöljük:

| | | | | | |
|----------|--------|---------|----------|--------|---------|
| Május 2. | 8^h8 | 4^m47 | Május 8. | 8^h6 | 4^m66 |
| 3. | 8^h9 | 5^m64 | 10. | 8^h6 | 6^m21 |
| 5. | 9^h8 | 5^m75 | | | |

A POISSON-FÉLE INTEGRÁL ELMÉLETÉHEZ.

FEJÉR LIPÓT-tól.

Ha $f(x)$ a $\overline{0, 2\pi}$ számközön belül az x valós változónak egyértékű, valós, véges és folytonos függvénye [úgy hogy egyszersmind $f(+0) = f(2\pi - 0)$], akkor, mint ismeretes

$$I(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) d\psi + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) \cos n(\psi - \varphi) d\psi \right\} r^n \quad (1)$$

a kezdőpont körül egységnyi sugárral rajzolható kör belsejének minden pontjára nézve az r, φ polárkoordinátáknak egyértékűleg értelmezett függvénye, mely

a) mint az $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$ változók függvénye az egységgör minden belső pontjára nézve eleget tesz a

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

differenciálegyenletnek ;

b) és folytonosan megy át az $f(\varphi)$ kerületi függvénybe. Ez alatt pontosan a következőt értjük : ha $(1, \varphi_0)$ az egységgör kerületének egy bizonyos helye és δ egy előre megadott tetszőleges kicsiny pozitív szám, akkor találhatunk két pozitív számot ρ -t és ε -t (hol $\rho < 1$), úgy hogy

$$|I(r, \varphi) - f(\varphi_0)| < \delta$$

valahányszor

$$\rho \leq r \leq 1$$

és

$$\varphi_0 - \varepsilon \leq \varphi \leq \varphi_0 + \varepsilon.$$

A tétel *b)* részének teljesen szigorú és egyszerű bebizonyítását H. A. SCHWARZ adta, a sornak zárt integrál alakját

$$I(r, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\zeta) \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos(\zeta - \varphi) + r^2} d\zeta$$

az ú. n. Poisson-féle integrált használva fel. E mellett azonban még mindig több szempontból kíváncsúnak és érdekesnek mutatkozik a Poisson-féle integrálra vonatkozó tételnek oly bebizonyítása,¹ a mely annak (1) alatt adott *soralakját fekteti alapol* és a melyet — ennek megfelelőleg — talán a tétel *sorelméleti* bizonyításának lehet nevezni.² Ha az $f(\varphi)$ FOURIER-féle sora mindenütt összetartó és ha továbbá összetartása a szóban forgó φ_0 hely környezetében *egyenletes*, akkor e sorelméleti bebizonyítás az ismeretes ABEL-féle hatványsortétel segítségével könnyen eszközölhető. De minthogy az $f(\varphi)$ pusztá folytonossága a hozzá tartozó FOURIER-féle sornak előbb kiemelt két tulajdonságát *nem* vonja maga után,³ az ABEL-féle tétel már tetszőleges, kivétel nélkül folytonos kerületi függvény esetében sem vezet célhoz. A következőkben, két önálló érdekű tétel felhasználásával, egy sorelméleti bebizonyítást közlünk, mely *tetszőleges folytonos*, (illetve véges számú elsőfajú szakadással bíró) határfüggvény esetében alkalmazható.⁴

*Segéd-tétel.*⁵ Legyen a

$$P(r) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n r^n$$

az r valós változónak valós együtthatókkal bíró hatványsora, a mely összetartó, ha $|r| < 1$, és legyen

¹ Ez alatt a tétel *b)* részének a bizonyítását értjük. Az *a)* rész ugyanis evidens.

² Ilyen irányú bizonyítással foglalkoztak: RIEMANN, CARL NEUMANN, SCHÄFLI, HEINE, PRYM stb.

³ Ez DU-BOIS-REYMOND vizsgálataiból tűnik ki.

⁴ Különben csekély változással a közlendő módszer tetszőleges véges és integrálható kerületi függvény esetében is alkalmazható.

⁵ E tételt szigorúan legelőször FROBENIUS bizonyította be. Crelle Journal 1880, p. 262.

$$\lim_{n=\infty} \frac{s_0 + s_1 + s_2 + \cdots + s_{n-1}}{n} = A, \quad (2)$$

hol

$$s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-1},$$

akkor

$$\lim_{r=1} P(r) = A.$$

Ugyanis, ha $|r| < 1$

$$P(r) = (1-r)^2 \frac{1}{(1-r)^2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n r^n.$$

De ugyanakkor

$$\frac{1}{(1-r)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) r^n,$$

tehát

$$P(r) = (1-r)^2 \sum_{n=0}^{\infty} [(n+1) a_0 + n a_1 + \cdots + 2 a_{n-1} + a_n] r^n.$$

Ámde (2) alapján

$$\frac{(n+1) a_0 + n a_1 + \cdots + a_n}{n+1} = A + \varepsilon_{n+1},$$

hol

$$\lim_{n=\infty} \varepsilon_n = 0,$$

tehát

$$P(r) = (1-r)^2 \sum_{n=0}^{\infty} A (n+1) r^n + (1-r)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{n+1} (n+1) r^n,$$

vagy

$$P(r) - A = (1-r)^2 \sum_{n=0}^N \varepsilon_{n+1} (n+1) r^n + \sum_{N+1}^{\infty} \varepsilon_{n+1} (n+1) r^n.$$

Most N -et úgy választván, hogy

$$|\varepsilon_n| < \delta \quad \text{ha} \quad n > N$$

lesz

$$|P(r) - A| < (1-r)^2 \sum_{n=0}^N |\varepsilon_{n+1}| (n+1) r^n + \delta.$$

Ha tehát $1-r$ elegendő kicsiny

$$|P(r) - A| < 2\delta$$

a mivel a tétel be van bizonyítva.

Megjegyzés: Legyenek a

$$P(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\varphi) r^n$$

hatványsor együtthatói ugyanazon φ parameter egyértékű függvényei; akkor — mint az előző bebizonyítás alapján könnyen belátható — ha egy φ_1, φ_2 intervallumban (a határhelyeket bele-számítva)

$$\frac{s_0(\varphi) + s_1(\varphi) + \dots + s_{n-1}(\varphi)}{n}$$

lim. $n = \infty$ -re nézve *egyenletesen* konvergál az $A(\varphi)$ határérték-hez, akkor lim. $r = 1$ -re nézve ugyanezen számközön belül $P(r, \varphi)$ is *egyenletesen* közeledik $A(\varphi)$ -hez mint határértékhez.

Ezek után legyen az

$$I(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\varphi) r^n$$

hatványsorban az együtthatók jelentése:

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) d\psi$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\psi) \cos n(\psi - \varphi) d\psi \quad (n=1, 2, \dots, \infty)$$

hol $f(\varphi)$ mindenütt folytonos határfüggvény. Akkor, a mint ki-mutattam*

$$\frac{s_0(\varphi) + s_1(\varphi) + \dots + s_{n-1}(\varphi)}{n}$$

minden véges intervallumban *egyenletesen* tart az $f(\varphi)$ határ felé, és így $I(r, \varphi)$ is — segédteételünkhöz fűzött megjegyzés értelmében — lim. $r = 1$ -re nézve *egyenletesen* konvergál az $f(\varphi)$ kerületi függvényhez. Ezzel célunkat lényegben el is értük.

* Comptes Rendus 1900 decz. 10.

Ha pl. $f(\varphi)$ -nek bizonyos φ_0 helyen elsőfajú szakadása van, akkor, minthogy *

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{s_0(\varphi) + \dots + s_{n-1}(\varphi)}{n} = \frac{1}{2}(f(\varphi_0+0) + f(\varphi_0-0)),$$

tehát

$$\lim_{r \rightarrow 1} I(r, \varphi)^{\frac{1}{2}} [f(\varphi_0+0) + f(\varphi_0-0)].$$

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901 május 20.-án tartott üléséből.)

PRÓBAMÉRÉSEK

A GÁZOK BELSŐ SURLÓDÁSI EGYÜTTHATÓJÁNAK EGY ÚJ KISÉRLETI MÓDSZERREL VALÓ MEGHATÁROZÁSÁHOZ.

ZEMPLÉN GYÖZÖ-től.

A gázok belső surlódásának együtthatója egy pusztán a gáz természetétől és hőállapotától függő mennyiség, a melynek értelmezése a gázok hővezetés nélküli mozgásainak ama differenciálegyenletei által történik, a melyeket azon föltevés mellett származtatunk, hogy a gáz valamely pontjában fellépő feszültség nemcsak az illető pont környezete deformációjának nagyságától, hanem a deformatio időbeli lefolyásától is függ.

A belső surlódási együttható értékének s a gáz állapotától való függésének kipuhatólása kísérletileg történik az által, hogy a gázoknak oly mozgásait figyeljük meg, a melyeknek jellemzői és a surlódási együttható közt az említett differenciálegyenletek segítségével egy összefüggést tudunk megállapítani.

Eddig a gázok mozgásának két oly csoportját figyelték meg, a melyekből a surlódási együtthatót meghatározhatták: vagy azt a mozgást vizsgálták meg, a melyet egy a gázban mozgó szilárd test idéz elő a gázban, vagy pedig azt a mozgást, a mely egy capillaris csőben a cső két végén fellépő nyomáskülönbség folytán jön létre. E kettő közül abszolút módszernek csupán az első mondható, minthogy a második már felhasználja az első módszernek azt az eredményét, hogy a surlódási együttható a gáz nyomásától független.

Az első módszer ama nem túlságosan kis nyomások mellett eléggé jogosult feltevésen alapszik, hogy a szilárd testtel közvetlenül érintkező gázréteg mozgását a szilárd testtel együtt végzi; a

szilárd test mozgása tehát bizonyos *határfeltételeket* szab meg a differenciálegyenletek megoldásai számára, minthogy pedig a szilárd test mozgása kísérletileg megfigyelhető, e határfeltételek szolgáltatják azon összefüggéseket, a melyekből a surlódási együtt-ható adódik.

A problema analitikai tárgyalása sokkal egyszerűbb lesz, ha ama felület egyenlete, a melyre a határfeltételek vonatkoznak, az időtől független, azaz, ha a gázban egy *forgási* test mozog forgási tengelye körül.

A legfontosabb ilyenmű kísérleteket MAXWELL kezdeményezte 1866-ban,* a ki vékony körkorongoknak saját síkjukban történő torsiolengéseit figyelte meg különböző gázokban; a korong csillapított harmonikus mozgást végez, a melynek kísérletileg megfigyelhető jellemzői, az amplitudók logaritmikusos decrementuma és a lengési időből a surlódási együttható ki volt számítható.

A számítás alapjául szolgáló képletek azonban nem voltak teljesen kifogástalanok: a surlódási differenciálegyenletek ugyanis csak oly felületekre vonatkozó határfeltételek esetén oldhatók meg kényelmesen, a melyeknek analitikai egyenletei felállíthatók; a korongok alapjai (csak ezeknek van vékony korongok esetén fontos szerepük) azonban nem ily felületek, csupán ily felületek *darabjai*; MAXWELL tehát úgy járt el, hogy megoldotta a differenciálegyenleteket arra az esetre, midőn egy végtelenül kiterjedt planparallel réteg végez egy a határsíkokra merőleges tengely körül csillapított harmonikus mozgást, s a differenciálegyenleteknek e megoldásaiból kiszámította azt a forgató nyomatékot, a melyet a gáz belső surlódása a végtelen rétegnek egy a körkoronggal egyenlő felszínű darabjára gyakorol s ezt a forgató nyomatékot használta a surlódási együttható kiszámítására szolgáló képletben; ez a forgató nyomaték azonban lényegesen különbözik attól a nyomatéktól, a mely a tényleges mozgásnál hat a korongra: a korong széle felé ugyanis a gáz mozgása egészen más abban az esetben, midőn egy végtelen réteg leng a gázban, mint abban, midőn egy véges körkorong idézi elő a mozgást.

* Philosophical Transactions 1866, vol. 156, 249. l. Scientific Papers, vol. 2, 1. l.

MAXWELL bizonyos correctiók bevezetésével törekedett képleteit a tényleges mozgással jobb megegyezésbe hozni, de ehhez ismét többé-kevésbé jogosult elhanyagolásokra volt szüksége. Hogy mennyire lényeges fogyatkozása a módszernek a korong szélén végbemenő jelenség tökéletlen számbavétele, kitűnik O. E. MEYER kísérleteiből, a ki ugyanazon kísérleti adatokból a surlódási együtt-ható számára egyszer 0.00036, egyszer 0.00019 körül fekvő értékeket kapott, a szerint, a mint a korong szélén végbemenő jelenséget a maga vagy MAXWELL correctio képlete szerint vette számításba.*

A módszernek e lényeges fogyatkozásától megszabadulunk, ha oly forgási test lengéseit vizsgáljuk meg, a melynek határfelületét egy vagy két oly zárt felület alkotja, a melyek mindegyike egy analitikai egyenlet által jellemezhető. MAXWELL módszerének tökéletlenségét tehát oly módon iparkodtam elkerülni, hogy egy gömbhéjat lengettem a gázban (a próbakísérleteknél levegőben), még pedig egyrészt, hogy a surlódást növeljem, másrészt, hogy a lengő szerkezetet lég- és hőáramlatoktól megvédelmezzem, egy vele concentrikus nyugvó gömbhéjban.

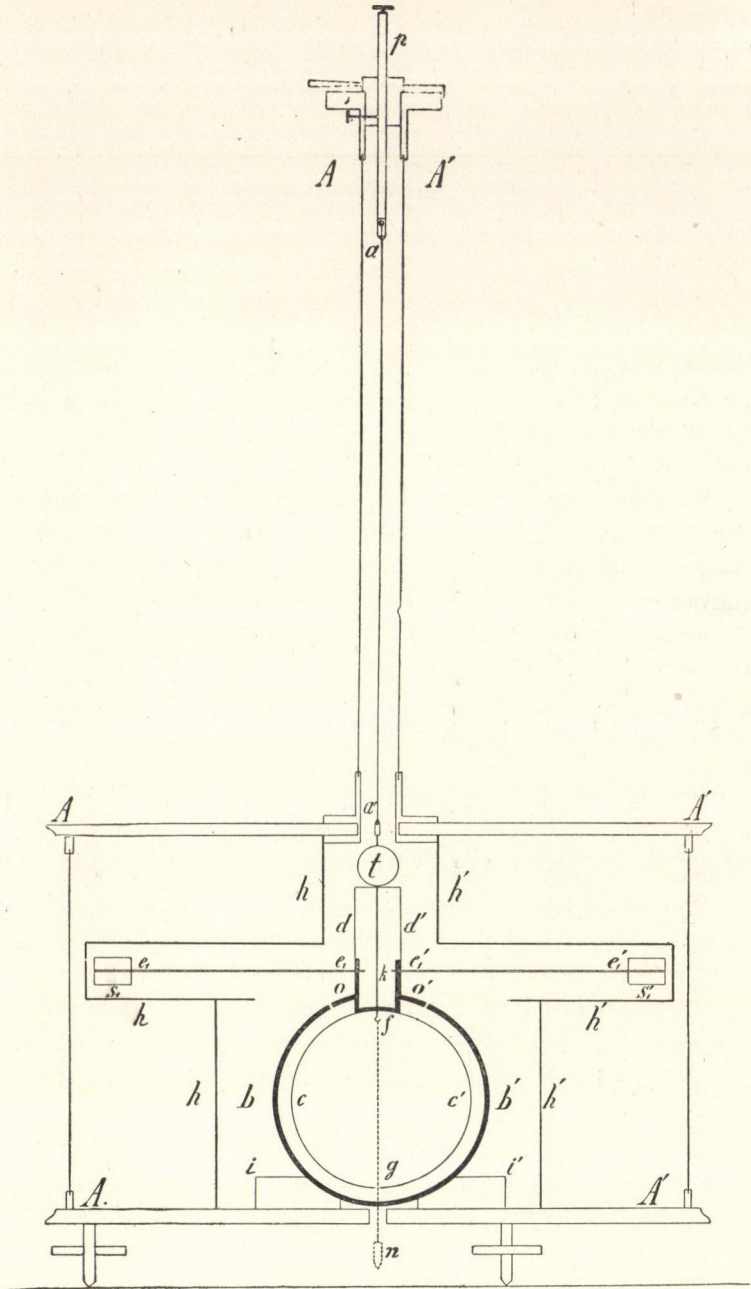
A számítás erre az esetre egészen pontosan és minden elhanyagolás nélkül végezhető s a módszer kipróbálása céljából végzett eddigi mérések kísérleti szempontból is alkalmasnak mutatták a módszert a surlódási együtt-ható meghatározására.

A mellékelt ábra mutatja a használt eszköz keresztmetszetét; a lengő szerkezet a következő részekből állott: a cc' vörösréz-gömbhéjból, a dd' sárgaréz-hengerből, melynek falához az $e_1e_1'e_2e_2'$ kereszt volt erősítve; a kereszt rúdjaian eltolható sárgaréz-súlyocskák (s_1, s_1', s_2, s_2') nyugodtak.

A keresztnek többféle szerepe volt.

Hogy kiküszöbölhessem a levegő surlódását a lengő szerkezetnek a gömbhéjon kívüli részein és a drót belső surlódását, előbb megfigyeltem az egész lengő szerkezet lengési idejét és az amplitudók decrementumát, azután levettem a lengő gömbhéjat s a sárgaréz-hengerbe a gömbhéjjal egyenlő súlyú ólomtarát helyezve, újra

* Pogg. Ann. 1865, Bd. 125, 177. l. és Wied. Ann. 1887 Bd. 32, 642. l.; O. E. MEYER, Die kinetische Theorie der Gase, II. Auflage, 1899. 182. l.



megfigyeltem a lengési időt és a decrementumot; a keresztt itt arra szolgált, hogy a gömbhéj nélküli rendszer tehetetlenségi nyomatéka is még elég nagy legyen ahhoz, hogy a lengések elég pontosan megfigyelhetők legyenek, s a surlódás forgató nyomatéka a szögsebesség első hatványával arányosnak tekinthető legyen.

Továbbá az által, hogy a rendszer lengési idejét a súlyoknak a rudakon való két különböző elhelyezése mellett megfigyeltem, könnyen megkaptam a rendszer tehetetlenségi nyomatékát.

A súlyoknak a rudakon való finom ide-oda tologatása által végre elérhettem azt, hogy a gömb úgy, a mint a számításban felteszszük, valóban egy átmérője körül lengjen.

Az oo' perem a gömbhéjak koncentrikus beállítására szolgált, a minek részleteibe itt nem bocsátkozom, a hh' bádogházikó pedig zavaró lég- és hőáramlatoktól védte a lengő szerkezetet.

A lengések igen pontosan követték a csillapított harmonikus mozgás törvényeit: a 15–20 lengésből meghatározott logaritmikus decrementumok középértékeiktől alig egy tizezredrésszel térnek el (ugyanily rendű a maximális hiba MAXWELL mérésénél is); az első három és utolsó három forduló pontból meghatározott egyensúlyi helyzetek közti különbség legfeljebb 10–20 másodperc, a lengési idők, a melyek a különböző berendezések szerint 43 és 93 másodperc között ingadoztak, 0.05 maximális hibával voltak meghatározhatók.

Magára a surlódási együtthatóra nézve minden megfigyelési sorozat két értéket szolgáltat, a mi által a módszer maga-magát állandóan ellenőrzi.

E próbamérések eredményeit azonban még egyáltalában nem tekintem véglegeseknek, minthogy igen sok körülményre nem lehettem tekintettel (hőmérséklet változása, nedvesség), a melyek számbavétele csak pontosabb kísérleti berendezés mellett lehetséges, pontosabb berendezésre azonban csak akkor gondolhatunk, ha előbb kevésbé pontos próbamérések útján a módszer használható voltáról meggyőződünk.

A két adat, a melyet a próbaméréseknek egy kísérletsorozata a surlódási együttható (S) számára szolgáltatott, a következő:

$$15^{\circ} \text{ C-nál } S = 0.000181 \frac{\text{gr.}}{\text{cm. sec.}},$$

$$18^{\circ} \text{ C-nál } S = 0.000187 \frac{\text{gr.}}{\text{cm. sec.}} \text{ vagy redukál'va } 15^{\circ}\text{-ra:}$$

$$S = 0.000186 \frac{\text{gr.}}{\text{cm. sec.}},$$

a pontosság tehát a próbaméréseknél is körülbelül $\frac{1}{2}$ százalék.

Megjegyzendő továbbá, hogy e módszerrel mindjárt előszörre majdnem pontosan a középértékét kaptam az eddig S számára nyert értékeknek (e középérték $15^{\circ} \text{ C-nál } 0.000178 *$), míg a többi módszer, midőn még csak oly primitív állapotban volt, mint ez most, a valóditól 50—100 százalékkal eltérő adatokat szolgáltatott.

Mindez remélni engedi, hogy, ha e módszer szerint oly eszközzel és oly gondnal végzünk méréseket, mint a milyent hasonló mérések megkívánnak, a surlódási együtthatónak az eddigieknél pontosabb meghatározása lesz lehetséges, épen mert e módszer a többi analog módszernek említett matematikai tökéletlenségétől ment.

E próbaméréseket a kir. magyar tudomány-egyetem bölcsészeti karának megbízásából az egyetem physikai intézetében végeztem; a módszer részletes elmélete s a próbamérések kimerítőbb leírása a Matematikai és Physikai Lapokban fog megjelenni.

* L. O. E. MEYER idézett könyvének 190. lapját.

ÚJABB ADATOK A KERESZTES VIRÁG ALKATÁRÓL.

(A *Dentaria bulbifera* álporzóiról.)

KLEIN GYULA r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

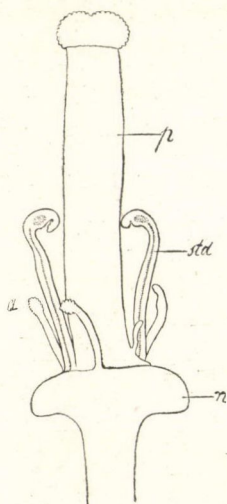
A keresztes virág alkatára vonatkozó vizsgálataim alkalmával* a *Dentaria bulbifera*-t is belevontam megfigyeléseim körébe és már akkor észrevettem, hogy nevezett növény némely virágjában a termő alján, két oldalt, transversál elhelyezésben, apró szálnemű képletek fordulnak elő, melyek már az előzetes vizsgálat alapján porzó-féle képleteknek bizonyultak, a miért is «*staminodium*»-oknak, *álporzók*-nak nevezendők.

Annak idején azonban e jelenséget nem vizsgálhattam tovább; de azóta évenként néztem a *Dentaria bulbifera* virágjait, anélkül, hogy sikerült volna az említett képleteket újból megtalálnom. Az idén azonban igen számos virágot átvizsgálva, elegendő anyagot gyűjthettem arra nézve, hogy e jelenséget — melyről az irodalomban említés nem történik — tüzetesebben megvizsgálhassam.** A nyert eredmények eléggé érdekesek, a miért is azokat ezennel a Tek. Akadémia elé terjeszteni bátorodom.

* Lásd: Math. és természettud. Értesítő XII. kötet, 7. füzet.

** A *Dentaria bulbifera* tudvalevőleg a budai hegyeken bőven terem és onnan a parasztasszonyok boktrétákba kötve nagy mennyiségben hozzák a vásárcsarnokokba; így tehát e növényből igen sok példányt szerezhettem meg és nézhettem át. Így több százra menő példányt vizsgáltam át — és ebben ifj. ENTZ GÉZA, műegyetemi tanársegéd volt szíves nekem segédkezni, a ki a dolgozatomhoz mellékelt rajzokat is elkészítette —, de mindamellett nem sok példányon találtam az érintett jelenséget.

A *Dentaria* virágzatait közelebbről átvizsgálva, mindenekelőtt észrevettem, hogy ha az említett szálnemű képletek, az álporzók, egy virágban megvannak, akkor rendszeren a virágzat összes virágjaiban előfordulnak (2. ábra), legfeljebb az utolsó még ki nem fejlődött virágokban hiányoztak, vagy talán még ki nem fejlődtek. De a mellett az egyes virágokban ez álporzók sem számra, sem pedig nagyságra és alaki sajátságokra nézve nem egyeztek meg (2. ábra).*



1. ábra.

grammját a szokásos felfogásban véve alapul —, jobb és bal oldalán, tehát transversal elhelyezésben egy-egy ilyen álporzót találni; ezek azonban nem mindig egyformák (2. ábra *a, b, c*). Néha csak az egyik oldalon van egy ilyen álporzó (2. ábra *d*) és néha több ilyen szálnemű képlet fordul elő, de akkor ezek igen eltérők lehetnek: az egyik a jellemző alakban jelenik meg, a többi pedig kisebb és fejletlenebb (1. ábra).

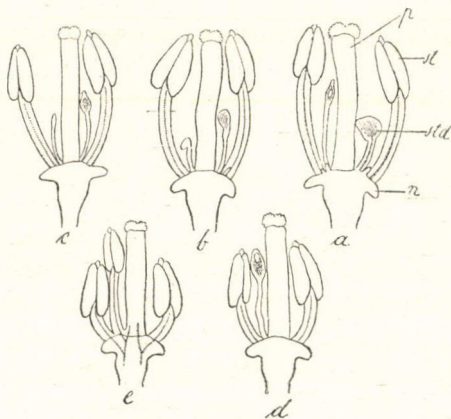
Ezen álporzók helyének meghatározására vonatkozólag fel kell említenem, hogy a *Dentaria* azon keresztesek közé tartozik, melyeknél a szirmok nyelesek, s a melyeknél a négy hosszabb porzó, szorosan a termőhöz szorúlva, kettő-kettő egymáshoz közelítve s látszólag a medián vonalba állítva fordul elő, így okot szolgáltatva arra, hogy

ezen két-két porzót egy-egynek a hasadásából keletkezettnek mondják. A mi, mint azt a fent idézett dolgozatomban kimutattam, nem helyes, a mennyiben a négy hosszabb porzóba nyúló edény-nyalábok kezdettől fogva diagonális elrendezést mutatnak és mind a négy porzó egy-egy egész porzónak felel meg. Különben vannak keresztesek, mint a *Crambe* és mások, melyeknek szirmjai nyeletlenek és szétterültek, úgy, hogy nyílt virág keletke-

* Az ábrákban használt betűknek a következő értelmük van: *p* = pistillum (termő); *st* = stamen (porzó); *std* = staminodium (álporzó); *n* = nectarium (mézmirigy).

zik, míg az előbbi zártnak lehetne nevezni, s ezen nyílt keresztes virágokban a négy hosszabb porzó tisztán diagonál helyzetű, szétálló és a szirmoknak superponált.

Az úgynevezett zárt keresztes virágban, azáltal, hogy a négy hosszabb porzó kettésével a medián sík felé összeáll, a hozzá függélyes, azaz transversál síkban nagyobb hézag támad, mely épen a két rövidebb porzó fölé esik s itt szoktak az említett álporzók föllépni, így látszólag egy másik két-tagú porzókört akarván jelezni (2. ábra). Egy esetben tényleg az álporzók helyén egy telje-



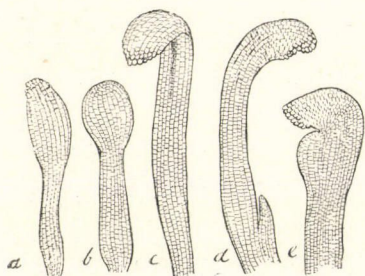
2. ábra.

sen kifejlődött egész porzót találtam (2. ábra *e*), mely a rövidebb porzónak superponálva volt, de hosszabb porzó volt s melyet vagy egy teljesen kiképződött álporzónak lehetne tekinteni, vagy pedig olyan hosszabb porzónak, mely valami rendellenes növekedés folytán eredeti helyéből ezen idegen helyre szorított. De minthogy ez esetben a rendes négy hosszabb porzó megvolt, így egy porzóval több volt ezen virágban.

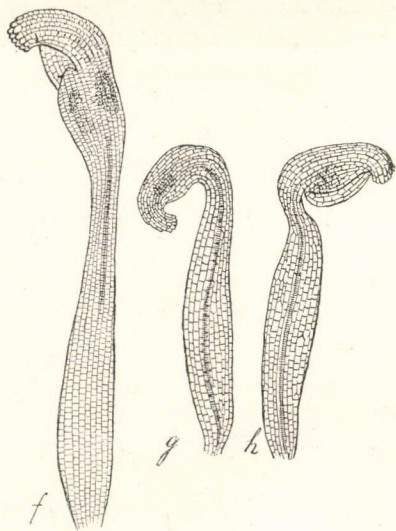
Talán lesznek egyesek, a kik ezen porzót egy rövidebb porzó kettéhasadásából keletkezettnek fogják tekinteni, és azért a nyálábok futását is helerajzoltam, hogy kimutassam, miszerint a két porzó külön nyálábot kap, melyek a szárban haladó nyálából indulnak ki, holott ha kettéhasadás állna fenn, a két

porzóba induló közös nyalábnak csak a porzók alján kellene két részre szakadnia.*

Az álporzók nagyságát illetőleg felemlítem, hogy kifejlett virágban legfeljebb 5 mm. hosszúak, úgy hogy a termő feléig érnek (1. ábra). Fiatal, még ki nem nyílt virágban, az álporzók néha az alatta álló rövidebb porzóval egyenlő hosszúságúak és ekkor a termő közepén túl terjednek, mivel ez csak később éri el teljes nagyságát (2. ábra *d*). Az 5 mm.-es hosszúságtól lefelé minden fokozatban találhatók ezen álporzók, egészen az olyan apró dudorocskákig, melyek csak nagyítóval vehetők észre; de ezek gyakran másféle képletek, melyekről alább még lesz szó.



3. ábra.



4. ábra.

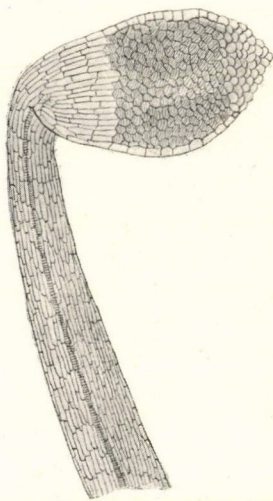
Alakra nézve az álporzók — ha a legapróbbaktól eltekintünk — rendszeren egy alsó keskenyebb részből — a nyélből — és egy felső kiszélesedett részből, a fejecskeből állnak (3. és 4. ábra). A nyél rendszerint az alján keskenyedő, fölfelé kissé kiszélesedő és a fejecskebe való átmenetnél ismét keskenyedő (4. ábra). A fejecske bunkós, ellipsis-, tojás- vagy ritkábban gömbalakú vagy szabálytalan és a hegyén kis csücsökben végződő. Rendszerint a fejecske el van hajlítva és a fejlődés legmagasabb fokán derékszög

* Lásd: KLEIN GYULA. Vizsgálatok a levelek rendellenességeiről. Érték. a természettud. köréből, XXII. köt. 8. sz. 1891.

alatt kapcsolódik a nyélhez (4. és 5. ábra). De különben külső alakulásában igen sokféle: néha egy vagy több helyen behorpadt vagy bemélyedett és a bemélyedés belső üregbe megy át; néha ez üregek zártak és kettősek, a mikor a fejecske külsőleg is két félből állónak mutatkozik, így a rendes porzó alakját utánozva (5. ábra).

Szövetileg az álporzók nyele igen egyszerű szerkezetű, egynemű, vékonyfalú, hosszirányban kissé megnyúlt négyszögletes sejtekből áll, melyekben gyér és szintelen tartalom van. A fejlettebb álporzók nyelének a közepén egy vagy két igen vékonyka csavarmenetes edényke húzódik végig, gyakran a fejecske közepéig (4. ábra *g*, *h* és 5. ábra), de néha ezen edényke csak a nyél és fejecske közötti átmeneti részben van kifejlődve s így lefelé nem áll összefüggésben a virág többi edényeivel (3. ábra *c* és 4. ábra *f*). Ez azonban csak fejlettségi fokozat lehet és valószínű, hogy későbben ezen edények is lefelé tovább fejlődtek és a virág többi edényeivel összeköttetésbe léptek. Mert az álporzók ebben is levéltermészetűket árulják el, a mennyiben, mint tudjuk, a leveleknek is gyakran az a sajátosságuk van, hogy edényeik először az elágazás helyén fejlődnek ki és csak azután történik a csatlakozás a szárban levő edényekhez. A nyél felületi, azaz felbőr-sejtjeinek külső falán szintén megtaláljuk azon finom hosszcsíkokat, melyek a rendes porzószálon is megvannak és tudvalevőleg a cuticula ránczosságán alapulnak, csakhogy az álporzók nyelein sokkal gyengébbek és nehezebben észrevehetők.

Annál változatosabb és különösebb a fejecskének szöveti alakulása, csakhogy ez a fejecskék fejlettsége szerint változik. Fejletlenebb álporzóknál a fejecske is egészen egynemű, kockás sejtekből álló szövetből alakul (3. ábra). És legfeljebb a fent említett csücsök sejtjei némileg eltérők, a mennyiben többé-kevésbé ki-



5. ábra.

emelkedők, azaz babugosak (papillás). Ez megint egy sajátság, mely fontossággal bír a képletek helyes értelmezésére nézve. Tudvalevőleg a rendes porzók csatlója (ereszték, connectivum) a portok fölé kis csücsökben kiáll és ennek sejtjei szintén kissé babugosak. Némely esetben azonban az álporzók csücsökjén a sejtek annyira kiemelkedők és hegyes végűek, hogy egyenesen a bibe sejtjeire emlékeztetnek. De arra a következőkben még visszatérünk.

Sokkal érdekesebb és fontosabb a fejecskének azon szöveti alakulása, hogy benne szintén megtaláljuk azon «fibrös», azaz csavaros vastagodással ellátott sejteket, melyek a portokok falát jellemzik s mint ismeretes, azon mechanikai feladattal bírnak, hogy a portokok kinyitását végezzék. Ezek a «fibrös» sejtek az álporzók fejecskéiben vagy csak egy helyen kis számban találhatók (4. ábra *g, h*), vagy a fejecskének majdnem egész területén — értve kívülről a második sejtstort (a portokok úgynevezett endothecium-át) — előfordulnak (5. ábra), vagy ha a fejecske két félre alakul, ezen két félnek a felületén kisebb-nagyobb területen fellépve. Ezen «fibrös» sejtek különösen bizonyítják, hogy az itt leírt képletek porzó-természetűek, de mivel belsejükben virágpor sohasem képződik, csak álporzóknak (staminodium) nevezendők.

Álporzóknak — staminadiumoknak — nevezzük a virágok porzó-tájában előforduló olyan részeket, melyek virágport nem fejlesztenek. Az ilyen álporzót több növénynél ismerünk és ezek a növények szerint más-más alkotásuak, mivel más-más hivatásuk is van. Így a *Sterculia* virágjában a rendes porzók alakjával bírnak, sőt portokjai fel is nyílnak, de virágpor nincs bennök.* Az *Erodium* és *Linum* virágjaiban pedig csak szálnemű képletek, melyek a rendes vagyis termő porzókkal váltakozva lépnek fel. Igen különösek a *Parnassia* staminodjai; ezek rövid nyelvű, széles pikkelyek, szegélyükön többnyire 11 hosszú nyújtvánnyal, melyek végükön gömbölyded mirigyét viselnek. Ezen álporzók itt mézet kiválasztó képletek, nektariumok. Más rendeltetésűek a *Tilia argentea* és a *Triglochin* álporzói. Az ezüstlevelű hárs virágjaiban ugyanis a termő körül először több rendes porzót, örvben állva, találunk, utána egy körben álló szíromnemű levelek következnek,

* Lásd: BAILLON, Traité de botanique médicale, 152. l. 398. ábra.

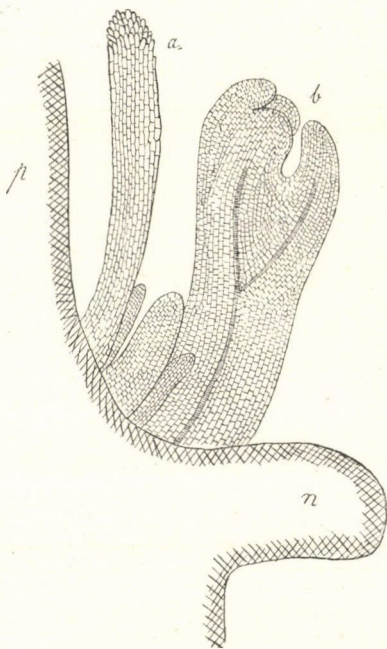
ezek után megint rendes porzók jönnek s ezeket kívülről még két körben álló levelek borítják. Itt a virágpor a kissé vajt, levélnemű staminodiumra esik s ott várja be az időpontot, melyben rendeltetése helyére jut, azaz a beporozásra használtatik fel. Hasonlóan áll a dolog a *Triglochin* virágjaiban.*

Igen érdekesek és általánosan ismeretesek a *Nymphaea* staminodjai, melyek itt a szirmok és porzók között szakadatlan átmenetet létesítenek és helyzetük szerint majd inkább szirmneműek, majd inkább porzóalakúak.

Mindezen esetekben azonban az álporzók az illető virág rendes alkotó részei, s így az említett növények minden virágjában és mindenkor megtalálhatók, még pedig állandó meghatározottalakban.

Egészen másképen áll a dolog a *Dentaria bulbifera* virágjában talált álporzókra nézve. Ezek itt nem minden virágban találhatók s azonkívül igen változó alakulásban lépnek fel. Ezek tehát más megítélés alá esnek és valódi természetüket kipuhatólandó, tovább vizsgáltam e képleteket és azt találtam,

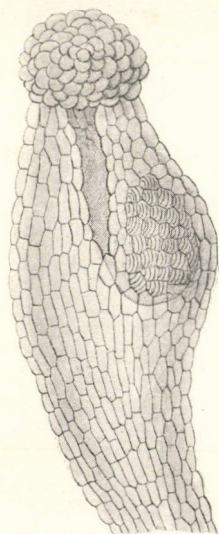
hogy különösen az elvirított virágok termőjének alján néha a fent leírtaktól eltérő alakú és szerkezetű képződmények fordulnak elő, a melyek úgy látszik csak a virág elvirágzása után képződnek, miután a termőn kívül a többi virágrész mind, sőt még az előbb leírt álporzók is lehullottak. Így keskeny szálnemű képleteket találni, melyek végükön alig vagy csak gyengén vannak kiszélesedve, de a melyek-



6. ábra

* Lásd: KENNER, Pflanzenleben, első kiadás, I. 605. és 606. l.

nek csúcsán a sejtek erősen kiemelkednek és így a bibe képét utánozzák (6. és 7. ábra); különösen azoknak van erősen babugos (papillás) csúcsuk, a melyek a termő kellő tövéből, vagy, mint az néha szintén előfordul, a termő oldalából nőnek ki (1. és 6. ábra *a*). Az erősebben bunkós végűek bibeszerű csúcsuk alatt szabálytalan nyilást mutatnak, mely a fejecske belsejében levő nagyobb üregbe vezet, így kezdetleges termőképződést tüntetve elő. Az ilyen képletnek a falában mind a mellett néha megtalálni azokat a por-



7. ábra.

zókra jellemző «fibrös» sejteket is, bár csak kisebb területen (7. ábra). Így tehát ezen képletek, míg egyrészt babugos csúcsukkal és belső üregükkel a termőre emlékeztetnek, másrészt a «fibrös» sejtek miatt porzó természetet is mutatnak s így sajátos kombinált képződmények. Ezeknek keletkezését a következő okoskodás alapján lehet magyarázni. A növények külső alakulásában s így egyes részeinek képződésében jelenleg már nem a GOETHE-BRAUN-féle idealisztikus alapon állunk, melyből kiindulva, az alakot függetlenül anyagi minőségétől, mint magában létezőt tárgyalták, hanem a SCHWENDENER és SACHS megindította irányhoz csatlakozva egészen materialisztikus alapon s ennél fogva azon felfogást valljuk, hogy a növények külső alakulása csak mechanikai folyamat. Ebből

kifolyólag SACHS * fejtegetései értelmében: minden növényi alak és alkotó anyaga között oksági kapcsolat áll fenn, így tehát az alak különbségek az anyagi összetétel különbségein alapulnak, s ezért a növényi szervek tanulmányozásánál azok anyagi minőségét is tekintetbe kell venni, mert csak abban keresendők e szervek alakjainak okai. SACHS ezen felfogásának értelmében egyenesen külön: gyökér-, sarj- és virágképző anyagokat vesz fel,

* SACHS. Stoff u. Form der Pflanzenorgane. Arbeiten des bot. Instituts in Würzburg. II. köt. 452. l.

melyeknek képződését a levelekben feltételezi, a honnan azután azon helyekre vándorolnak, a hol nekik megfelelő alakokat öltenek, azaz létesítenek, feltéve, hogy a külső tényezők erre változtatólag nem hatnak.

Így jutnak a virágba is azon anyagok, melyekből csészелеvek, szirmok, porzók és termők lesznek. Ezen részek, mint ismeretes, rendszerint mindig a megfelelő helyeken jelennek meg, de bizonyos külső tényezők befolyása alatt néha módosulások állhatnak be. Így például az elzöldülő vagy teljes virágokban, mely utóbbi eset nagyon gyakori a kulturában. Bő táplálkozás és nedvesség, valamint árnyék mellett ugyanis a növény inkább hajlandó leveles részeket fejleszteni, ellenben a szárazság és gyér táplálkozás a virágok képződését sietteti.

A *Dentaria bulbifera* itt leírt képleteire visszatérve, kiemelem, hogy azok a porzók és termő közötti helyen szoktak föllépni, tehát ott, a hol porzóknak és termőknek való képző-anyagokat kell föltételeznünk s azért láttuk, hogy ezen képletek helyzetük szerint hol inkább porzóra, hol pedig termőre emlékeztető sajátságokat tüntetnek fel, sőt egyes esetekben mind a két szervnek némely bélyegét magukon hordják (7. ábra). Néha az elvirított virágokban a termő alján még egészen más képletek is képződnek, melyeknek kiszélesedő vége több szabálytalan karélyra oszlik (6. ábra *b*) s melyek alkotásukban sem a termőre, sem pedig a porzókra nem emlékeztetnek. Mig tehát így az itt leírt képletek sajátos alakulása helyzetükből levezethető, más kérdés az, hogy mi okozta e képletek keletkezését. Erre nézve megtaláljuk a feleletet a *Dentaria bulbifera* biológiai viszonyaiban, melyek e növény elszaporodására vonatkoznak és a «*bulbifera*» névre is okot szolgáltatnak.

Növényünk ugyanis leveleinek hónaljában vaskos, hagymaszerű rügyeket fejleszt, úgynevezett kelőrrügyeket (*bulbilli*), a melyek a növényről könnyen leválnak és a földben gyökeret hajtva, új növényekké fejlődnek, s ez által igen hathatósan elősegítik a szaporodást.

A szaporodás ezen módja, a *propagatio*, melyet tenyésztinek vagyis «vegetatív»-nek neveznek, számos esetben ismeretes s itt csak a *Ranunculus Ficaria*-t és a *Lilium bulbiferum*-ot mint általánosan ismert példákat hozom fel. E növények mind

megegyeznek abban, hogy magvakat vagy egyáltalában nem, vagy csak ritkán hoznak létre s minthogy így a magvak által szaporítás, azaz a tulajdonképeni szaporodás — a reproductio — korlátozva van, e növények vegetatív úton, a levelek hónaljaiban képződött kelőrügyek vagy gumócskák (*Ranunculus Ficaria*) által, tehát propagatio útján szaporodnak.

A magvak képződésének elmaradása pedig a *Ranunculus Ficaria*-nál onnan van,* hogy e növény rendszeren árnyékos helyeken tenyészik, a hova a beporozást végző rovarok nem igen jutnak el; de ha napsütött helyen előfordul, akkor e növény virágjait egy kis virágport evő bogár látogatja s ez a beporozást is végzi, minek következtében az ilyen példányokon magvakat is találunk; ellenben e levelek hónaljában ez esetben vagy egyáltalában nem képződnek gumócskák, vagy csak gyéren.

A *Lilium bulbiferum*, mely a közép- és északi alpeseken terem, alig hoz termést, ellenben leveleinek hónaljában sok hagymás kelőrügyet fejleszt; holott a dél-franciaországi *Lilium Croceum* majdnem kivétel nélkül csiraképes magvakat fejleszt, de leveleinek hónaljában kelőrügyek nincsenek, pedig e két növény virágjai között semmi különbség nincsen, a miért is azt kell feltételeznünk, hogy Dél-Franciaországban a beporozáshoz szükséges rovarok megvannak, míg az alpeseken hiányoznak s innen van az említett különbség a magképzés tekintetében.

Hasonló viszonyok vannak a *Dentaria bulbifera*-nál.** «E növény virágpora csak a rovarok közbenjárása mellett jut a bibére s csak ha ez állatok a virágokat látogatják, keletkeznek termések. E növény részint fiatal bükkösben terem, a napos erdőszélen, a hol rovarok előszeretettel tartózkodnak, de terem szálfaterdőben is, mely a fiatal bükkösből az idő folyamán képződött és a hol, mint árnyékos és virágban szegény helyen, a méhek, legyek és pillangók csak ritkán fordulnak meg. A fiatal erdőben és az erdőszél közelében a rovarok látogatta virágokból mindenütt beczőtermések fejlődnek; a szálerdő elhagyott mélyében azonban a legtöbb virág nyilik és elvirít, a nélkül, hogy rovar látogatta volna.

* Lásd: KENNER, Pflanzenleben, I. kiadás, II. kötet, 455. oldal.

** Lásd: KENNER, Pflanzenleben, I. kiadás, 2-ik kötet, 455. lap.

A termők legnagyobb része elcsenevészedik, hervad, lehull és csak ritkán képződik ki az egyik vagy másik becző és benne a magvak. Minél inkább háttérbe szorul a magképzés, annál inkább kifejlődnek a kelőrügyek a levelek hónaljában; * e kelőrügyek a nyár folyamán a hervadó növényről leválnak, a szélben hajlongó szártól ellöketnek és az erdő nedves talajára jutva, csakhamar gyökereket vernek és földalatti gyöktörzsekké nőnek ki. Az erdő legárnyékosabb helyein oly példányokat is találni, melyek még a szár hegyén sem hoznak virágokat s így tisztán csak a kelőrügyek által való szaporodásra vannak utalva.»

Az általam gyűjtött *Dentaria*-példányokon, melyeken az itt leírt képletek előfordultak, beczók szintén nem igen képződtek; az elvirítás után a termők vagy mindjárt lehulltak, vagy satnyák maradtak; belsejükben pedig magkezdemények vagy egyáltalában nem voltak, vagy kicsinyek maradtak, tehát nem mutatták azon változásokat, melyek mint a beporozás és termékenyítés következményei rajtuk az elvirítás után jelentkezni szoktak és a magképzés megindulásának a jelei.

E *Dentaria*-példányok így valószínűleg szintén árnyékos helyen állottak, a hol a beporozás rovarok hiánya miatt elmaradt s ezért beczók sem képződtek, helyettük azonban az itt leírt képletek keletkeztek. A virágokban ugyanis a magképzésre szánt anyagok — a beporozás elmaradása miatt — nem használtatván fel, ezen képletek fejlődésére szolgáltak. E képletek tehát esetleges járulékos képződmények, melyek a magképzéssel függnek össze és egy új esetét szolgáltatják azon kölcsönösségi viszonyoknak (correlatio), melyek a növénytest alakulásában oly fontos szerepet játszanak. A növénytest összes részeivel szerves egészet alkot s így például az egyik rész elmaradása más részek keletkezését idézi elő, mert a növény a magának megszerzett plastikus anyagot valamiképen okvetlenül felhasználni igyekszik s ha ezt,

* De különben a magvas példányokon is vannak kelőrügyek; így a műegyetem növénygyűjteményében van a *Dentaria*-nak egy példánya, melyen hét jól kifejlődött becző van, és mindamellett találni rajta igen nagy kelőrügyeket is. Ezek tehát a *Dentaria bulbifera* sajátlagos részei, melyek úgy látszik mindenkor képződnek, mivel a növény hasznára vannak s így az idők folyamán állandósultak.

a bizonyos eredeti célra szánt anyagot erre felhasználni nem tudja, új képződmények létrehozására fordítja.

A számos ide vágó eset közül szabadjon itt csak a következőt felemlítenem. A *Rhus Cotinus*, helyenként nálunk is termő bokor, egy érdekes biológiai sajátosság miatt a kertekben általánosan el van terjedve. Ágainak végén ágas-bogas virágzatot fejleszt, mely azonban csak apró, igénytelen virágokat visel. Az elvirítást után e virágzatok hajzatszerű gomolyokká változnak át, s ez adott okot a «parókafa» elnevezésre, melyet a megfelelő német kifejezés alapján a magyarban is alkalmaznak e bokorra. Megvizsgálva az elvirított virágzatot, azt találjuk, hogy csak egyes kocsányokon vannak fiatal termések s ezen kocsányok szőrtelenek; ellenben a többi termés nélküli kocsányok igen szőrösök. Így tehát ott, a hol termések képződnek, a szőrök fejlődésére már nem jutott anyag, ellenben a többi kocsányon az eredetileg a termésnek szánt anyagok szőrök képződésére használtattak fel.

Egészen hasonlóan áll a dolog a *Dentaria bulbifera* virágjaiban. Árnyékban álló példányokon, elmaradván a beporozás, termés nem képződik s így az ennek szánt anyag az itt leírt képletekre fordítatik. Napos helyeken álló példányok pedig beporoztatnak, azért terméseket is fejlesztenek s így más járulékos képződményekre nem jut már anyag. Ezek után érthető az is, hogy miért nem találjuk az itt leírt képleteket minden virágban s nem mindenkor ugyanazon fejlettségben, mert hiszen ez a képződésükhöz rendelkezésre álló anyagok mennyiségétől s egyéb körülményektől is függ.

Az itt leírt képletek az illető virág életében természetesen nem bírnak jelentőséggel s csak új bizonyítékok arra nézve, hogy a természet a növénytest alakulásában néha milyen különös módon jár el és új meg új képződményeivel kimeríthetlen forrása a tudományos megfigyelésnek és buvárkodásnak.

A CINNAMOMUM-GENUS AZ ÖSVILÁGBAN.*

STAUB MÓRICZ I. tagtól.

Ha nem tévedek, CHARLES DARWIN azt mondja iratainak egyikében, hogy nincs fa, a melyen két egymást teljesen fedező levelet találnánk. Ezzel jelezni akarta a halhatatlan tudós az alakváltozásra való hajlamot, mely az ennek megfelelő képességgel és a végrehajtó erővel együtt a szerves testek tulajdona. És tényleg, ha végig tekintünk élő fa lombozatán, akkor azt tapasztaljuk, hogy az bizonyos tipikus mértani terv szerint kialakul ugyan, de sohasem mértani pontossággal is. Innét van, hogy nemcsak a különböző korú galyak és ágak levelei különböznek egymástól, de még egy és ugyanazon hajtás levelei is; sőt gyakran a levelek összességében a mértani alak típusától egészen eltérő alakokra akadunk. Minthogy a növények ősvilági elődjeiből leginkább levelek, mint az egyed legszámosabb és a megmaradásra legalkalmasabb tagjai maradtak meg korunkig, könnyen elképzelhető, hogy mennyi nehézséggel kell megküzdenie annak, a ki e levelekből föl akarja ismerni a növényt is, mely e levelek segítségével végezte a régi multban transpiráló és assimiláló munkáját, és mennyi tévedésnek van kitéve az, kinek az összehasonlításra legfőlebb valamely herbarium szegényes anyaga, nem pedig az egész élő fa áll rendelkezésére. Ennek tulajdonítandó, hogy a phytopalaeontologia aranyat érő anyaga között sok a pelyva is, melynek kiküszöböléséhez most már erélyesen fognak. Gyakorolta ezt újabb időben különösen A. SCHENK ** és pedig oly kiméletlenül, hogy nem egy-

* Kivonat szerzőnek 1899. évi április hó 17-én tartott székfoglaló értekezéséből.

** ZITTEL, Handbuch d. Palaeontologie, II. köt.

szer elvetette a sulykot is; de bizonyos, hogy ennek áldásos hatása is van, a mint azt az újabb irodalom bizonyítja. A botanikus épp úgy mint a geologus érdekében áll, hogy a kritikát kiálló anyaggal következtethessenek a régen mult idők biológiai viszonyaira és én azt hiszem, hogy nem végeztem fölösleges munkát, midőn a harmadkor gazdag florájából egy olyan genust választottam tanulmányozásra, melynek az ősvilágban kiváló és uralkodó szerep jutott; értem a babérfélék *Cinnamomum* nevű genusát.

*

A *Cinnamomum*-fajok egyik része tekintélyes fák, melyek közül például *C. Sintok* BL.* 25 m.-t is elér, de vannak köztük csak fél m.-t túlhaladó cserjék is (*C. daphnoides* SIEB. ET ZUCC. etc.), de a majdnem 20 m.-nyi magasságot elérő fajok is sokszor csak cserje alakot öltenek (*C. Zeylanicum* BREYNE etc.); végre vannak legfőlebb fél m.-nyi magasságot elérő fajok is (*C. citriodorum* THWAITE etc.). A Japánban és Khinában elterjedt *C. camphora* NEES ET EBERM. méreteiről az utazók érdekes adatokat közölnek. REIN** olyant is látott, melynek törzse kerületben meghaladta a 11·5 m.-t és 11·5 m.-nyi magasságban hatalmas, messzire kiterjedt ágakra oszlott.

A többnyire átellenes helyzetű levelek nagysága igen különböző; a legnagyobbakat (15·7—31·4 cm.) találjuk p. *C. paraneuron* MIQ.-nál; a legtöbb faj azonban csak közép nagyságú (5—10 cm.) leveleket fejleszt; legkisebb levelei (2·6—3 cm.) vannak a *C. Maruba* MEISSN.-nek.

A *Cinnamomum* fajainál az ovalis alakú levelek uralkodnak, de ez alak egyrészt átmehet a tojás, másrészt az ellipsis alakjába; mások hosszukásak, sőt lándzsaidomúak is. Ezen alakok sokszor egy és ugyanazon faj leveleinél egymással különbözőképen kombinálódva fordulnak elő és ha még tekintetbe vesszük a levelek vállának és hegyének változásait, akkor könnyen belátható, hogy a *Cinnamomum*-levelek, különösen fosszil állapotban, egyformaságuk vagy jobban mondva egyszerűségük mellett mennyire megne-

* MEISSNER in DE CANDOLLE, Prodrormus etc. vol. XV. p. 12.

** Japan, II. p. 169.

hezítik a faji meghatározást. A levelek állománya kevés kivétellel bőrnemű, de merev pergamenszerű is lehet, e mellett felső lapjuk sima és fényes, és ha hozzá vesszük még azt, hogy a vályús nyél többnyire vékony és rövid (legnagyobb hosszúság 3·27 cm. [*C. parthenoxylon* NEES], legkisebb hosszúság 4·4 mm.), akkor föl ismerjük a *Cinnamomum* leveleiben a tropikus, a csapadék vízbősége ellen védekező faj leveleit. Igen jellemző a levelek erezte is, mely szerint hét typust tudok megkülönböztetni: (*Cinnamomum* *Cassia* BL. etc., *C. iners* REINW. γ *subvenosum* etc., *C. Burmanni* BL. etc., *C. camphora* NEES ET EBERM., *C. Cecidodaphne* MEISSN. etc., *C. citriodorum* THWAIT. etc., *C. pseudosassafras* MEISSN.

Az első (*C. Cassia* BL.) és második (*C. iners* REINW.) typus gyakran egy és ugyanazon faj leveleinél is található; a leggyakoribb a harmadik typus (*C. Cecidodaphne* MEISSN. etc.); a hetedik (*C. pseudosassafras* MEISSN.) legjobban tér el a többi hat typustól.

Azon kis duzzadásokat, melyek különösen a *Sectio II. Camphora* több fajainál a levélerek szögeiben láthatók és melyeket a fosszil levelekről is ismerünk, MEISSNER mirigyeknek tekintette, de ezek most *acarodomatidiáknak*, azaz «atkalakásoknak» bizonyultak. Én a tölem átvizsgált leveleken háromféle ilyen atkalakást tudtam megkülönböztetni (*C. camphora* NEES ET EBERM., *C. glanduliferum* MEISSN., *C. Cecidodaphne* MEISSN.).

Mellőzván a virágzat és virág szerkezetének leírását, csak azt emlitem még meg, hogy azok, valamint a bogyógyümölcsök is ismeretesebb fosszil állapotban.

MEISSNER a töle leírt 54 *Cinnamomum*-fajt két csoportra osztja, ú. m. *Sectio I. Malabathrum* (42) és *Sectio II. Camphora* (12 faj); e fajok száma PAX, J. BENTHAM és J. D. HOOKER szerint redukálható volna és saját tapasztalataim szerint, melyeket az élő és a fosszil anyagon tettem, e kívánság teljesen indokolt; mind a mellett azonban újabb időben még öt új fajjal bővítették MEISSNER sorozatát.

A *Cinnamomum* mai hazája a keleti monsunterület: a délkeleti Ázsia. Indiában az északi szélesség 30., Japánban a 35. fokáig terjed; Queenslandban egy és New South Walesben két faj fordul elő és ezek szerint a *Cinnamomum* dél felé a 40. fokig terjedne. Ezen aránylag véve szűk területet tágitják a tenyésztési ki-

sérletek, a melyeket e növénynyel már régen és még most is tesznek. Ezek átültették Amerika központi és déli vidékeire, Afrika nyugati és keleti partjaira, valamint Déleurlópa egynehány pontjára. E kísérletek sikerültek, mert a *Cinnamomum* jelenlegi hazájában nem annyira annak melegét, hanem inkább annak nedveségét keresi.

*

Kevés növény van, melyből annyi fosszil maradvány jutott volna kezeink közé, mint a babérfélék ezen érdekes genusából. Számos levél, de virágok és gyümölcsök is tanuskodnak arról, hogy e genus a harmadkori flora egyik kiváló alkotó eleme volt. A phytopalæontologiai irodalom 40-nél több harmadkori fajt sorol föl, de nézetem szerint ezen fajok megállapítása sokszor a leletek csekélyisége vagy gyarlósága, vagy az összehasonlításra szükséges élő anyag hiánya miatt el lett hibázva. Ezen «palæontologiai fajok» a dologba be nem avatottat azon téves véleményre csábíthatják, mintha a geologiai multban az illető növénygenusból sokkal több faj létezett volna és hogy ezeknek a számát a jelenkorba való átmenetel apasztotta. Kétséget nem szenved, hogy azon hajlam és azon erő, melyeknek a növények engedve az éghajlat és a talaj befolyása alatt histologiai és morphologiai szerkezetüket megváltoztatják, a növények velök született hozománya. Ez nemcsak az egyes egyedek tagjainak kialakulásában nyilvánul, hanem az egész egyed faji jellege is meg fog változni. Fosszil maradványok tanulmányozásánál még azt is szem előtt kell tartani, hogy azok a kifejlődés különböző állapotában kerülnek az őket eltemető és a késő időkire megőrző közegbe; a fiatal és az idős vagy a rendellenesen fejlődött levél, virág és gyümölcs fosszil képében is mutatja idegen vonásait, de maga a képet megőrző anyag szerkezetbeli különbözősége sok esetben csökkenti a jellegek pontos fölismerésének lehetőségét.

A fosszil *Cinnamomum*-levelek sokaságának gondos összehasonlítása a recens *Cinnamomum*-fajok leveleivel csakhamar arról győzött meg, hogy a harmadkori florában ugyanazon típusok szerepeltek, mint a mai florában, és hogy mindazon apró vonások, a melyekkel az egyik vagy másik szerző előhozakodik és

a melyek a régi típusoknak a jelenlegiektől való eltérését bizonyítják, érvényüket veszítik.

Különbség a mult és a jelen között csak abban mutatkozik, hogy a genus elterjedésének területe sokkal nagyobb volt mint ma, de a *Cinnamomum*-ból tett eddigi leletek még arra az érdekes dologra engednek következtetni, hogy a genus azon fajai, melyek az elterjedés mai területének legnagyobb részét elfoglalják, megtették azt az elterjedés régi területén is; sőt azon szép együttlélést, melyet bizonyos fajok, mint például *Cinnamomum camphora* NEES ET EBERM. és *C. pedunculatum* NEES a jelenkorban tanúsítanak, meg volt már a régi geologiai multban is.

Gondos tanulmányozás után az eddig Európában talált fossziliz *Cinnamomum*-maradványokat a következő recens fajok típusához sorolom, ú. m.:

I. Typus: **Cinnamomum camphora** NEES ET EBERM.

1. **C. polymorphum** AL. BRAUN SP. és alakköre:

C. polymorphum AL. BR. SP. VAR. *camphoracifolium* SAPORTA.

C. Buchii HEER.

C. spectabile HEER.

C. transversum HEER.

C. Larteti WATELET e. p.

C. ellipsoideum SAPORTA ET MARION.

C. ovale SAPORTA e. p.

C. spectandum SAPORTA.

C. sezannense WATELET e. p.

II. Typus: **Cinnamomum pedunculatum** NEES.

2. **C. Scheuchzeri** HEER és alakköre:

C. ovale SAP. e. p.

C. sextianum SAPORTA.

C. lanceolatum UNGER SP. e. p.

III. Typus: **Cinnamomum Henricii** SAP.

3. **C. salicifolium** STAUB = *C. lanceolatum* UNG.
SP. e. p.

C. sezannense WAT. e. p.

C. subtilinervium SAP.

IV. Typus: **Cinnamomum Zeylanicum** BREYNE — *C. iners* REINWARDT.

4. **C. Rossmässleri** HEER és alakköre:

C. grandifolium ETTGSH.

C. Targionii RIST.

C. Larteti WAT. e. p.

C. minutulum SAP.

V. Typus: **Cinnamomum Culilawan** BLUME.

5. **C. sezannense** WAT. e. p.

VI. Typus: **Cinnamomum sericeum** SIEBOLD ET ZUCCARINI.

6. **C. rotundatum** SAP.

VII. Typus: **Cinnamomum pauciflorum** NEES.

7. **C. spiculatum** PILAR.

VIII. Typus: **Cinnamomum javanicum** BBUME.

8. **C. ucrainicum** SCHMALHAUSEN.

E fölsorolt fajok közül *Cinnamomum salicifolium* MIHI, mint az irodalomban csak most szereplő faj, különös figyelemre érdemes.

Azon fosszil *Cinnamomum*-fajokhoz, melyek Európa harmadkori florájában kiváló szerepet viseltek, tartozik a *Cinnamomum lanceolatum* is, melyet F. UNGER 1850-ben *Daphnogene lanceolata* név alatt irt le; 1856-ban HEER ismerte föl *Cinnamomum*-hoz való tartozását; azonban ő sem talált sem az élő, sem a fosszil levelek közt olyant, melyet vele összehasonlíthatott volna és így a fosszil leveleket joggal lehetett kihalt fajhoz tartozóknak tekinteni. A berlini kir. növénytani múzeum azon anyagában, melyet nekem dr. A. ENGLER titk. kormánytanácsos, egyet. tanár és az említett múzeum igazgatója nagy hálára lekötelező előzékenységgel e tanulmányom czéljára átengedett, egy olyan névtelen *Cinnamo-*

mum-példányra is akadtam, melyről a mellette fekvő jelző czédula a következőt mondja:

«Jehang and immediate neighbourhood, China
from dr. A. HENRY, oct. 1887.
Mus. bot. Berol. No. 53.»

E példány virágzó ág; leveleinek hosszúsága úgy aránylik szélességükhöz mint 6 : 1-hez; a leghosszabbik 11·1 cm. mellett 1·6 cm. széles, de van köztük 9·5 cm. hosszú és csak 2·0 cm. széles levél is. A levél lemeze fölfelé és lefelé lassanként és egyformán elkeskenyedik és pedig fölfelé majd hosszabb, majd rövidebb csúcsban, lefelé pedig a 4—5 mm.-nyi hosszú nyélbe; a lemez középső része majdnem egyforma szélességű; a nyélből a levéllemezbe lépő edénynyalábok közül a két oldali a levél válla fölött válik el a középsőtől, a levél széléhez közel és párhuzamosan vele futnak fölfelé, de a levél csúcsát nem érik el, hanem a levéllemez közepe fölött egyesülnek a középerből jövő másodrendű oldalerekkel. A harántúl menő harmadrendű erek nem állanak egymáshoz igen közel, meg lehetőszen jól emelkednek ki a lemez szövetéből és még finomabb, de rövidebb erecskék kötik őket össze. Gróf G. de SAPORTA «Derniers adjonctions à la flore fossile d'Aix-en-Provence etc.» című munkája II-ik kötetének 21-ik lapján a következőt olvashatni: «Le *Cinnamomum lanceolatum*, qui a tenu une si grande place dans la végétation de l'Europe tertiaire, se rattache directement à une espèce chinoise actuelle, recueillie récemment par le docteur HENRY (février, 1887), et désignée par lui sous le nom le *Cinnamomum pedunculatum* N. var. *angustifolia*, mais qui paraît nouvelle en réalité. On peut la nommer *C. Henricii* . . . » azaz a harmadkori Európa flórájában oly kiváló helyet elfoglaló *C. lanceolatum* szorososan csatlakozik egy jelenleg élő chinai fajhoz, melyet nem régen dr. HENRY (1887. februárius) gyűjtött és melyet *C. pedunculatum* N. var. *angustifolia* névvel jelölt, de mely tényleg új faj, melyet *Cinnamomum Henricii*-nek lehetne elnevezni. A boldogult nagynevű francia phytopalæontologussal egyetérték abban, hogy a *C. Henricii* külön önálló faj, de ő benne valamennyi *C. lanceolatum* UNG. SP. név alatt leirt levelek őseit látja és e tekintetben eltérő a nézetem. *C. lanceolatum* UNG. SP. leveleinek

sokaságában csak kevés van, melyeket *C. Henricii* leveleivel lehet összehasonlítani és szükségesnek tartom ezeket a *C. lanceolatum* UNG. SP. alakköréből kirekeszteni és *Cinnamomum salicifolium* név alatt azon fosszil fajok mellé állítani, melyeknek élő utódai biztossággal kimutathatók. Ha példának okáért a sotzkai (F. UNGER, Die foss. Flora v. Sotzka, t. XXXVII. f. 1. 3. 4. 6) és a manosque-i leveleket (de SAPORTA, i. h. t. VI. f. 6. 10) összehasonlítjuk a többi *C. lanceolatum* UNG. SP. név alatt leírt levelekkel, akkor azonnal föltűnik a különbség, mihelyest *C. Henricii* leveleit is melléjük tesszük. Nézetem szerint a *C. Henricii* SAP. alapján a *C. lanceolatum* UNG. SP. alakköréből kizárt levelek után még fenmaradó levelek részben a *C. camphora* NEES ET EBERM., részben a *C. pedunculatum* NEES nevű típusok alakkörébe tartoznak. E megmaradt levelek ugyanis alaposan indokolják az engem megelőző szerzők azon ismételtlen kifejezésre juttatott és a *C. lanceolatum* név alatt leírt levelek helyes meghatározását illető kételyeit. Szerintök e levelek inkább vagy a *C. Scheuchzeri*-ra vagy a *C. polymorphum*-ra emlékeztetnek és ismételtlen beszélnek «átmeneti alakokról» is. Olvassuk csak el azt, a mit HEER a *C. Scheuchzeri* leveleiről mond. Ha ezen levelek sorozatán végig tekintünk, akkor az alakok igazi tarkaságával találkozunk és azon benyomást keltik bennünk, mintha e fa életében különös heterophylliával dicsekedhetett volna. A levelek mindegyikében majd kisebb, majd nagyobb mértékben megtaláljuk majd a *C. Scheuchzeri*, majd a *C. polymorphum* jellegét kifejlődve és mind ezek után joggal lehet a *C. lanceolatum* UNG. SP. faji önállóságában kételkedni. Igazolja azt még mindhárom levélnek Európa harmadkori florájában való nagy elterjedése és minden gazdagabb lelethelyen együtt való előfordulása is. A kinek alkalmá lesz a *C. camphora*-t és *C. pedunculatum*-ot mai hazájokban megfigyelhetni, biztosra veszem, megtalálja rajtuk a *C. lanceolatum* UNG. SP. leveleit is.

A megelőzőben említett, biztossággal megállapítható fosszil fajokhoz csatlakoznak egyes levelek, levéltöredékek és gyümölcsök, melyek sem az élő, sem a megemlített fosszil fajok egyikével sem azonosíthatók, sem biztossággal nem hasonlíthatók össze. Ezen «kétes fajok» a következők:

1. *Cinnamomum inaequale* WAT.
2. " *formosum* WAT.
3. " *paucinervium* WAT.
4. " *elongatum* SAP.
5. " *aquense* SAP.
6. " *emarginatum* SAP.
7. " *palaeocarpum* SAP.
8. " *apiculatum* SAP.
9. " *sezamense* WAT. E. P.
10. " *obtusifolium* ETTGSH.
11. " *laurifolium* ETTGSH.
12. " *Hofmanni* HEER.
13. " *personatum* BAYER.

Azon gyönyörű virágmaradványokról, melyeket a samlandi borostyánkőből ismerünk, ú. m.

14. *Cinnamomum prototypum* CONWENTZ.
15. " *Felixii* CONWENTZ

nem volt megállapítható, hogy a már ismeretes levelek melyikével volnának kapcsolatba hozhatók.

Törlendők Európa fosszilis florájából a *Cinnamomum subrotundum* HEER, mely nem egyéb mint más faj vagy fajok rendellenes alakja; az élő *C. Tamula* NEES és *C. ovalifolium* WIGHT-nál is található ilyen leveleket.

Törlendő továbbá a *Cinnamomum retusum* HEER, mely szintén olyan levélalak, mely más *Cinnamomum*-fajoknál mint rendellenes alak előfordul; így a berlini *C. Henricii* SAP. példányán az egyik ág izén csak ilyen *C. retusum* HEER-féle levelek fejlődtek.

Törlendők végre mint rendellenes levélalakok a *Cinnamomum obtusifolium* PAOL., *C. novalense* VIS. ET MASS., *C. senescens* SAP., *C. veronense* MASS., *C. antiquum* MASS. és *C. hyppomane-folium* MASS.

A megelőző sorokban felsorolt *Cinnamomum*-fajok egész Európában voltak elterjedve és pedig az eocéntől egészen a pliocénig föntartotta magát a következő négy typus, ú. m. *C. cam-*

phora NEES ET EBERM., *C. pedunculatum* NEES, *C. Henricii* SAP. és *C. Zeylanicum* BREYNE; a többi négy csak egyetlen egy faj vagy csak levelek által képviselt typus egyesek (*C. pauciflorum* NEES) kivételével az oligocænnél fiatalabb rétegekben eddig még nem találtatott. A *C. pauciflorum* NEES-nek volna még egy középmiocænenbeli lelethelye.

Az eocænnél idősebb európai lerakodásból mai napig nem ismerünk *Cinnamomum*-maradványt és tekintettel az egyebütt tett leletek gazdagságára, alighanem biztosnak vehetjük, hogy Európa krétakorú florájában még nem szerepelt a *Cinnamomum*-genus.

A mi most azon fajokat illeti, melyek legkorábban foglaltak tért Európa földjén, akkor a *Cinnamomum sezannense* WAT. volna az alsó eocænben az uralkodó faj, de igen valószínűnek tartom, hogy ezen név alatt egybefoglalt levelek egy része a *C. camphora* NEES ET EBERM., egy másik része a *C. Henricii* SAP., egy harmadik végre a *C. Culilawan* BL. typusaihoz számítható. Akár helyes ezen nézetem akár nem, egyet mégis biztosan ki tudok mutatni és ez az, hogy WATELET levelei egynek kivételével *csak* az alsó eocænben fordulnak elő és ezen kivétel gyanánt említett egy levél alsó oligocænenbeli lelethelyről van leírva. WATELET leveleinek többségét különösen csak nagyságuk teszi különbözőkké az illető typustól, de nálánál nagyobb elterjedést a következő korszakokban mutatnak a velök rokon *C. lanceolatum* UNG. SP. és *C. salicifolium* MIHL.

A *C. sezannense* WATELET-et ismerjük Grönland és Észak-amerika krétakorú lerakásaiból is; ellenben a két utóbb említett fajt nem, és e tény önkénytelenül megerősíthetné azok véleményét, kik a *C. sezannense*-ben azon fajok elődjét vélik fölismerni, mely Európa földjére lépven, itt a megváltozott viszonyokhoz alkalmazkodván és leveleit megváltoztatván, a *C. lanceolatum* UNG. SP. fajává lett. Figyelemre méltatandó itt még az is, hogy a *C. sezannense* európai lelethelyei mind e szárazföld nyugati partján fekszenek.

Az európai alsó eocænből még a *C. Larteti* WAT. van leírva és pedig egyetlen egy lelethelyről, a párisi medenczében fekvő Balleu-ról. E levelekről azt hiszem indokoltan kimutathattam azt, hogy egyik részük a *C. polymorphum* AL. BR.-hoz tartozik; másik részüket nem tudom a *C. ellipsoidum* SAP. ET MAR. leveleitől megkülönböztetni; mindkettő pedig a *C. camphora* NEES ET EBERM.

typus tagja és csak egy levél van, mely minden valószínűség szerint az olaszországi pliocénben, de itt is csak egyetlen egy példányban talált *C. Targioni* RUST. nevű levéllel egybevág.

Az alsó eocénnél fiatalabb európai rétegekből nem ismerünk *C. Larteti* WAT.-féle leveleket, de *C. ellipsoideum* SAP. ET MAR.-féle leveleket sem; azonban ismerjük az utóbbiakat Grönland és Észak-amerika krétájából és ilyformán bemutatják magukat az európai *C. polymorphum* AL. BR. SP. elődjei gyanánt.

A felső oligocéntól kezdve vetélkednek gyakoriságra nézve épp úgy mint mai hazájukban a *C. camphora* NEES ET EBERM. és a *C. pedunculatum* NEES típusai a *C. polymorphum* AL. BR. és *C. Scheuchzeri* HEER alakjában, de végre a pliocénben ők is elvesztik a honosság jogát Európa földjén.

Ezek után bizonyosan érdekes azon kevés adat is, melyet a *Cinnamomum* mai hazája, Ázsia geológiai multjából kaptunk. Mindössze csak három levelet ismerünk eddig onnan; ezek közül a *Cinnamomum cf. polymorphum* AL. BR. SP. és a *C. gracile* GEYLER SP. a legnagyobb valószínűséggel *C. camphora* NEES ET EBERM. típusa; a *C. Göpperti* ETTGSH. pedig a *C. a Zeylanicum* BREYNE típusa képviselőinek tekinthetők. Japán egyik harmadkori lerakódásából ismerünk egy töredékes levelet, mely G. A. NATHORST szerint a legnagyobb valószínűséggel a *C. polymorphum* AL. BR. SP.-hoz tartozik. E három, noha nem egészen kifogástalan tanú, mégis arról tesz bizonyosságot, hogy a *Cinnamomum* genus nem akkor vonult be mai hazájába, midőn Európában a kedvezőtlenre fordult éghajlati viszonyok onnét kiszorították, hanem hogy Ázsiának már régi polgára.

Égészen más képet tárnak föl előttünk az Északamerikában talált fosszil *Cinnamomum*-levelek. Lelethelyeik száma nem nagy ugyan, de egyesek az illető lelethelyükön elég nagy számmal találtattak.

Cinnamomum affine LESQX. és *C. mississippiense* LESQX. azon fajok, melyeket eddig öt lelethelyről ismerünk; az első a felső krétától a pliocénig tartotta fön magát és az északamerikai lignittelek egész vastagságában fordulna elő. Ezen faj önállóságát illetőleg a vélemények igen eltérők, majd a *C. polymorphum* AL. BR. SP., majd a *C. Scheuchzeri* HEER-hez tartozónak mondják, de olyan

jellegeket is vélnek a leveleken találhatni, melyek a két európai fajjal való közvetlen egyesítést nem engednék meg.

A *C. mississippiense* LESQX.-t csak egyetlen egy rajz után ismerjük és nehéz e levelet a *C. affine* LESQX. leveleitől, de még nehezebb a Marseille mellett talált *C. spectabile* HEER egyik alakjától megkülönböztetni; megjegyzem különben még, hogy az itt szóban levő két északamerikai faj közös helyeken is találtattak.

Mindkettőtől alig különbözik a *C. Heeri* LESQX., melyet szintén csak egy-két rajzban ismerünk és nem szenved kétséget, hogy azon két levél, melyet a Dakota-group-hoz tartozó rétegekben találtak, jól illenek a SAPORTA és MARION-féle *C. ellipsoideum*-hoz, de alig tévedünk, ha e leveleket az előbb említettekkel is egyesítjük.

Nézetem szerint a *C. intermedium* NEWBERRY levelei sem képviselnek önálló fajt. Egyesek igen jól összehasonlíthatók az előbb megemlítették egyikével másikkal; mások megint a *C. sezannense* WAT.-vel, sőt *C. Rossmässleri* HEER-rel is; valamennyi pedig jól beleillik az európai *C. polymorphum* AL. BR. SP. alakkörébe, és ennél fogva Északamerika ősvilági florájában is volt a *C. camphora* NEES ET EBERM. typusa képviselve, mit a *C. pedunculatum* NEES typusáról is mondhatni, mert vannak levelek, melyeket az európai *C. Scheuchzeri* HEER leveleivel jól lehet egyesíteni, és azon egyetlen levél, mely *C. canadense* DAWSON. név alatt van leírva, nézetem szerint szintén idetartozik. Az egyik *C. intermedium* NEWBY-féle levelet sem tartom megkülönböztethetőnek a *C. Rossmässleri* HEER-től és ennél fogva az Egyesült Államokban a krétakori *C. Zeylanicum* BREYNE typusa is szerepelt, sőt én azt hiszem, hogy ott az igazi *C. sezannense* WAT.-féle levelek is előfordulnak.

Az előadottak szerint Északamerika ősvilági florájában tehát ugyanazon *Cinnamomum*-typusok szerepeltek mint Európában és az uralkodó köztük ott is a *C. camphora* NEES ET EBERM. volt. Feltűnő most az, hogy ugyanezt az Európában az uralkodásért versenyző *C. pedunculatum* NEES typusáról nem állíthatjuk; de még feltűnőbb az, hogy valamennyi typus már az alsó krétában föllép, azonban a *C. camphora* NEES ET EBERM. typushoz tartozó alakok kivételével a krétánál fiatalabb rétegekben már nem fordulnak elő. H. W. TURNER szerint megtalálták volna ugyan a californiai

pliocænben egyéb babérféle levelek gazdag társaságában a *C. affine* LESQX. levelét is, a mi, minthogy Északamerikában az eocæn-nél fiatalabb rétegekből — legalább mindeddig — *Cinnamomum*-levelet nem ismerünk, az említett leletet rendkívül fontossá tenné és ez okból csak sajnálni lehet, hogy ez adat sem szóval, sem rajzzal nem lett igazolva.

Az eddig említett alakokhoz sorakoznak még a «kétes alakok», a minőknek a következőket tartom:

C. lanceolatum LESQX. NON UNG. SP.

C. lanceolatum WARD NON UNG. SP.

C. Marioni LESQX.

C. ellipticum KNOWLT.

C. novae-angliae LESQX.

Ezek különben is csak töredékekben ismeretesek és sem foszszil, sem élő *Cinnamomum*-levéllel nem hasonlíthatók össze.

Az északamerikai ősvilági florából törlendőknek tartom a következőket, ú. m.:

C. laurifolium ETTGSH.

C. crassipes LESQX.,

mely utóbbiról már HEER mondja azt, hogy nem is tartozik a *Cinnamomum*-hoz.

Grönland Patoot- és Alsó Atanekerdluk-rétegeiből ismerünk *Cinnamomum* két typusához tartozó leveleket. Az egyik, sajnos, csak egyetlen egy példányban ismeretes *C. affine* LESQX.-nek van meghatározva; ennek helyességét kétségbe lehet vonni, de annyi bizonyos, hogy a *C. polymorphum* AL. BR. alakkörébe tartozik; a nagyobb számban napfényre került levelek nézetem szerint azon *C. sezannense* WAT.-féle levelekhez tartoznak, melyeket a *C. lanceolatum* UNG. SP.-hoz számítok.

Ezek után rendkívül érdekesnek tartom azt, hogy Ausztráliából, a nagy szigetcontinens harmadkori földjéről is ismerjük a *Cinnamomum* maradványait és csak sajnálni lehet, hogy azok mind számuk, mind megtartásuk állapotára nézve nem elégíthetik ki igényeinket, sőt vannak köztük olyanok is, melyeknek a *Cinnamomum* genushoz való tartozását illetőleg komoly kételyeink

is lehetnek, de a gondos és óvatos összehasonlítás útján még is azt állíthatjuk, hogy Ausztrália harmadkori földjén is ugyanazon típusok tenyésztek, mint Európában, Ázsiában, Északamerikában és Grönlandon.

Ismerjük onnét a következő típusokat:

I. ***Cinnamomum camphora* NEES ET EBERM.**

C. polymorphum AL. BR. SP.

an *C. Woodwardii* ETTGSH.

II. ***Cinnamomum pedunculatum* NEES**

an *C. Woodwardii* ETTGSH.

III. ***Cinnamomum Henricii* SAP.**

an *C. Nuytsii* ETTGSH.

IV. ***Cinnamomum Culilawan* BL.**

C. sezannense WAT. I. S. STR.

= *C. polymorphioides* McCoy.

an *C. intermedium* ETTGSH.

Kétes alakok:

C. Leichardtii ETTGSH.

C. Hobertianum ETTGSH.

Törlendő:

C. Kamii HEER SP., mely HEER szerint *Cocculites*-hez tartozik.

★

Ha mi most a megelőző sorokban közlött adatokat egybefoglaljuk, akkor a *Cinnamomum*-genus történetéből egyelőre a következő mondhatjuk el:

1. A legrégebb lerakódások, a melyekből *Cinnamomum*-levelet ismerünk, az északamerikai ú. n. Dakota-group, melyet az amerikai geologusok a legrégebb krétához számítanak. A középkréta eddig csak két lelethelyről szolgáltatott *Cinnamomum*-leveleket; az egyik Északamerika nyugati részén, a Nagy ocean partján, a másik

a Nagy oceanban fekvő újcaledoniai szigeteken van. A felső krétában a *genus* sokkal nagyobb területet foglal el, ugyanis Grönlandon a Patoot- és Atanekerdluiki rétegekben; Északamerikában pedig az ú. n. Laramie-groupban találtattak maradványai; sem a jól átkutatott Európából, sem Ázsiából, sem Ausztráliából nem ismerünk krétakorbeli lerakodást, melyben *Cinnamomum*-ot találtak volna és azért indokolt azon föltevésünk, hogy a *Cinnamomum* előbb megvolt Grönland és Északamerika krétakori szárazföldjein, mintsem az ugyanazon korbeli Európában.

2. *Cinnamomum* csak az alsó eocæn óta honos Európában, de az ezután következő harmadkori lerakodásokban egészen a felső miocænig bezárólag az akkori európai florák egyik uralkodó eleme. Észak felé a mostani Keleti, kelet felé a Fekete, dél felé a Közeptenger és nyugat felé egészen a Nagy oceanig terjedő területet foglal el. Az előttem ismeretes irodalomban nem találtam egyetlen egy adatot sem, mely határozottan bizonyítana a mellett, hogy *Cinnamomum* az északamerikai miocæn florában még szerepelt volna, és ez okból figyelemre méltó azon adat is, mely szerint Grönland 20 harmadkori lelethelyén gyűjtött 282 növényfaj között *Cinnamomum* nem fordul elő.

Az előadottakból arra következtethetünk, hogy a *Cinnamomum* az északi vidékekről jött és útját Európa felé Grönlandon és Északamerikán át vette. Ez megerősitené F. NANSEN * azon állítását, mely szerint, ha a sarki föld valaha csakugyan nagyterjedelmű szárazföld és egyszersmind sok állat- és növényalak származási helye volt, akkor ezek vándorútjokat csak a mai északamerikai szigettenger helyén volt és tetemes kiterjedésű szárazföldön át tehették meg. A sark közvetlen szomszédságában levő tenger nem volt, a mint azt eddig hitték, sekély tenger sok földdel és szigettel, hanem 3300—3900 m.-nyi mélységű tenger, bizonyosan folytatása azon nagy vályúnak, mely az Atlanti oceanból Spitzberga és Grönland között Észak felé terjed. Ezen mélység az Atlanti oceannal egykorú és majdnem biztos, hogy a sarki tenger annak egyik részét képezi.

3. Ha helyes azon adat, mely szerint a *Cinnamomum affine*

* Durch Nacht und Eis, I. p. 371.

LESQX. «egyéb babérféle levelek gazdag társaságában» a californiai corall hollow beds pliocæn korú palás agyagában találtatott, akkor a genusnak Északamerika harmadkorában is meg kellett volna lennie, de az idézett adatot nem támogatja sem rajz, sem leírás, és így valódi értékét nem tudjuk megítélni. Ázsiából és pedig Japán egyik oligocæn- vagy miocænkori lerakásból említ ugyan G. A. NATHORST egy olyan *Cinnamomum*-levelet, mely töredékes volta miatt nem volt meghatározható, de a legnagyobb valószínűséggel a *C. polymorphum* AL. BR. SP.-hez tartozik.

Európában a miocæn kor vége felé nagyon megromolhattak a *Cinnamomum*-ra nézve az éghajlati viszonyok, mert a pliocænenben aránylag véve csak kis és Europa déli vidékére eső területet foglal el és pedig olyan területet, melyen a *Cinnamomum*-ot még ma is kertekben tenyésztik. E területből tehát kiszorult a mai éghajlatnál kedvezőtlenebb éghajlati változás következtében, melynek okát csak az alpok glecsereinek a mainál nagyobb kiterjedésében kereshetjük.

4. Megállapítottnak tekintem azt is, hogy a geológiai multban a *Cinnamomum* ugyanazon típusai voltak az uralkodók, melyek a genus elterjedésének mai területén is az uralkodók, ugyanis *C. camphora* NEES ET EBERM. és *C. pedunculatum* NEES; e típusok egyszersmind azok, melyek az északi földek krétakorában az egyedül uralkodók voltak. *C. Henricii* SAP. is ide tartozik, de jelenlegi elterjedéséről még keveset tudunk és nem valószínűtlen, hogy talán kihalófélben van.

5. A *Cinnamomum* ma a keleti monsunterületlakója és léte mindenek előtt kötve van a nagyobb csapadékhoz, évi 130—200 cm.-nyi és ennél több esőmennyiséget követel, és tényleg azt tapasztaljuk, hogy azon vidék, melyen a *Cinnamomum* 15-nél több fajának előfordulását jelezhattuk, összeesik azon területtel, melyen LOOMIS térképe* szerint az évi esőmennyiség 200 cm.-nél nagyobb.

6. A *Cinnamomum* ma már nem tágíthatja jelenlegi területét. Bogyói nem alkalmasak a tenger vize útján közvetített szállí-

* A. F. W. SCHIMPER, Pflanzegeographie auf physiologischer Grundlage, 1898.

tásra. Észak felé Ázsia magas hegysége, nyugat felé pedig az esőben szegény vidék állja az útját, *de hogy régi területének egyik részét visszahódíthatná, azt bizonyítják a régebben és újabban végzett tenyésztési kísérletek*, melyek a genus orvosi és ipari tekintetben fontos fajait egyrészt Délamerikába egészen a déli szélesség 20-ik fokáig; másrészt Afrika keleti és nyugati partjaira vittek; sőt Spanyol-, Francia- és Olaszország kertjeiben is virulnak.

7. Minthogy a *C. camphora* NEES ET EBERM., *C. pedunculatum* NEES, *C. Henricii* SAP. az északamerikai és grönlandi krétától egészen az európai pliocénig; a *C. Zeylanicum* BL. alakjai pedig az európai eocéntól egészen a pliocénig föntartották magokat, mi e fajoknak a változó éghajlathoz való alkalmazkodásáról tanuskodik, ez okból nem lehetnek a geologusra nézve biztos vezérek. Ha geologus velök találkozik, csak annyit tudhat meg belőlük, hogy a lerakódás, melyben nyomukat hagyták, egy olyan korban keletkezett, melyben az illető vidéken az évi csapadék legalább 130 cm.-t tett.

8. Minthogy az alsó krétában talált leveleken is a jelenleg élő típusok tisztán fölismerhetők, ebből az következtethető, hogy e típusok ezen óriási időszakban nem változtak meg és ha mégis valami változás véghez ment volna rajtuk, akkor ez legfeljebb azon elmosódott vonásokban mutatkozhatik, melyeket az amerikai phytopalaeontologusok az egy typushoz tartozó krétakorbéli amerikai és harmadkori európai leveleken véltek fölismerni, de a melyeknek valódi létezéséről a leletek eddigi csekélyisége és gyarlósága nem tanuskodhatik.

A FÉMEK POTENTIALKÜLÖMBSÉGÉRŐL.

SCHULLER ALAJOS r. tagtól.

Az egymással érintkező fémek közt fellépő potentialkülömb-séget két lényegesen különböző módon, elektrometrikus és calo-rimetrikus úton határozták meg. A két módszer teljesen elütő eredményhez vezetett, olyannyira, hogy nemcsak a számértékek különböznek, de még az ú. n. feszélysorok is mások. Ezen tény-állás annak a megfontolására indított, nem hibás-e az egyik mód-szer alapgondolata s azon következtetéshez jutottam, hogy a ca-lorimetrikus mód, melylyel közvetlenül az érintkezési helyen fel-lépő melegség mennyiségét mérjük meg, nem szolgáltathatja a szóban forgó mennyiséget. Az erre vezető gondolatmenet a kö-vetkező.

Vegyük szemügyre a réz és zink esetét és induljunk ki a kü-lönvált semleges fémekből, melyeken tehát ne legyen szabad elek-tromosság. Érintsük őket egymással, akkor, a mint ismeretes, az anyagi különbség következtében a zink pozitív elektromosságot vesz fel, a réz ellenben negatív lesz. E közben nyilván elektromos energia fejlődik.

Irányítsuk figyelmünket mindenekelőtt az érintkezés első pillanatára, melyben a fémek még semlegeseknek tekinthetők, melyben tehát még nem fejlődött ki rajtuk elektromos potential-külömbség és jelöljük $E_{1,2}$ -vel azon energiát, melyet az anyagi különbség termel, mialatt az elektromosság pozitív egysége az elektronegatív testről (*Cu*) az elektropositív testre (*Zn*) átmegy. Ezen energiát *elektromotoros erőnek* nevezem, s különösen ki-emelem, hogy azon esetre vonatkozik, midőn vagy még nem fej-lődött ki potentialkülömbség, vagy ha már volna ilyen, attól elte-kintünk.

Az érintkezés későbbi pillanataiban a fémeken potentialkülönbség fejlődik ki, mely a maga részéről ellenkező áramlást, tehát az elektromosságok kiegyenlődését idézné elő, hogyha nem működne az elektromosságokat szétválasztó molekuláris erők. Legyen V az a potentialkülönbség, mely az egyik, a végleges egyensúlyi állapotot megelőző pillanatban fellép, akkor nyilván az elektromosság egységének átvitelénél a réztől a zinkbe többé nem $E_{1,2}$, hanem csak $E_{1,2} - V$ energia felel meg.

Elég ideig tartó érintkezésnél helyreáll az egyensúly. Most a réz potentialja legyen V_1 , a zink-é V_2 és jelöljük a különbséget rövidség kedvéért $V_{2,1}$ -gyel, úgy hogy $V_2 - V_1 = V_{2,1}$ jelentse azon munkát, melyet az elektromos erők végeznek, mialatt a pozitív elektromosság egysége az elektropositív fémtől az elektronegativba áramlik, midőn csupán elektromos erők működnek, az anyagi különbség tehát nem szerepel. Az egyensúlyi állapotban a két energiának egyenlőnek kell lenni, az egyensúly feltétele tehát

$$E_{1,2} - V_{2,1} = 0.$$

Ebből már most közvetlenül folyik, hogy oly kis mennyiségű elektromosságot (de), mely az egyensúlyt meg nem bolygatja, energia felhasználása nélkül átvihetünk a rézből a zinkbe vagy fordítva, hogy tehát a JOULE-féle törvény értelmében fellépő melegségtől eltekintve, igen gyöngye elektromos áram melegfejlődés nélkül átmehet az érintkezési felületen. Ugyanis ekkor

$$\text{de } (E_{1,2} - V_{2,1}) = 0.$$

Természetesen más lesz az eredmény, mihelyt mérhető erős-ségű árammal dolgozunk, mert ekkor az egyensúly feltétele nincs többé teljesítve. Míg ugyanis az elektromotoros erő, mint egyedül az anyagi különbségből származó, ugyanazon hőfoknál változatlan marad, addig az érintkezési felület két oldala közt fellépő potential különbség szükségkép megváltozik. E nélkül elektromos áram nem volna lehetséges. Mialatt a pozitív elektromosság a zinkból a rézbe áramlik, $V_{2,1}$ helyébe $V_{2,1} + \Delta V$ lép, az ellenkező áramlásnál $V_{2,1} - \Delta V$ és a fejlődő vagy eltűnő melegség az első pillanatban, midőn még nem állott elő hőfokkülönbség, midőn te-

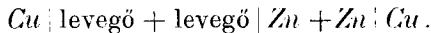
hát a Thomson-effectus még nem szerepel, ezzel a ΔV -vel tartozik összefüggni, tehát nem mértéke $V_{2,1}$ -nek.

Az itt kifejtett összefüggés az egyensúlyi feltétel lényegéből közvetlenül belátható és nem is szorúlna bővebb indoklásra, hogyha nem fészkelte volna be magát a tudományba az ellenkező felfogás, mely szerint a PELTIER-féle meleg a fémek potential különbségének következménye. Tekintettel az utóbbi körülményre még egy a mechanikából vett hasonlatot említek fel. Alkalmass analogiát képez egy rúgós mérleg a rajta függő súlylyal. A súly, vagy helyesebben potentialis energiája megfelel az anyagi különbségből származó elektromotoros erőnek ($E_{1,2}$) s a rúgó feszültsége képviseli a potential különbséget. Az egyensúlyi állapotban könnyűséggel emelhetjük vagy lehúzzhatjuk a rugón függő súlyt, és eközben eltekintve a sebességváltozásnak megfelelő mozgási energiától, semmi más munkát nem kell végezniünk, mint a mely a rúgó feszültségváltozásának megfelel. Hogyha ellenben a súlyt leveszszük a rúgóról, emelése, valamint a kifeszített rúgó megújítása tetemes munkát igényel.

Hogy az elektromos áram az érintkezési helyen melegedést vagy hűlést okoz-e, talán a következő körülményektől függ. Midőn az áram a zinktől a réz felé irányul, ΔV -nek előreláthatólag melegfejlődés felel meg, mert az áram csökkenti a potentialkülönbséget, tehát elektromos energia eltűnik. Az ellenkező áramlásnál hűlés várható, minthogy ez esetben az anyagi különbség hatása túlnyomó és ez, úgy mint az érintkezés első pillanatában, nagyobb potentialkülönbséget idéz elő, tehát elektromos energiát termel. Az eltűnő melegség képezheti az érintkezésnél fellépő elektromos különbség egyenértékét, valahányszor az elektromosság a negativ testből a pozitívba áramlik, tehát éppen úgy a neutrális fémek érintkezési pillanatában, mint a tartós áramlás közben, az utóbbi esetben a ΔV -nek megfelelő melegfogyasztást értve. Azonban a ΔV -vel jelölt eltérés az egyensúlyi potential ugrástól előreláthatólag kicsiny, mert az érintkezést közvetítő réteg csekély vastagsága folytán csak kis ellenállást fejthet ki. Meglehet, hogy jelentékenyebb a következő hatás. Az áram az egynemű vezetők hőfokát általában különböző mértékben emeli (Joule-féle meleg) és így az érintkezési helyeken a melegség a melegebb fémből a hide-

gebb felé áramlik. De ezt az áramlást módosítja a THOMSON-hatás, úgy hogy az egyik érintkezési helyen a melegség könnyebben át-megy a hidegebb fémbe, mint a másikon; amaz tehát jobban hűl, mint emez. Ezekhez még hozzájárulnak azon mechanikai feszült-ségek, melyek ugyanazon anyag különböző hőfokú részei közt a tá-gulás következtében fellépnek és a melyek, mint ismeretes, thermo-elektromos hatásokat idézhetnek elő, úgy hogy a melegeedés és hűlés kérdése igen bonyolódottá válik.

Kitűnik ezekből, hogy a PELTIER-féle tűneménynek megfelelő melegmennyiségek nem alkalmasak arra, hogy belőlük a fémek po-tentialkülömbségére következtessünk. E szerint az elektrometrikus módra vagyunk utalva. Ez ellen azonban szintén nyomatékos ellen-vetést tettek. OSTWALD* azt mondja róla, hogy a környező levegő vagy más szigetelő közeg jelenléte miatt nem adja az érintkező fémek potentialkülömbségét $Zn | Cu$, hanem helyette három poten-tialkülömbség összegét szolgáltatja, pl. a réz és zink esetében:



Annak az igazolására, hogy a fém és levegő közt fellépő po-tentialkülömbség nem nulla, hivatkozik BROWN kísérleteire, me-lyek szerint többek közt a vas és réz potentialkülömbsege kén-hydrogent tartalmazó levegőben még az előjelét is megváltoztatta. Valóban gyarló lenne a fémek potentialkülömbségére vonatkozó ismeretünk, hogyha ez a felfogás helyes lenne; nézetem szerint azonban határozottan nem az.

Legjobban áttekintjük a viszonyokat, ha THOMSON (LORD KEL-vin) kísérletét tartjuk szem előtt, melynél az elektrometer lengője olyan fémgyűrű fölött áll, melynek egyik fele rézből, másika zink-ből készült.

OSTWALD felfogása szerint ez a szerkezet elektromos elemmel lenne összehasonlítható, melynek a sarkait a zink és réz, elektro-lytját a levegő képezné. Ezt ugyan nem fejezi ki ilyen szavakkal, de gondolom nyilatkozata ezzel egyértelmű. Már most az első pil-lanatra feltűnik, hogy ez olyan elem lenne, melynek elektrolytja rengeteg ellenállású és a melynek sarkai még hozzá röviden van-

* Lehrb. d. allg. Chemie II. 477—481. 1887.

nak zárva. Ebből folyólag a levegő okozta potentialkülömbőségből a fémeken csak végtelen kis rész, gyakorlatilag véve semmi nem vehető észre. A levegőtől származó potentialkülömbőség csak akkor érvényesülhetne, ha a fémek el lennének egymástól különítve és ha azonfelül az egyensúlyi állapot kifejlődésére elegendő idő állana rendelkezésre. Hátra maradna még az a lehetőség, hogy magában a levegőben a potential-esésnek megfelelő elektromos különbség lépne fel, mely a lengő kitérését okozhatná. De ez is ki van zárva, mert érezhető potential esés csak véges folyamerősségnél lehetséges, a mi a nagy ellenállással ellenkeznék.

Ezekből következik, hogy a fémek potentialkülömbőségét közvetlenül nem befolyásolhatja a *szigetelő* közeg, csak közvetve zavarhat azáltal, hogy *vezető* felületi réteg képződésére ad alkalmat. Még az sem lenne kizárva, hogy a fémek jól szigetelő folyadékokban használtassanak, a mikor a felületet ugyanazon folyadékban lehetne megtisztítani.

Brown kísérleteire áttérve, melyek szerint többek közt a vas és réz potentialkülömbősége kénhydrogen tartalmú levegőben nemcsak változó nagyságú, de még az előjelét is megváltoztatja, azt tartom, hogy a fémek potentialkülömbőségét illetőleg hasznavehetetlenek. Brown ugyanis az elektrometer lengőjét vízzel csillapította, a kénhydrogen tehát okvetlenül vízgőz jelenlétében hatott a fémekre, még ha előzetesen szárítva lett volna is, a mi különben nincs megemlítve. Hogy a fémek e közben, a mint előre látható volt, meg lettek támadva, kitűnik Brown-nak ezen szavaiból: «the copper having become covered with sulfide».*

Ismeretes, hogy a fémek potentialkülömbőségének mérése igen kényes feladat, mert minden, az elektromosságot *vezető* réteg, mely a felületre rakodik, hibát okoz; azért a gázok befolyását csak tökéletesen száraz térben lehetne megállapítani, a mikor chemiai változások valószínűleg kevésbé zavarnának. Arra nem lehet hivatkozni, hogy a fémeken keletkező oxyd- vagy sulfidrétegek szigetelők lennének, mert oly vékony rétegeknél, a milyenek a megtámadtatás első időszakában keletkeznek, a melyek jelenlétét néha csupán az elektromos magatartás módosulásából lehet felismerni,

* Phil. Mag. (5) 7. 109. 1879.

még a legjobb szigetelőink is eléggé vezetnek arra, hogy az elektrostatikai kísérleteknél szereplő csekély elektromosságmennyiségeket a kísérlet tartama alatt tovább vezessék.

Hogyha az itt kifejtett felfogás helyes, következtetnünk kell, hogy egyrészt a PELTIER-féle tűneménynél szereplő melegmenyiségek a fémek potentialkülömbiségének meghatározására nem használhatók és hogy másrészt az elektrometrikus mód lényege ellen felhozott kifogások tarthatlanok. Minthogy e szerint az elektrometrikus módszer adatai érvényben maradnak, egyúttal következik, hogy az elsőrendű vezetők érintkezése lényegesen hozzájárul az elektromos elemek elektromotoros erejéhez.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901 május 20.-án tartott üléséből.)

AZ ELEKTROMOS KEMENCZÉBEN ELŐÁLLÍTHATÓ FÉMVEGYÜLETEKRŐL.

KORDA DEZSŐ-től.

Alkalmam volt megfigyelni, hogyan viselkednek a villamos kemenczéből kiömlő vasvegyületek lassú, valamint gyors kihülésük alkalmával. Kísérleteim a ferrosilíciumnak négyféle fajára, továbbá ferromangánra, ferrochromra és újabban ferroantimonra, ferrowolframra és végül ferrosilicoaluminiumra és ferrosiliconickelre vonatkoznak. Utóbbiakat, valamint a ferrosilíciumnak silíciumban gazdag két válfaját tudtommal nekem sikerült először határozott kristályos alakban előállítanom.

Legtanulságosabbak a ferrosilíciumkristályok, mivel a válfajok chemiai összetétele szerint különbözök és azon soká fennállott tévhitet, miszerint a ferrosilícium nem is annyira vegyület, mint inkább ötvözetszerű keverék lenne, véglegesen eloszlatják.

Tudvalevőleg a silícium a szénéhez hasonló magatartást tanúsít a vassal szemben és utóbbinak tulajdonságait már csekély tartalomnál is alaposan megváltoztatja. A szén esetében keletkező különféle vasvegyületeket a tudomány eddig nem volt képes kézzelfoghatóan szigorúan megállapítani és a Moissau-féle vascarbiden kívül csupán az utolsó évtizedben kifejlődött mikrofiai munkálatokra és az azokból levont többé-kevésbbé hypothetikus következtetésekre vagyunk utalva.

Hasonlóképen állottak a viszonyok még rövid idő előtt is a vas és silícium vegyületeit illetőleg, midőn TURNER Angliában és vele egyidejűleg (a 80-as évek végén) GAUTIER Franciaországban legelőször felismerték, hogy 1 vagy 2 százalék silíciumnak hozzáadása alaposan megváltoztatja a csekély széntartalmú öntött vas-

nak szilárdsági viszonyait. Csupán a villamos kemencze alkalmazása óta és nevezetesen MOISSAU* és egyik tehetséges tanítványa LEBEAU,** valamint DE CHALMOT amerikai vegyész munkálatai (1899) óta vált mindinkább valószínűvé, hogy a vasnak és silíciumnak legalább is két, esetleg három határozott vegyületével állunk szemben.

Kísérleteim folyamán, melyeket már 1900 tavaszán kezdtem, sikerült megállapítanom, hogy négy teljesen különböző kristályalakú vassilicid állítható elő, melyek úgy kölcsönösen egymásban, mint magában a vasban többé-kevésbbé oldhatók és ez által a tiszta vastól a tiszta silíciumig a silíciumtartalomnak teljes skáláját képesek nyújtani. Eme négyféle silíciumválfajt a következő vegyületek alkotják:

1. A húsz százalékos silíciumot tartalmazó *subsilicid*, mely a Fe_2Si avagy $Si \underset{Fe}{=}^{Fe}$ képletnek felel meg. Ezen vegyület a vasban jól oldódik és oldata a közönséges 10 egész 20 százalékos ferrosilíciumot alkotja. A tiszta vegyület gyengén magnetikus és vasban való oldata is annál gyengébben, minél kisebb a vastartalom.

2. A harmadrészben silíciumot tartalmazó (33 %-os) *silicid* $FeSi$ képlettel. Ezen vegyület is kitünően oldódik a vasban és csekélyebb silíciumot tartalmazó oldatokat képez. A tiszta vegyület nem magnetikus magatartású, ép úgy a következők sem.

3. Az ötvenszázalékos *bisilicid*, $FeSi_2$, avagy $Fe \overset{-Si}{\underset{-Si}{\parallel\parallel}}$, melynek molekulaszervezete a calciumcarbidedra emlékeztet.

4. Kétharmad részében silíciumot tartalmazó 66 %-os *supersilicid* $FeSi_3$, mely tiszta silíciummal vegyest állítatik elő és a 75 egész 85 százalékos ferrosilíciumban szokott előfordulni.

Utóbbi két vegyület nehezen olvad. Ugyanis az 50 %-os bisilicidnek olvadási pontja 1400° C-on felül van, a 66 %-os supersilicidé pedig 1500° C-on túl létezik, holott a 10 százalékos ferrosilícium, mint OSMOND kísérletei megállapították, már 1130° C-nál olvad.

* Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. 1895. tome CXIII. p. 123.

** U. o. 1899. tome CXXVIII. p. 933.

A magas silíciumtartalomnál ép úgy, mint a tiszta silíciumnál a vasban való oldhatóság is csekélyebb, mindazonáltal kellő hőmérsékletnél a legkülönbélebb silíciumtartalmú oldatok százalékról-százalékra előállíthatók. Ezen oldatok között vannak természetesen többé-kevésbé telítettek, sőt túltelítettek is. Minél közelebb jut a silícium tartalom a fentebbi vegyképletek valamelyikének megfelelő értékéhez, annál telítettebb az oldat és a kikristályosodás annál gyorsabban történhetik a lehülés alkalmával. Az $FeSi$ siliciddel végzett kísérletek folyamán sikerült megállapítanom, hogy mesterséges gyors hűtésnél a kristályképződés alig néhány másodperc műve. A mesterséges hűtés egyszerűen oly módon történt, hogy a villamos kemenczéből kiömlő izzó tömegből egy kisebb mennyiség kellő elővigyázattal hideg vízben lőn felfogva. Nagy gőzképződés és robbanás elkerülése végett csupán körülbelül 250 gramm súlyú fémcseppekre terjedt ki a kísérlet. Ily, aránylag csekély súly mellett, a lehülés rohamos és alig néhány pillanat alatt teljessé válik. Daczára e rövid időtartamnak, a kristályképződés akadálytalanul ment végbe, mint azt a töréslapokon jól meg lehet állapítani. E nagy kristályosodási sebesség legjobb bizonyossága annak, hogy a molekuláris erők nagysága túlhaladja minden egyéb erőét, mely a tűneménynél zavarólag felléphetne.

További kísérleteimet aránylag lassú lehűtéssel végeztem és pedig az alábbiakban felsorolt súlyviszonyok és időtartamok mellett.

A villamos kemenczéből kiömlő izzó $FeSi$ silicid grafit üstben lőn felfogva. A lehülés a kemencze nagy hőszugárzása folytán meleg levegőn lassan történt. Előbb egy felső szilárd réteg képződött és az abban fellépő összehúzódás folytán a tömeg belsejében ür keletkezett, a mi a kristályképződést ott nagyban elősegítette.

18 kilogrammos tömegnél a felső réteg megszilárdulása 7 percet, az egész tömegé pedig 20 percet vett igénybe.

25 kilogrammnál előbbi ismét 7 percet, utóbbi azonban 32 percet igényelt.

45 kilogrammnál előbbi időtartam 8 percre, utóbbi 46 percre emelkedett. Végre 50 kilogrammos tömegnél előbbi 8 percet és utóbbi 48 percet vett igénybe.

A kristályképződés megfigyelése az első pillanatban igen bajos volt a nagy hőszugárzás és főleg a vakító fény miatt, azonban

kellő elővigyázattal a szilárdulás pillanatában azonnal észlelhetők a kristályosodást jelző túalakú vonalak és kristály csoportok.

A kristályképződés eredménye független a lehűlés gyorsaságától. Mint már említettem, a vízben rohamosan lehűtött tömegek ép oly jól kristályosodnak, mint a lassan hűtöttek. Ellenben függ a kristályosodás a silíciumtartalomtól, és pedig minél nagyobb utóbbi és minél inkább közeledik az említett négy vegyület valamelyikének megfelelő elméleti értékhez, annál telítettebb az oldat és így a kristályképződés is annál dúsabb.

A kristályok alakja a négyféle ferrosilíciumnál különböző, azonban azon közös vonással, hogy mindnyájan a szabályos (tesszalis) rendszerhez tartoznak.

Az Fe_2Si subsilícidnek kristályai túalakúak. Daczára a túalaknak, szabályos rendszerű, még pedig oktaëderből egyik tengely irányában való meghosszabbodás folytán keletkezett kristályokkal van dolgunk.

Az $FeSi$ silícidnek jellemző ezüstszínű kristályai tetraëderalakúak és gazdag csoportokat, kristályfürtöket alkotnak. A tetraëderek nagysága igen változó. Mikroszkopikus élhossztól egy vagy két milliméteres, sőt egy esetben, melyet észlelnem sikerült, 10 milliméteres élhosszig is előfordulnak.

A $FeSi_2$ képletű bisilícid hamvas színű, levélalakú, pikkelyes lemezekben kristályosodik. Daczára lapos prismára emlékeztető alakjuknak, itt is szabályos rendszerű kristályokról van szó, még pedig olyan oktaéderekről, a melyeknek két lapja a többiek rovására túlnyomóan kifejlődött.

Végre a mi a $FeSi_4$ supersilícidet illeti, melynek kristályait MOISSAU tanár szíves volt mikroskoppal megvizsgálni, az szabályos rendszerű sokszögalakú lemezekben jelentkezik. Utóbbiakat a silíciumkristályoktól úgy alakjuk, mint színük jól megkülönbözteti. A silícium ugyanis szürkés-fekete színű szabályos oktaédereket, vagy egymásba nőtt oktaéderekből képződő túalakú prismákat alkot, mely utóbbiak rendszerint triëder vagy néha rhomboëdercsúcsban végződnek, ellenben a szóban forgó supersilícid kékes színbe játszó, át nem tetsző lemezeket képez.

A Savoyában, Bozel mezőváros mellett létező elektrochemiai gyár, mely e sorok írójának vezetése alatt áll, két év óta kifej-

lődött új iparág gyanánt üzi a ferrosilícium gyártását főleg aczél-gyárak szükségletei számára, és pedig nem apró tömegekről van szó, sőt több ezer kilogrammra megy a naponként előállított mennyiség. A használatban levő 14 villamos kemenczének mindegyike 45 volt feszültséggel és 5000 ampère áramerősséggel dolgozik és körülbelül egy tonna 25 százalékos avagy féltonna 50 százalékos ferrosilíciumot képes szolgáltatni naponként. A telep egyenárammal működik.

A gyártáshoz használt nyersanyagok, még pedig a vasércz vagy vasreszelék, a kova és a reductiohoz szükséges szén tisztaság szempontjából jól megválasztatnak, úgy hogy a gyártmányokban foglalt tisztátlanságok az aczélgyárak által megkívánt határon jóval alul maradjanak. Például felemlíthetjük a bemutatott példányok egyikét ($Si = 25\%$), a melynél gondos vegyelemzés a vastartalmon kívül a következő értékeket szolgáltatatta:

$$Si = 25.49 \%$$

$$P = 0.22 \text{ »}$$

$$S = 0.10 \text{ »}$$

$$C = 0.363 \text{ »}$$

Mint látható, a széntartalom aránylag igen alacsony és a phosphor- és kéntartalom sem haladja meg a megengedett határokat. Különböztetve kellőleg tiszta nyersanyagok használata mellett a P tartalom is leszorítható 0.1% értékre.

A $FeSi_2$ és $FeSi_4$ vegyületeknek előállítási módja ezen szempontból még kedvezőbb eredményekhez vezet. Ugyanis a hozzá szükséges erős és tartós hevítés a ként csaknem teljesen elpárologtatja és a P tartalmat is igen megcsökkenti. Így a bemutatott $FeSi_2$ példánynál találtatott:

$$Si = 49.32 \%$$

$$P = 0.08 \text{ »}$$

$$S = 0.02 \text{ »}$$

és a $FeSi_4$ példánynál, illetőleg annak oldatánál:

$$Si = 76.63 \%$$

$$P = 0.02 \text{ »}$$

$$S = 0 \text{ »}$$

Ennek magyarázata abban rejlik, hogy a míg a $FeSi$ vegyületnél a P leginkább phosphorsavas vas alakjában van jelen és nehezen eltávolítható, addig a $FeSi_2$ bisilicidnél eme vegyület előállításához szükséges erős hevítés folytán részben phosphorvassá Fe_3P redukálódott, részben elillant. Ez az oka annak, hogy a bisilicid nedves levegőn könnyen porladozóvá válik. Végre a $FeSi_4$ supersilicidnél a phosphorvas is disszociálódott és a F legnagyobb része elpárolgott, azért vált a P tartalom oly csekélylyé, noha a használt nyersanyag minősége ugyanaz mindhárom esetben. A supersilicid nedves levegőn sem hull szét oly könnyen, mint a bisilicid.

Megerősítésre talál e nézet a következő kísérleti tapasztalatban, melyet calciumcarbide gyártásnál megállapítani alkalmam volt. Phosphorsavas mészszel szennyezett nyersanyagból magas phosphortartalmú carbidot állítottam elő. A belőle fejlesztett acetylengáz a keletkező phosphorhydrogen miatt erősen füstölő lángot adott. Megjegyzendő, hogy a villamos kemence, melyben e carbide előlőn állítva, rendszerint 45 volt feszültséggel dolgozott. Mihelyt azonban a feszültséget 60 voltra emeltettem, a mi az áram nagyobbodását és a tömeg erősebb hevítését vonta maga után, a phosphorvegyületek disszociálódtak és az ekkor nyert carbideből fejlesztett acetylennek többé nem füstölt a lángja, hanem szép tiszta volt, bizonyosságául annak, hogy a nyert gáz többé nem tartalmazta a kellemetlen és veszélyes phosphorhydrogent.

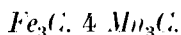
Figyelemre méltó, hogy a phosphor, ezen kiválólag illékony elem (287° -nál forr) olyan szívósan tud ellenállni a villamos kemence hatalmas hőmérsékének és bontó hatásának, mihelyt vassal vegyítve fordul elő. Hasonló tünetényt volt alkalmam észlelni az antimonnál. Ez is aránylag illékony elem (1600° C-nál forr, a mi a villamos kemence ívének uralkodó hőmérsékéhez képest alacsony érték), mindazonáltal sikerült *antimonvasat* elektrotermikus úton előállítanom, a mely noha csupán 15 százalék vasat tartalmaz — képlete $FeSb_2$ —, igen stabilis természetű. A lehűlés alkalmával szépen kristályosodik, még pedig az antimonittra emlékeztető dárdaalakú rhombikus prismákban.

Ugyaníly megfigyelést tettem a *ferromangan* előállításánál is. A mangan, melynek forrpontja az olvadásponthoz (Borchers

szerint 1500°C) igen közel esik, a villamos kemenczében gyorsan párolog és így rendszerint a rendelkezésre álló érczből, a bioxydból villamos úton mangant előállítani bajos dolog. Ha azonban kissé vastartalmú érczet választunk és az olvadási pontot egyszersmind kellőleg alászállítjuk, például folyópát hozzáadása által, úgy hogy az olvadás és forrpont között a szükséges köz előállhat, akkor manganban gazdag vegyületet nyerünk, mely apró sárgás prismákban jegezesedik.

A folyópát használatának azon előnye is van, hogy az érczben foglalt silíciumot eltávolítja. Ugyanis gázalakú, tehát könnyen elillanó fluoridot alkot vele.

Megjegyzendő, hogy az így nyert manganvegyület nem tiszta ferromangan, hanem inkább ferromangan-carbid, melynek a következő complex képlet felel meg:



(V. ö. Carnot. Sur la constitution chimique des fontes. 1901.) Mivel a mangan könnyen alkot carbidot, utóbbinak kepződése a villamos kemenczében az ércz reductiojához szükséges szén használata miatt igen nehezen akadályozható meg.

Hasonló eset áll elő a *ferrochrom* esetében is. Ott sem tiszta ferrochrom, hanem ferrochrom-carbid: $Fe_3C. 3Cr_3C_2$ keletkezik, mely apró szürke prismaalakú jegeceket alkot. Az egyik példánynak chromtartalma 60 százalék és széntartalma 6 százalék.

Ezen complex carbid azonban kellő elővigyázat mellett a Bessemer-eljáráshoz hasonló módszerrel szenének nagy részétől megfosztható, mint a gyűjteményben foglalt másik példány bizonyítja, melynél a chromtartalom 70 százaléka mellett a széntartalom 1 százalékra volt lesülyeszthető.

Utóbbit tudvalevőleg oly módon is el lehet érni, hogy szén helyett alumíniummal redukáltatik a chromérczben foglalt superoxyd (Saint-Claire-Deville-, illetőleg Goldschmidt-féle eljárás), csak hogy ez esetben alumínium lép fel tisztátlanság gyanánt a nyert termékben.

Alumíniummal egy igen stabilis *kettős silicidet* állítottam elő a villamos kemenczében az által, hogy a ferrosilícium gyártására alumíniumoxydot adagoltattam. A keletkezett anyag, mint

arról a bemutatott példányon meg lehet győződni, rendkívül kemény, sőt az Acheson-féle silíciumcarbidot (carborundum) is karcolja és ép úgy, mint utóbbi, szépen kristályosodik. A rohamosan képződő és csillagalakú csoportokat alkotó jegeczek lapos rhombikus prismákból vannak összetéve és áttetsző fényben sötét-kékes színűek, visszavert fényben pedig feketék.

Egy másik complex silicidet vassal és nickelrel állítottam elő. A nyert új test aczélszínű és apró szabályos hexaéderekben kristályosodik. Az elemzésnél következő adatokat szolgáltatotta :

$$\begin{aligned} Ni &= 64.2 \quad \% \\ Fe &= 25.4 \quad \text{»} \\ Si &= 7.85 \quad \text{»} \\ P &= 0.02 \quad \text{»} \end{aligned}$$

Garnieritből állítottam elő egyszerűen az által, hogy a villamos kemenczében száraz mészszel keverve kezeltem. A keletkező mészsilicat igen leszállítja az olvadási pontot, úgy hogy a művelethez szükséges feszültség alig 20 voltot teszen. A phosphor a redukáláshoz használt széntől ered.

A nyert anyagot nickelsilicidből $SiNi_2$ és ferronickelből $FeNi$ összetettnek tételezem fel. A két alkotó rész elkülönítésére szánt műveletek még folyamatban vannak.

Utolsó ferrovegyület gyanánt, melyet a ferromanganéhoz és ferrochroméhoz hasonló eljárással kristályos alakban állítottam elő, a *ferrowolframot* akarom megemlíteni. Kísérleteimhez wolframsavban gazdag érczet használtam, mely portugaliai eredetű, a hol kassiterittel keverve fordul elő. Miután zinnércztől mechanikai elválasztás útján jól megtisztítottam, a következő összetételnek találtam :

$$\begin{aligned} W O_3 &= 69.2 \quad \% \\ Fe_2 O_3 &= 18.7 \quad \text{»} \\ Si O_2 &= 2.2 \quad \text{»} \\ H_2 O, Al_2 O_3, Mn_3 O_4 \text{ stb.} &= 9.9 \quad \text{»} \\ &100.00 \quad \% \end{aligned}$$

A wolframtartalom tehát 54.89 %-nak felelt meg.

A tiszta szénnel való reductio révén nyert eredmény barnaszínű, kristályos szerkezetű ferrowolframot Fe_3W szolgáltatott,

mely töréslapjain túalaku jegeczeket mutat. Wolframtartalma 60 %. Megjegyzendő azonban, hogy ép úgy, mint a ferrosilicium esetében a siliciumtartalom, erős, tartós hevítés segélyével itt is jobban koncentrálható a wolframtartalom, csakhogy az egyszerűsmind wolframcarbid WC képződésével is jár. Olyan példányokkal rendelkezem, a melyek 90 százalék wolframot és csupán 2 százalék vasat, ellenben 5 százalék szenet tartalmaznak. Utóbbinak aránylag magas értéke, épúgy, mint a ferrochrom esetében is, egyedül az elkerülhetetlen carbidképződés következménye.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901 okt. 21.-én tartott üléséből.)

A SZOVÁTAI MELEG ÉS FORRÓ KONYHASÓSTAVAK MINT TERMÉSZETES HŐACCUMULATOROK.

KALECSINSZKY SÁNDOR-tól.

A Maros-Torda vármegyében fekvő szovátaí meleg sóstavakkal, különösen pedig a körülbelül huszonkét-huszonhét évvel ezelőtt keletkezett *Medve-* vagy *Illyés-tóval*, eddig tudományos tekintetben csak ketten foglalkoztak. 1898-ban LENGYEL BÉLA * a Medve-tó chemiai elemzését közölte, 1899-ben pedig T. ROTH LAJOS ** geologiai szempontból szólott hozzá. Egyes folyóiratokban megjelent egyéb rövidebb közlemények inkább csak kisebbszerű ismertetések, melyek a közölt hőmérsékleti adatok tekintetében több esetben nem megbízhatók.

Ezen sóstavak eddig az egész kontinensen párjukat ritkítják, nemcsak azért, mert nagy terjedelműek s igen sűrűek, hanem különösen azon sajátáguknál fogva, hogy hőmérsékletük az eddig ismert tavakétól egészen elütő. A tó felszínén ugyanis a víz hideg, alatta pedig a hőmérséklet fokozatosan emelkedik; a maximumot, 60—70° C-t, elérve, a hőfok megint fokozatosan csökken, míg az alsó részében a folyadék megint hideg.

Az elmúlt nyáron az erdélyi sóterületek tanulmányozásával lévén elfoglalva, Szovátaí is több hetet töltöttem és ezen sóstavakat részletesebben tanulmányoztam, abból a szempontból is, hogy esetleg ezen magas hőmérséklet eredetét megállapíthassam.

* LENGYEL BÉLA: A szovátaí Illyés-tó (Medvetó). Előadta a M. Földtani Társulat 1898. évi márczius hó 2-án tartott szakülésén. Földtani Közlöny XXVIII. kötet.

** T. ROTH LAJOS: A szovátaí Illyés-tó és környéke geologiai szempontból. Előadta a M. Földtani Társulat 1899. évi jan. 4-én tartott szakülésén. Földtani Közlöny XXIX. kötet.

Tanulmányaimnál legnagyobb súlyt a három legjobban ismert tó: a *Medve-*, *Mogyorósi-* és *Fekete-tó* megvizsgálására helyeztem és ezek közül is a *Medve-tavat*, mely a legmelegebb, legnagyobb és legérdekesebb, vizsgáltam meg nagyobb részletes-séggel.

A három közül legmagasabban, a tengerszín felett körülbelül 520 m. magasságban elterülő *Medve-tó* mintegy 11—12.000 □ öl területű és átlag több mint 10 m., helyenként pedig 20—34 m. mély. Fontos körülmény, hogy ezen tó felszínére két kisebb hegyipatak édes vize folyik. A *Medve-tónak* mintegy oldalnyúlványát képezik a kisebb területű, de azért erősen meleg *Vörös-* és *Zöld-tavak*.

A *Medve-tóból* kifolyó 2 %-os konyhasót tartalmazó víz az alatta mélyebben fekvő *Mogyorósi-tóba* folyik, a mely kb. egy hold kiterjedésű s átlagos mélysége 5—6 m. Végül a Sóköz legmagasabb pontjától délfelé van a *Fekete-tó*, melynek terjedelme mintegy egy hold és átlagos mélysége 6 m.

A vizsgálat a *Medve-tavon* úgy történt, hogy hosszúságában, valamint szélességében három-három helyen, a felszíntől lehetőleg a fenékig, különböző mélységekből sósvizet merittem és ezeket azután finom areométerrel fajsúlyukra és főbb alkatrészeikre nézve megvizsgáltam; végül pedig lehetőleg pontosan meghatároztam a különböző mélységekben uralkodó hőmérsékleteket, a mi azonban kezdetben nehézségekkel járt.

Ezen tavaknál ugyanis a felszíntől a maximum eléréséig, az úgynevezett forráshőmérővel — maximum és minimum hőmérővel — a mérés könnyű volt, de az ezután következő, fokozatosan csökkenő hőmérsékletek fokát ezzel biztosan meghatározni nem lehetett, az összehasonlító adatok teljesen megegyezők soha sem voltak, egyszerűen azért, mert a hőmérőt a nálánál forróbb rétegű sós víz a szerint befolyásolta, a mint gyorsabban vagy lassabban történt a lebocsátása, illetőleg felhúzása. Ezért a tóban fokozatosan emelkedő és csökkenő hőmérséklet fokát egy közönséges jobb fajtájú laboratoriumi hőmérővel mértem meg. A mérés úgy történt, hogy a hőmérőt ugyanazon vastagfalu és kövel megnehezített üres üvegpalczkba helyeztem, a melylyel egyúttal a vízmintákat vettem. Miután a kellő mélységben az üres palczk dugóját

kirántottam és a folyadékkal való megtöltése után, mintegy 15 perczig vártam, hogy ez a hőmérsékletet jól felvegye, ekkor a megtelt palaczkot gyorsan kiemelttem és a hőmérő fokát azonnal leolvastam. A rossz melegvezető üveg és a nagyobb tömegű víz miatt, a hőmérő még egy fél percz múlva sem mutatott jelentékenyebb változásokat; ennél fogva az így végezett mérések eléggé pontosaknak vehetők, a hiba egy foknak a tizedrészét nem teszi ki.

Az alább közölt táblázatban (Lásd 454. és 455. l.) egymás mellé össze vannak állítva a *Medve-tó* 5 pontjáról nyert, a hőmérsékletre, a fajsúlyra és a NaCl percent-tartalmára vonatkozó adatok, továbbá a *Mogyorósi-* és a *Fekete-tónál* nyert átlagos adatok.

Az itten közölt adatokból azt látjuk, hogy a *Medve-* vagy *Illyés-tó* és a *Mogyorósi-tó* vize nemcsak abban különbözik más tavaktól, hogy nagymennyiségű só van bennük feloldva, de hőmérséklet tekintetében is egészen elütnek. A víz hőfoka a felszínen az időszak szerint változó, majdnem megegyezik a levegő hőmérsékletével (nyáron 20—30° C.), azután a mélységgel hirtelen és fokozatosan emelkedik és a *Medve-tónál* 1·32 méternél eléri a maximumot (55—70° C.) és onnét kezdve a hőmérséklet megint fokozatosan csökken, míg alól hasonló vagy hidegebb, mint a legfelsőbb réteg, azaz a meleg-forró folyadék réteg két hideg réteg között van, mintegy úszik. Két méternél több azon sósvízréteg vastagsága, a melynek hőmérséklete 40° C-nál melegebb. A mi a fajsúlyát illeti, a víz a felszínen a patakbefolyáshoz közel majdnem = 1·00, a tó kifolyásánál = 1·016, azaz majdnem édes víz, csak csekély só van benne feloldva. A mélységgel növekszik a fajsúly és ezzel együtt fokozatosan növekedik a NaCl percent-tartalma is.

Látjuk egyúttal azt is, hogy a legnagyobb fajsúlyú és legnagyobb sótartalmú rétegben 1·32 m.-nél van kb. a legmagasabb hőmérséklet is. A maximum elérése után azután a fajsúly és a töménység alig változik, csak valamivel nagyobb, mert elérte a töménysége határát.

A legmelegebb a *Medve-tó*, kevésbé meleg a *Mogyorósi-tó* és hideg a *Fekete-tó* vize.

A *Mogyorósi-tó* felszínén elég vastag rétegben mintegy 3%-os hígítású, kisebb fajsúlyú konyhasóoldat van, 0·5 m.-nél 6%-os, 1 m.-nél 9%-os és csak 1·5 m.-nél éri el a 23 % NaCl-t. A hő-

mérséklet maximuma sokkalta alantabban, 1·82 m.-nél, van és ez is jelentékenyebben kisebb, mint a *Medve-tóban*.

Végül a *Fekete-tó* mintegy 2 méterig 2—3 %-os NaCl tartalommal bír és csak 3—4 méternél éri el töménységének tetőpontját, a 22 %-ot és ezzel szemben a hőmérséklet-ugrások, a közepső meleg réteg, teljesen hiányzik; hanem a hőfok a felszínen aránylag a legnagyobb és a mélységgel fokozatosan csökken, tehát majdnem úgy viselkedik, mint az édes vizű tavak.

Ilyen természetű tavakat másutt eddig nem ismertek, s így az egész földön párjukat ritkítják. Nagyon érdekes ennél fogva tudni azt, hogy ezen nagy mennyiségű, a tavak szerint meleg vagy forró sós víz honnét veszi eredetét.

Az erre vonatkozó vélemények s nézetek nagyon eltérők és mert a tavak részletesebben megvizsgálva eddig nem voltak s így kellő és megbízható adatok nem állottak rendelkezésre, a magyarázatok inkább csak hiten alapultak.

A legegyszerűbb és a legáltalánosabban elterjedt nézet az volt, hogy a meleg sós víz thermális eredetű és csak ennek felszínén úszik, illetőleg folyik át, a kis fajsúlyú, édesvizű patak. Mások pedig, miután ismerték már, hogy a víz hőfoka a maximális hőmérséklet alatt megint alább száll, inkább a vízben végbemenő vegyi folyamatokra, a bitumen és a pyrit oxydatiojára gondoltak.

Miután mostan már elég sok és többféle adat áll rendelkezésemre, megkísértem annak a magyarázatát megadni, hogy mi lehet az oka és eredete ezen magas hőmérsékletnek és kimutatni, hogy az eddigi magyarázatok közül melyek nem lehetségesek.

Miként az adatok mutatták, a hőmérsékletek úgy a felső, mint a közepső, valamint az alsó rétegek egész terjedelmében, ugyanazon mélységekben nagy különbséget nem mutatnak, azaz a tó bármely helyén ugyanazon napon, a megfelelő mélységekben, a víz a kellő, ugyanegy hőfokkal bír.

Sem én, sem T. ROTH LAJOS nem akadtunk nyomára nagyszámú méréseink közben, sem a fenéken, sem pedig a partok közelében pl. a trachit sziklánál vagy másutt, valamely magas hőmérsékletű hőforrásnak, pedig ilyen nagy tömegű meleg vízréteg létezéséhez és fentartásához jelentékeny hőforrásra volna szükség. Ilyen hőforrás, a hőmérséklet-méréseken kívül, már hullámozása,

[illegible]

a víznek mozgása vagy a napsütötte csendes tó felületén való buborékolása által is okvetlenül elárulta volna magát, pedig ilyen-félét soha senki sem látott.

Ilyen föld alatt létező nagy melegforrások olyan módon is elárulták volna magukat, hogy a tóba befolyó patakok vízbősége és a kifolyó vízmennyiség között — az elpárolgás tekintetbe vételével — nagyobb különbségek lennének, a mi szintén nem tapasztalható. Ha a magas hőmérsékletű víz thermális eredetű lenne, úgy a legnagyobb véletlenhez tartoznék az, hogy pl. a középső meleg forróréteg a tó egész terjedelmében egyenlő hőmérsékletű legyen. Az eddig felsoroltak a valószínűség szerint azt látszanak bizonyítani, hogy a tó meleg vize nem thermális eredetű, de azért ez még egészen positive bebizonyítva nincsen; a tó lecsapolása adná erre a leghatározottabb bizonyítékot, de ez felette költséges és fáradságos bizonyítási eljárás volna. Találtam azonban a *Mogyorósi-tó* alatt, a sósárok balpartján, a nagy domb aljában, a Rabosné-bánya és a pénzügyőrségi laktanya között egy kisebb, három-négy lépésnyi átmérőjű és kb. 40 cm. mély, alól melegvizű sós-tavat, a melynél a következő adatokat észleltem:

| | $t^{\circ} C$ | <i>fajsúly</i> | <i>NaCl %</i> |
|--------------------------|---------------|------------------|---------------|
| a felszínen | 25° | majdnem édes víz | |
| valamivel lejebb | | 1.110 | 15% |
| a közepe táján | 35° | 1.145 | 19% |
| a fenekén kb. 40 cm.-nél | 38° | 1.186 | 24% |

Ezen kis sóstó, mint látjuk, olyan természetű, miként a többi meleg sóstavak. A kistó felsejére kevés édesvíz (talaj-, esővíz) szivárog, s vízbősége csekély volt. Ezen kis sós tavat lecsapoltattam, de a leg gondosabb vizsgálat után sem találtam meleg forrást és a talaj mélyebben sem volt melegebb, hanem úgy a sós, mint az édes víz hidegnek bizonyult. Ezen lecsapolt kis tó analogia útján már a mellett bizonyít, hogy a sós tavak meleg vize nem thermális eredetű.

Határozottabban szól még a mellett, hogy a meleg víz nem thermális eredetű, ha a tavakban a hőmérséket nem egy napon, hanem különböző időszakban mérjük meg, mert azt találjuk, hogy ez nem mindenkor ugyanaz, hanem igen nagy eltéréseknek, inga-

dozásoknak van kitéve, a mi, ha a forrás thermális eredetű volna, nem lenne. A Medve- vagy Illyés-tavon pl. a következő hőmérséklet eszközöltem:

1901. évi július hó 22-én 1·32 m. mélységben a maximális hőfok volt = 55°C ; július 23-án = 56°C ; július 24-én = 57°C ; július 27-én = 59°C ; július 31-én 60°C , augusztus hó 3-án = 63°C .

1898 szeptember 22-én T. RÓTH LAJOS a maximális hőmérsékletet $66\cdot2^{\circ}\text{C}$ -nak, szeptember 23-án $67\cdot5^{\circ}\text{C}$ -nak, sőt 24-én egy helyen $69\cdot5^{\circ}\text{C}$ -nak találta. A tulajdonos ILLYÉS LAJOS pedig 1900. év nyarán 70 — 71°C -t mért. Az elmúlt télen, a midőn a *Medve-tó* felső része, az édesvíz rétege, annyira befagyott, hogy a kellő óvatossággal, deszkákat rakva rá, az egész tavon át lehetett menni, a tó hőfoka a felszín alatt 30°C volt.

Ezek után határozottan s minden kétséget kizáró módon állíthatom, hogy a szovátai sós tavak meleg-forró vize nem thermális eredetű.

Térjünk mostan át annak a megítélésére, vajjon ezen magas hőmérsékleteket előidézhetik-e vegyi folyamatok, a bitumenes anyagoknak, vagy a humusnak, növényzetnek, vagy a pyritnek oxydatioja. Ha tekintetbe vesszük azt, hogy az óriási mennyiségű sós víz 60 — 70°C -ra fel van melegítve és hogy ezen magas hőmérsékletet évek hosszú során át megtartja, igen nagy mennyiségű éghető anyagokat kellene feltételeznünk. De feltéve ezen nagy anyagkészletet, annak megfelelő elégéséhez, oxydatiojához még nagyobb mennyiségű oxgyennek illetőleg levegőnek kellene hozzájutnia. Ha növényzet s általában szerves anyagok gyorsabban vagy lassabban elégnék, a végső termékek víz és szénsav, a melynek azután valahol, a sóstavakban vagy más vizekben oldva, vagy nagymennyiségű szénsavsók alakjában, vagy pedig gáz-exhalatióban kellene jelentkeznie.

A sóstóból különböző helyről és mélységből vett próbák nagy szénsavtartalmat vagy szénsavsókat nem tartalmaznak. Szabad szénsav, vagy az úgynevezett savanyú vagy borvizek, továbbá szénsav exhalatiók nemcsak a sós tavak mellett, de az egész környéken sok kilométer távolságra nem léteznek, a mi a széntartalmú anyagok elége mellett legkevésbé sem szól. A nagymennyiségű

éghető anyagok létezéséről és a levegő hozzáféréséről nem is szólunk.

Tudni kell továbbá azt is, hogy a tömény sóoldat, a minő ezen tavak vize is, az esetleg belejutó növényzetre vagy állati maradványokra conserválólag hat; a beléje jutott fatörzsek és ágak évek hosszú során át épek maradnak. Ezek a sós vízzel teljesen impregnálódnak, úgyannyira, hogy a kivett fadarab nagyobb súlyú lesz, a sós tóba esett falevelek teljesen épek maradnak, csupán a chlorophyllt veszítik el.

Annak a megvizsgálására, vajjon pl. az andesit breccziában előforduló pyrit oxydatiója okozza-e a nagy hőmérsékletet, a magammal hozott próbákat kénsav tartalmára súly szerint is meghatároztam és azt találtam, hogy a különféle rétegekben, a száraz sóanyagra átszámítva, a kénsav mennyisége mindenütt ugyanaz (0.4% SO_4) volt, kénessavsókat pedig nem tartalmazott.

Mindezek a vizsgálatok és megfigyelések a mellett szólnak, hogy éghető anyagok oxydatiója nem lehet a magas hőfok előidézője.

Miután meggyőződünk arról, hogy a meleg-forró sós vizréteg hőmérséklete nem lehet sem thermális eredetű, sem pedig az éghető anyagok oxydatiójából, égéséből eredő, keressük és vizsgáljuk tovább a felmelegedés valódi okát.

Az ott lakók régen tudták és beszélik, hogy úgy a *Medve*-, mint a *Mogyorósi*-tavak április és május hónapokban sokkalta jobban felmelegednek, mint későbbben a nyár elején; ősszel azután a melegség megint jelentékenyebb lesz. Ha tudjuk azt, hogy április és május hónapokban rendszerint szép, napos időjárás van és a nappal igen hosszú, későbbben azután június és július hónapokban, a rendesen bekövetkező nyári esőzések állanak be, a midőn tehát az égboltozat nagyjából felhővel van borítva, a melegség okául önkénytelenül is a napra, legnagyobb hőforrásunkra, gondolunk.

A különböző időszakokban végezett hőmérésekből meg azt is megtudjuk, hogy ha az ég tiszta, felhőtlen és a midőn a nap eléggé magasán van és hosszú ideig süt a tóra és az időjárás állandó, úgy a sós víz hőmérséklete a felszín alatt majd minden rétegben, de különösen a tó maximális hőmérséklete naponta mintegy egy fok

C-sal emelkedett, mint azt a néhány adat a 457. oldalon tanúsítja.

Ezek után, ha nincsen is bebizonyítva még, de a valószínűség a mellett szól, hogy a tó vizének felmelegedése a naptól származik. Eddig még ugyan sehol sem tapasztalták azt, hogy a tavak vize 30° C.-nál magasabbra melegedett volna fel, míg egyes sóstavainkban a hőmérséklet $38\text{--}70^{\circ}$ -ig is felemelkedik és ez a fentebbi állítással ellentétben látszik lenni. Ezen kivételes magas hőmérséklet tehát úgy látszik jellemző sajátsága ezen sóstavaknak.

Hogy ezen kérdést eldöntsem, kísérlethez folyamodtam és pedig a következőképen: készítettem az agyagos földben mesterséges tavakat körülbelül oly nagyságban és méretben, mint a 456. oldalon leírt kis sóstóé volt, az egyiket megtöltöttem édes vízzel és a másikat tömény 26%-os sósvízzel akképen, hogy egy sószikla alatt kifolyó sósforrást (13° C.) a mesterségesen készített mélyedésbe órák hosszáig vezettem, ezután napnyugta után a befolyást elzártam. Miután a reá következő napon a nap sugara reggeltől estig érte és napnyugta után úgy az édesvizű, mint a sósvizű kis tónak a hőmérsékletét maximális hőmérővel megmértem, azt tapasztaltam, hogy mindkét tónál úgy a felszínen, mint a középén és az alján, a hőfok minden rétegében, lényeges eltérést nem mutatott, $28\text{--}29^{\circ}$ C. volt és ez napokon át történt megfigyelések szerint mindenkor ugyanilyen maradt. Ebből azt lehetne következtetni, hogy a magas hőmérséklet ily módon sem az édesvizű, sem pedig a sósvízben nem jön létre.

Ezen negatív eredmény után megváltoztattam a viszonyokat. Mostan a kis sósforrás, illetőleg sóspatak jobb és bal partján levő mindkét mesterséges kis tavat a tömény 26%-os sósvízzel töltöttem meg, azután az egyikét változatlanul hagytam, míg a másiknak tetejére óvatosan 10 kupa édesvizet öntöttem, vagyis utánnoztam a Medvetavat, a melynek felszínén édesvíz van. Addig, míg a nap reája nem süttött, semminő változás nem állott elő, de a midőn a következő napon a nap reá süttött és este mindkét tóban hőmérésüket eszközöltem, a következő eredményeket találtam: Ha V-vel jelöljük azon tavat, a melynek felszínén édesvíz is van és S-sel, a mely tiszta sósvizet tartalmaz:

| | | | | V | | S | |
|--------|----------|----|--|-------------|------|-------------|------|
| | | | | a felszínen | alól | a felszínen | alól |
| julius | 23 d. e. | 10 | | 25 | 30 | 25 | 27 |
| " | 23 d. u. | 6 | | 26 | 35 | 29 | 29 |
| " | 24 d. u. | 6 | | 27 | 34 | 28·5 | 29 |
| " | 25 d. u. | 6 | | 28 | 33 | 29 | 29 |

mindkét tó felszínére friss édesvíz öntetett, miután ez részben elpárolgott :

| | | | | V | | V | |
|---|----------|---|--|----|----|----|-----|
| " | 28 d. u. | 6 | | 29 | 36 | 29 | 36 |
| " | 29 d. u. | 6 | | 28 | 36 | 28 | 36 |
| " | 30 d. u. | 6 | | 29 | 35 | 29 | 37, |

Ezen kísérleti adatok azon meglepő eredményhez vezettek tehát, hogy a mint látjuk, a tiszta tömény sósvíz, valamint a tiszta édesvíz a naptól csupán 30°-ot meg nem haladó hőfokra melegedett fel és a hőmérséklet körülbelül minden rétegében ugyanaz volt; míg ha a sósvíz felszínén édesvíz-réteg van, úgy a felmelegedés a felszín alatt már néhány czentiméter távolságra 8—9° C.-al nagyobb lesz, azaz körülbelül oly módon van a meleg réteg elhelyezkedve, mint pl. a Medvetóban, a hol 0·40 m.-nél szintén 38° a meleg.

Ez a próba határozottan a mellett bizonyít, hogy a tömény sósvíz, ha fölötte kis fajsúlyú édesvíz réteg van és a nap hosszabb ideig rá süt, alsó rétegében felmelegszik, azaz más szavakkal analogia útján a Medve-tó és a Mogyorósi-tó középső meleg-forró rétege sem nem thermális eredetű, sem pedig oxydatiós vegyi folyamatnak nem a következménye, hanem melegségét egyedül a naptól nyeri.

Látni továbbá az adatokból még azt is, hogy a mint a felszínen levő édesvíz elpárolog, azaz besűrűsödik és ez által a fajsúlykülönbség kisebb lesz, úgy ezzel a felső és az alsó hőmérsékleti különbségek is kisebbek lesznek; végül ha az édesvíz teljesen elpárolgott, miként azt egy másik kis tónál megfigyeltem, a hőmérsékletkülönbség néhány nap mulva teljesen eltűnik. Ezen kis mesterséges tónál 1901 július 13-án a hőmérséklet a felületen 25° C. volt, alant pedig 38° C. Miután ezen kis tóhoz több édesvíz nem

jutott, a meglevő pedig július 29-ig nagyobb részt elpárolgott, a vizet fent és lent ugyancsak 30° C.-nak találtam.

A sóstavak felmelegedéséhez tehát a napon kívül lényeges feltétel az, hogy a tömény sóoldat felszínén állandóan édes vagy gyengén sósvíz legyen, ez a közvetítő.

A tapasztalat azt bizonyította, hogy *mentől nagyobb a folyadékok fajsúlykülönbsége, annál magasabb lesz alant a hőmérséklet; mentől kisebb az, annál alacsonyabb lesz a hőfok is.*

Ila a sóstavaknál az élesvízréteg vastagságát emeljük, úgy alant a hőmérséklet ezzel arányban kisebb lesz, mint az a mogyorósi tónál tényleg mutatkozik; ha pedig a tömény sósvíz fölött levő édes- vagy gyengén sós-vízréteg igen vastag, a két métert meghaladta, miként a fekete tónál, úgy a tó középső rétegének nagyobb-fokú felmelegedése teljesen elmarad és a tó vize körülbelül úgy melegszik fel, mint az eddig ismert tavaknál.

Ezen tavak igen szép például szolgálnak arra nézve, hogy a folyadékokban a melegvezetési képesség milyen csekély és hogy az alól levő meleg ezen folyadékban áramlás által nem terjed felfelé a felszínig, miként pl. ha a közönséges vizet egy pohárban, lámpa fölött melegítjük, itt a felmelegedett folyadék azonnal felszáll, miután könnyebbé vált és így a meleg az egész rétegen keresztül áthalad.

Sóstavainknál a meleg áramlás következtében helyéből majdnem semmit sem távozik el és főképen ezért lehetséges az, hogy azon a helyen, a hová a meleg bevitetik, igen magas hőmérséklet keletkezhetik.

E sóstavak felmelegedésének először azon magyarázatot igyekeztem adni, hogy mivel a tó felső részén édesvíz van, azután fokozatosan nagyobb fajsúlyú, nagyobb sűrűségű sósvízrétegek következnek, olyanféle szerkezet képzelhető, a mely egy gyűjtőlencsének felelne meg és ez a nap hősugarait az alsóbb rétegbe közvetítheti.

Azután arra is gondoltam, hogy a ferdén eső napsugarak a különböző sűrűségű folyadékrétegeken át megtörve, az egészen tömény réteghez jutnak el, a hol a meleg legnagyobb része összegyűlik. Ezekre vonatkozólag azonban bizonyítékaim hiányzanak.

A felmelegedés megmagyarázására teljesen helyes és kielégítő felvilágosítást adni következőképen is lehet:

A látható és az ultravörös napsugarak a víztől és a konyhasó-oldattól bizonyos mélységig absorbeáltatnak, különösen az ultravörös részek. Ha a folyadék egész tömegében homogen volna, úgy a meleg a felszínen gyűlné össze.

A folyadék a nap direkt hőszugárzásán és a fölötte levő atmoszférának a sugárzásán kívül még a tó fölött levő meleg levegő direkt vezetése által is felmelegedhetik, a mely utóbbi felmelegedés azonban, mint RICHTER kimutatta, sokkal kisebb, mint a nap direkt hősugarai által létrejött. A felmelegedéshez csak kisebb mértékben járul hozzá azon rejtett meleg, a mely felszabadul, ha a tó fölött a víz kondenzálódik, a patakkal hozott meleg és a föld melege pedig számításba alig jön.

Ezen meleg forrásokkal szemben a melegvesztéseket is tekintetbe kell venni. A hőszugárzás kifelé a legnagyobb a tó felületén, a midőn a nap nem süt, különösen éjjel, és lehülés történik a hideg levegő direkt vezetése által is, végül pedig a felületen történő elpárolgás által, valamint az eső, hó és jég által.

Az sem közönbös, vajjon a tófelület csendes vagy hullámos-e, mert ekkor a naptól reá eső meleg sugarak egy része reflektálódik, míg a másika absorbeáltatik. A visszavert meleg quantum L. DUFOUR* (1892) szerint némely esetben (68%) igen nagy lehet, de rendszerint ennek legalább $\frac{1}{3}$ -a absorbeáltatik.

Nagy hullámozás e tónál, ha védett nem volna, azért sem lehetséges, mert a könnyű fajsúlyú, vékonyabb édes vízréteg alatt nagy fajsúlyú sós víz következik, tehát a tó nagy mélysége dacára a hullám úgy viselkedik, mintha a tóban csak igen csekély mélységű volna a víz.

A közönséges tavakon és a tengeren a felmelegedés a melegvesztések miatt aránylag sokkal kisebb fokú, míg sóstavainknál a sós víz, mely a naphősugarak elnyeletése által felmelegedett, nagy fajsúlya miatt akadályozva van felszállani a felületre és így a melegvesztés színhelyére jutni; a nappal folytonosan hozzávezetett meleget csakis vezetés által adhatja tovább, úgy felfelé, mint lefelé. A vizes folyadékok azonban a meleget igen rosszul,

* Bull. Soc. Vaud. Sc. nat. XXII. 1 Lausanne 1893.

majdnem semmit sem vezetik, innét van azután az, hogy a sós víz felsőbb rétegében a meleg olyannyira összegyűlik.

A következő kis számítás mutatja, hogy ezen magyarázat a quantitativ próbát is jól kiállja.

Mérés szerint a felszínen centiméterenkint mintegy 0.4° C. hőmérsékletemelkedés van (0.52 méterre 21° vagy 0.4 méterre 15°).

Mivel a víznek és igen közel a sós víznek is a melegvezető képessége = 0.0012 caloria, köbcentiméterenként és másodpercenként, a felületréteg minden quadratcentimétere által másodpercenként $0.0012 \times 0.4 = 0.00048$ caloria kivándorol vagy 0.03 caloria percenként, vagy körülbelül 2 cal. óránként, több nem. Ha tehát a forró réteg pl. csak 1 cm. vastag is volna, úgy vezetés által csakis 2° -kal hűlne le óránként, ha éjjel a sugárzás megszűnik. Lefelé sokkalta kevesebb megy, mert ott a hőmérsékletesések cm.-ként sokkalta kisebbeknek találtattak. A melegbehozatal pedig LANGLEY szerint másodpercenként és cm^2 -ként kereken 0.04 caloriát tesz ki a napsugarak függélyes beesésénél és egészen magas hegyeken, míg az alföldön körülbelül a felét teszi ki, azaz = 0.02 caloria. Ha a sugarak ferdesége miatt ezen értéknek csak a felét vesszük számításba = 0.01 cal. és az éjjeli időszakra való tekintettel megint csak a felét = 0.005 cal. (a sziklafalak a sugarak reflexiója által részben jóvá teszik azt, a mit az árnyékolás által elvesznek).

Ha mostan összehasonlítjuk a 0.005 cal. melegbehozattal 0.00048 caloria melegvesztéssel, úgy azt látjuk, hogy a melegbehozatal még mintegy kilencszer akkora másféle vesztéssel áll szemközt és így a sós víz ezen felvett hővel tetemesen felmelegedhetik.

Ha továbbá tudjuk azt is, hogy a tömény konyhasóoldat fajmelege sokkalta kisebb, mint a hígítotté és még kisebb, mint a vízé:

| <i>NaCl</i> | t° | fajmeleg | megfigyelő |
|-------------|-------------|----------|-------------|
| 24.3%-nál | 18—20° | 0.79159 | WINCKELMANN |
| 24.5 „ | 18° | 0.791 | THOMSEN |
| 12.3 „ | 18° | 0.87099 | WINCKELMANN |
| 11.5 „ | 16—52° | 0.8770 | MARIGNAC |
| 12.1 „ | | 0.8721 | PERSON |
| 4.9 „ | 19—46° | 0.94493 | WINCKELMANN |
| 1.6 „ | 18° | 0.978 | THOMSEN |

míg a víznek fajmelege

$$\begin{aligned} 0^\circ\text{-nál} &= 1\cdot0000 \\ 20 \text{ " } &= 0\cdot9794 \\ 50 \text{ " } &= 0\cdot973 \end{aligned}$$

úgy mentől töményebb a sóoldat, annál kevesebb caloria szükséges egy fokkal való felmelegedéséhez.

Mentől töményebb a sósvíz a fölötte álló édesvíz réteghez képest, annál melegebb lesz absorptio és vezetés következtében a középső réteg hőmérséklete.

És úgy látszik ez az oka annak, hogy a maximális hőfok ott van, 1·32 méternél a felszín alatt, a hol a sóoldat fajsúlya és a konyhasó perzentartalma a legnagyobb, fajmelege pedig a legkisebb.

Utána nézve az irodalomban, ilyenféle forró sóstavakat seholsem találunk felemlítve, azonban egy hasonló jelenség leírását találjuk a «Prometheus»-ban*. Ebben a rövid közleményben G. ZIEGLER leírja, hogy 1872-ben a keletkező Miserey-féle Salina részére Besançon mellett egy nagy és körülbelül öt méter mély bassint építettek és az eddigi szokások ellenére be nem fedték. A bassint először 1872 október havában sósvízzel megtöltötték, azután ez így maradt, mert az üzem egy évig késett. A következő április hónapban revíziót kívántak, miért is a sósvizet kifolyatták és ekkor azt tapasztalták, hogy a sósvíz hőmérséklete 44° C. volt. Az ismét megtöltött bassinben azután G. ZIEGLER és MARCHAND december közepéig méréseket eszközöltek. A maximális hőfok a felszín alatt 1·35 m.-nél 62° C. volt. A méréseket azután félbenhagyták. Tudták azt is, hogy a sósvízen esővíz van, a felmelegedést a napnak tulajdonították, azonban több kísérletet nem tettek és az édesvíznek a tulajdonképeni szerepét nem tudták és a magyarázat sem a megfelelő, a mire O. LANG** is megadja a feleletet.

* G. ZIEGLER. An den Herausgeber des Prometheus 1898, IX. Jahrgang p. 79.

** O. LANG. Absonderliche Temperaturverhältnisse in einem Soolebehälter. Prometheus 1898, p. 325.

ZIEGLER a magyarázatot a következőképen adta: «A nap melegének ezt a felhalmozódását lényegileg abból kell kimagyaroznunk, hogy az emelkedett hőmérsékletben létrejövő sószaporodás következtében a sóoldat egyes részecskéinek a súlya gyarapodik és pedig annyira, hogy túlhaladja a hő emelkedése folytán előálló súlycsökkenést. Ennélfogva pedig megakadályozza a melegebb részeknek fölfelé nyomulását».

★

Azon adatok és megfigyelések alapján, a melyeket fentebb közöltem, végérvényesen eldöntöttnek tekinthetjük azt, hogy a szovátai meleg és forró sóstavakban a nagyfokú meleg nem thermális eredetű, sem pedig chemiai folyamatnak nem a következőképen, hanem csupán a naptól ered.

Mivel pedig ezen természetes meleg sóstavak a nap melegét bizonyos fokig összegyűjtik és azt hosszabb időn át, mintegy elraktározzák, ezért úgy ezen sóstavakat, valamint a mesterségesen készítetteteket is, hőaccumulatoroknak tekinthetjük.

Ezeket tudva, egy új jelenség, egy új hőforrás ismeretéhez jutottunk.

A nap sugárzó melegének a sósvízben való ezen nagyobb-mérvű összehalmozódását pedig már manapság gyakorlatilag is értékesíthetjük.

Magyarországon és különösen annak erdélyi részében több kisebb-nagyobb hideg és tömény sóstó van, ha ezek felszínére elegendő mennyiségű édes vizet, kis patakot, eresztünk reá, akkor a nap sugárzó hője ezeket meleg tavakká átváltoztathatja. Természetes, hogy a tavakat és a helyi viszonyokat előbb részletesen tanulmányozni tanácsos.

Ha a sósvíz igen tömény és az édesvíz réteg nem túlságosan vastag, akkor a tó a megfelelő középső rétegében igen meleg lehet, ha ellenben az édesvíz réteg vastagabb lesz, úgy ennek arányában csökkenni fog a hőmérséklet is.

Ezzel kezünkben van egy mód, hogy a víz hőfokát úgy szabályozzuk, a mint azt akarjuk.

Ebből azután az is következik, hogy ha a Medvetóról a két kis patakot elvezetnők, úgy a tó kihülne és meleg többé nem lenne.

Ugyancsak Erdélyben igen sok tömény sósforrás és sóskút van, a melyek nagyobbbrészt hasznavehetetlenül évszázadokon, évezredekén át a folyók vizébe folynak, hogy ezen az úton megint a tengerbe jussanak. Ha ezen sósforrások és sóskutak vizét medencékben fognánk fel és arról gondoskodnánk, hogy felszínére édesvíz jusson, akkor mesterséges meleg tavakat és hőaccumulatorokat állítottunk elő.

A hol pedig a fentiek hiányoznak, de kősó nagy mennyiségben van, úgy ezzel bárhol könnyű módon készíthetünk ilyen hőaccumulatorokat.

Ezen hőaccumulatoroknak az ismerete egyik módja lehet majdan talán annak, hogy miképen lehetne a napot, legnagyobb hőforrásunkat egyéb házi vagy ipari céljainkra is felhasználni és a manapság fel nem használt sok hőt, pl. az úgynevezett fáradt gőzt vagy a kéményeken át 200—300 fokot sokszor meghaladó meleget, melegforrásokat stb. összegyűjteni és elraktározni. Az összegyűjtött meleget azután vagy mint ilyen, vagy pedig más energia alakjában átalakítva lehetne felhasználni.

A meleg sósfürdők nagyobbmértvű elterjedése és használata nemzetgazdasági, valamint népegészségügyi szempontból is bizonyára nagy haszonnal fognak jární.

Igen nagy felületű és tömény sóstavakon és sóstengereken, minő pl. a holt-tenger, ha beléjük édesvízü patak vagy folyó ömlik, szintén adhatnak a felszín alatt bizonyos mélységben melegebb réteget, de valószínűleg nem egész terjedelmükben, mert a szelek és viharok az édesvizet gyorsan elpárologtatják, részint pedig a hullámozás az alsó sósvízzel összekavarja, miáltal a fajsúlykülönbségek nagyjában eltűnnek és ezzel a felmelegedés lehetősége is.

A midőn a holt-tenger csendes, úgy nagyobb esőzés után a nap rövidebb ideig tartó ilyen felmelegedést szintén előidézhet.

A tengernél, az Oczeánnál, a hol a víz nem olyan sűrű, mint a mi sóstavaink, helyenként, a folyók beömléséhez közel, szintén keletkezhethetnek a mélyebben fekvő rétegekben hőmérsékletemelkedések, de valószínű, hogy ezek nagyfokúak nem lesznek.

Különösen a szovátaí Medvetónál, ha azt más mély tavakkal összehasonlítjuk, feltűnik az, hogy a nagy mélységekben is sokkalta magasabb hőmérsékletet találunk, mint azt az I. táblázat mutatja.

Ezen magas hőfok csak onnét eredhet, hogy a középső forró réteg az évek hosszú során át vezetés útján a meleget nemcsak fölfelé, hanem lefelé is vezeti és ily módon azt felmelegítette.

Ezen és még több pontosan végzett hőmérési adatokból azután ki lehetne számítani, hogy a tó felmelegedése mely évben vette kezdetét, azaz más szavakkal, hogy a Medvetó mikor keletkezett, a mit megtudni bennünket azért is érdekelne, mert a tó keletkezésének a pontos idejét nem tudjuk, ez 1872 és 1879 közé esik. Egyúttal azt is megjósolhatom, hogy a tó vizének a legalsó rétegeiben is, ha a mostani viszonyok megmaradnak, a hőmérséklet évről-évre magasabb lesz.

A *Medve-tó* vize sok helyen még közvetlenül érintkezik a kőszóval, ezt az új fürdőház építkezésénél is konstatálni lehetett. Ebből azt következtetjük, hogy a *Medve-tó* töményvize még sokáig fog a maihoz hasonló szintben megmaradni, dacára annak, hogy az átfolyó patak állandóan sokat visz el belőle.

A mogyorósi tó környékén sósziklákat nem látunk és a fenéken is iszapos földet találunk, ezért valószínű, hogy a tó tömény sósvize alább fog szállni és ezzel együtt a maximális hőmérséklete is.

A fekete tavon patak nem folyik át, csupán az eső és a hóvíz duzzasztja azt fel és a nyári fürdőzők sokasága kavarja fel, sósziklákkal pedig sehol sem érintkezik. Itten a tömény sósvíz szintje ugyancsak alább fog szállni, a mit már eddig is konstatálni lehet. Ugyanis HANKÓ VILMOS* 1879-ben a vizet megvizsgálva, 1·5 m.-nél 19·3% *NaCl*-t talált, én pedig 1901. évben 19% *NaCl*-t már csak 3 m.-nél találtam, tehát már ezen aránylag rövid idő alatt a tömény sósvíz szintje jelentékenyen alább szállott.

Hogy milyenek voltak és milyenek lesznek a sóstavak és környékük, erre vonatkozólag a következő nézetem van:

A mioczen-korban keletkezett sósterület idővel a rombolás korszakába jutott. A folyók és patakok helyenként elmosták a fedő agyagos-földes réteget és ezzel a só kilugozása megkezdődött, a kőso a napfényre került.

* Érték. a természettud. köréből, kiadja a m. tud. akadémia. X. kötet, 14. szám.

A patakok helyenként a föld alá kerülve, itt kimostak maguknak kisebb-nagyobb csatornákat, mélyebb gödröket és földalatti tavak is keletkezhetnek, azután a patak a sósforrás alakjában a szabadba ért. Ha a kimosott területek annyira megnagyobbodtak, hogy a meglazult fedőréteget már nem bírták el, úgy ezek bedőlve, a dolinákat alkották, a melyek azután sósvízzel is megtelhettek és a sóstavakat képezték.

Ilyen bedölések, besüppedések a szovátai sósterületen majd minden tavasszal a hóolvadás vagy nagyobb esőzés után tényleg keletkeznek.

A *Medve-tó* keletkezése előtt is a patak a föld alá kerülve, mint erős sósforrás jutott ismét csak napfényre; ezen időszakban a létező sóstavak hidegek lehettek, mert a felszínükön édesvíz nem volt, legfeljebb nagy esőzések és a hóolvadás után juthatott rájuk édesvíz, a midőn ezek egyidőre felmelegedhettek. Mihelyt azonban ezen édesvíz lefolyt róluk vagy pedig elpárolgott, a felmelegedés is megszűnt.

Ilyenféle természetű időleges felmelegedéseket az erdélyi hideg tavaknál is bizonyára meg lehet figyelni. (Egyesek jelentése szerint már régóta megfigyeltek, de az okát nem tudták.)

A mi végül a jövőt illeti, erre vonatkozólag állíthatom, hogy a közel jövőben, néhány emberöltőn át a tavakon, különösen pedig a Medve tavon és környékén, valószínűség szerint, nagyobb változások történni nem fognak, veszedelem nem mutatkozik, ennek daczára azonban a Sóköz és a kifolyás környékén bizonyos mérvű védekezés tanácsos.

A fent jelzett időt a geológiában csak perczeknek tekinthetjük, de nagyobb geologiai időszakokban a sóstavakon és környékén bizonyára nagyobb változások fognak történni még akkor is, ha minden körülmény olyan marad, mint az manapság van, bányászás és gyárípar pedig a sót fel nem dolgozza és semminő katasztrófa nem éri.

A víznek és a csapadékoknak romboló hatása egyedül is elegendő lesz, hogy a kősóterületen nagy változásokat idézzen elő.

Röviden egybefoglalva a mondottakat, a tavaknak és környéküknek, továbbá az egyes meghatározási módoknak leírása után, a nagyszámú mérési adatokból és egyéb megfigyelésekből egész határozottsággal kimutattam azt, hogy a szovátai sóstavak meleg és forró vize nem thermális eredetű és a felmelegedést kémiai folyamat nem idézhette elő. Különféle megfigyelések figyelmemet oda irányították, hogy a felmelegedésnek a forrása más mint a nap nem lehet és ezt a legjobban azzal bizonyítottam be, hogy a helyszínen mesterséges meleg sóstavakat állítottam elő.

A tömény sósvíz a naptól csak akkor melegedik magasabb hőfokra, ha a felszínén édes vízréteg van, a melynek hőmérséklete a kétféle folyadék fajsúlyainak különbségétől és az édes vízréteg vastagságától függ.

Mivel ezen természetes, valamint a mesterséges tavak a nap melegét összegyűjtik és jó ideig magukban megtartják, ezért ezeket hőakkumulatoroknak kell tekinteni.

Ezen jelenségnek az ismeretét, a tudományos értéken kívül, gyakorlatilag is lehet már mostan értékesíteni. Lehetne az erdélyi hideg sóstavakat melegékké átalakítani, egyszerűen az által, ha reájuk édesvizet folytatunk. Ugyanily módon meleg sósmédenczék, hőakkumulatorokat is előállíthatunk, a melyeket pl. fürdésre, esetleg idővel egyéb házi és ipari célokra is használhatunk.

ADATOK A KORUND KRISTÁLYTANI ÉS OPTIKAI ISMERETÉHEZ.

MELCZER GUSZTÁV-tól.

(IX. és X. tábla.)

A jelen vizsgálatok egy több mint 150 kristályból álló birmai rubinsorozatra vonatkoznak, a melyeket részben GROTH egyetemi tanárnak (München), részben A. HAHN-nak (Idar) köszönhetek, továbbá három ceyloni kristályra, a melyeket ugyancsak GROTH tanár bocsátott rendelkezésemre (kettő közülök F. GRÜNLING-nek, a bajor áll. ásványgyűjtemény örének a gyűjtése), végre egy sorozat FRÉMY-féle mesterséges rubinkristályra, a melyeket kérésemre LACROIX egyetemi tanár (Páris) volt szíves rendelkezésemre bocsátani. Legyen szabad e helyen nevezetteknek ezen szívesességökért őszinte köszönetemet nyilvánítani, nemkülönben KRENNER J. SÁNDOR egyetemi tanárnak is, a kinek szíves engedelmével a Münchenben megkezdett vizsgálatokat a budapesti tudományegyetem ásványtani intézetében folytathattam és bevégezhettem.

Vizsgálataim főczélja volt kiegészíteni az ezen ásványra vonatkozó némileg hézagos kristálytani ismereteinket, nevezetesen pontosan megállapítani 1) symmetriáját, 2) tengelyarányát és 3) főtörésmutatóit több fényre nézve.

Symmetria.

A korundot régtől fogva hatszöges rhomboëderes ásványnak tartották, de optikai viselkedése alapján MALLARD és TSCHERMAK kétségbe vonták ezen symmetriáját. Általánosan tapasztalt dolog,

hogy sok korundkristály tengelyképe a két optikai tengelyű kristályokéhoz hasonló. Ennek alapján MALLARD¹ a korundot két optikai tengelyű lemezekből fölépült pseudohexagonális ásványnak tartja. Épúgy TSCHERMAK,² a ki rámutat arra, hogy a két optikai tengelyűek képét mutató korundkristályokon a rhomboöderlapok közül gyakran csak az egyik uralkodik s hogy az ikerlemezes szerkezet gyakran csak két rhomboöderlap szerint van meg, a mi tehát a monoklin-rendszerbe való tartozásra utal; ennek megfelelően szerinte a bázison való rostozás is gyakran monoklin jellemű. A későbbi buvárok közül a rubin symmetriájának kérdésével különösen LASAULX foglalkozott.³ Különböző helyekről származó korundokat vizsgált meg s kimutatta, hogy a korund optikai kéttengelyűsége szoros összefüggésben van az alaphomboöder lapjai szerint való ikerlemezezőséggel és az oszloplapok szerint való héjjas összetétellel. A mely korundon ezeket nem tapasztalni, az az egytengelyűek zavartalan képét mutatja, valamint az ikerlemezesek is azon részleteikben, a melyekben ikerlemezek nincsenek.

LASAULX megfigyeléseit a birmai rubinokon tapasztaltak alapján csak megerősíthetem. A megvizsgált kristályok körülbelől $\frac{1}{10}$ -ed részében vannak vékony ikerlemezek, egy, ritkábban két rhomboöderlap szerint BAUER szerint⁴ három rhomboöderlapszerint is) és csupán ezek adnak a két optikai tengelyűekhez hasonló képet és csakis akkor, ha oly részükön nézünk át, a mely az ikerlemezt tartalmazza, de az akkor előálló kép nem szabályos kéttengelyű, a mit különösen a kristály forgatásakor látni (a 45°-os állásban ugyanis a hyperboláknak csak a belső, az első gyűrűig terjedő része van meg). Ha oly részleten nézünk át, a mely két rhomboöderlap szerint tartalmaz ikerlemezeket, a tengelykép egészen zavart. Ha elfödjük az ikerlemezeket tartalmazó részleteket s a kristály többi részén nézünk át, az egytengelyűek zavartalan képét látjuk.

A FRÉMY-féle kristályokban az alap-rhomboöderlapok szerint való ikerlemezek nincsenek s valamennyien az egytengelyűek szokott képét adják.

¹ Annales des mines X, 1876. Ref. Zeitschr. f. Kryst. 1, (1877) 319. l.

² Min. u. petr. Mittheil. Neue Folge 1, (1878) 362. l.

³ Zeitschr. f. Kryst. 10, (1885) 346—365. l.

⁴ N. Jahrb. f. Min. 1896. II. 197. l.

Már ez az optikai viselkedés is bizonyossá teszi, hogy a korund optikailag egytengelyű, tehát hogy geometriai viszonyainak tekintetbe vételével hatszöges rhomboëderes. Megerősíthetem ezt *geometriailag* is. Néhány jól kifejtett kristályon ugyanis mind a három övben megmértem a cr , illetve a ca , rr szögleteket* (mülszerűl ezen, valamint a következő mérésekkor részben egy Fuess-féle nagy (I. sz.) goniometer, részben egy II. sz. goniometer szolgált ugyane czégtől, mely készülékeket a mérés előtt a szokott módon rectificáltam). Az eredmény a következő:

| | 10. krist. | 11. sz. kr. | 12. sz. kr. | 13. sz. kr. |
|------|-----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|
| cr | $57^{\circ} 36' 15''$ | $57^{\circ} 37' 0''$ | $57^{\circ} 39' 0''$ | $57^{\circ} 35' 10''$ |
| | — 38 5 | — 37 40 | 34 10 | — 36 5 |
| | — 36 0 | — 34 40 | 40 15 | — 36 20 |
| | 14. sz. krist. | 15. sz. kr. | 17. sz. kr. | |
| cr | $57^{\circ} 38' 10''$ | $57^{\circ} 36' 0''$ | $57^{\circ} 35' 5''$ | $57^{\circ} 37' 0''$ |
| | — 34 35 | — 38 30 | — 36 0 | — 36 0 |
| | — 40 0 | — 35 10 | — 36 45 | — 36 35 |
| | egyik vége | másik vége | | |
| | 23. sz. krist. | 24. sz. kr. | 31. sz. kr. | |
| cr | $57^{\circ} 37' 25''$ | $94^{\circ} 1' 15''$ | $90^{\circ} 0' 0''$ | |
| | — 36 20 | 93 58 20 | 90 0 40 | |
| | — 36 45 | 94 1 40 | 89 59 0 | |
| | | rr | ca | |

Az eltérésekben tehát semminemű szabályszerűség nincs. Ezzel összhangzásban vannak továbbá az összes többi mérések, a mennyiben a kristályoknak a monoklin rendszerbe való tartozása esetében az ar (arr öv), cn és esetleg a cr mért szögleteknek két középérték körül kellene csoportosulniok, a mi azonban nem áll.

Mindezek után *kétségtelen*, hogy a korundot, úgy mint annak-előtte, *hatszöges rendszerbelinek* kell tartanunk.

A mi most a symmetria fokát ezen rendszeren belül illeti, erre nézve a kristályok formabeli kifejlődése, a tetartoëderes formák hiánya és a néhány kristályon megfigyelt természetes étetési idomok a *rhomboëderes* symmetria mellett szólnak. Csupán egy

* A formák betűjelzését illetőleg DANA kézikönyvéhez tartottam magam. V. ö. 474. oldal.

kristály látszólag hemimorf kifejlődésű, a mennyiben az egyik végén r és n nagy, a másik végén pedig feltűnően kis lapokkal van kifejlődve. A KUNDT methodusa szerint való vizsgálat azonban, a melyet V. v. WOROBIEFF úr — akkor éppen turmalinkristályok hasonló vizsgálatával elfoglalva — szíves volt ismételtten megtenni, nem mutatta ki a főtengely polaritását.

Az *étetési idomok*¹ a bázislapokon háromszögletű kis mélyedések (18. kép), többnyire kissé görbült lapokkal, de egy pár kristályra egészen sík lapokkal. Ez utóbbiakról a goniometeren látni, hogy pontosan a cr övekbe esnek bele, tehát rhomboöderlapok. Hajlásukat egy kristályon mérni is lehetett, a mérés *közelítőleg* a $\{433\} = \{1.0.\bar{1}.10\} = {}^{1/10}R$ formára utal:

$$(111) : (433) = (0001) : (1.0.1.10) = 9^{\circ}12' \quad \begin{matrix} \text{mérve} & \text{számolva} \\ 8^{\circ}57'30'' \end{matrix}$$

A prisma lapokon a természetes étetési idomok rhomboid körvonalú mélyedések (19. kép): másodrendű piramisformáknak egy vagy rendszeren több skalenoöder lapjaival való combinatiói. Két szomszédos prisma lapon az étetési idomok mindig symmetriásan fekszenek egymáshoz képest. Ugyanez áll BAUER szerint² az n -lapokon fellépő étetési idomokra is.

A bázislapokon rendszeren látható *növekedési idomok* sem mondanak ellent a hatszöges rhomboéderes symmetriának. Leggyakrabban háromszögletű finom rostozottságot látni e lapokon párhuzamosan a cr éllel, mint ezt más lelőhelyekről származó korundokon is tapasztalni. Oly kristályokon, a melyeken ez a rostozottság durvább, látható, hogy a bázisnak az alaprhomboöder keskeny lapjaival való ismétlődésétől származik. De sok kristályon — mint erről a goniometeren meg lehet győződni — az n forma és negatív rhomboéderek keskeny lapjai is részt vesznek a rostozottságban (20. és 21. kép) s hogyha ez esetben az alternáló lapok közül egy-kettő hiányzik, ez idomok *látszólag* asymmetriásak, a miből, mint említettem, TSCHERMAK a monoklin rendszerre következtetett.

¹ Annak kell őket tartanom és nem korlátolt növekedés okozta esetleges idomoknak, mivel több kristályon egészen megegyező módon vannak meg.

² I. m. 215. l.

Az említett rostozottságról (a mely azonban sokszor oly finom, hogy a tükrözésre nincs hatása) a bázist mindig jól föl lehet ismerni, ha a kristályok el is vannak torzulva, szintűgy az alap-rhomboëder lapjait arról, hogy az m élekkel párhuzamosan helyenkint rostosak, a mi szintén természetes étetésen alapszik.

Formák és tengelyarány.

A tölem megvizsgált *birmai* kristályok mind szabadok, átlag köles-borsó nagyságúak és kevés kivétellel világos vörös színűek, igen gyenge ibolyás árnyalattal. Egyik-másik a bázissal parallel rétegben mutatja a rubin szokásos kékes fényjátékát is. Származásukról A. HAHN úr csak annyit tudott meg, hogy a Burma Ruby Mining Company bányaiból valók.

Mivel formabeli kifejlődés, nagyság, szín tekintetében egészen hasonlók a BAUER-leírta kristályokhoz,* valószínű, hogy szintén kristályos mészkőből származnak Felső-Birma rubinvidékéről, melynek központja Mogouk.

E birmai kristályokat főkép a következő négy, igen közönséges forma alkotja :

$$\begin{aligned} c \{ 111 \} &= \{ 0001 \} = 0R \\ r \{ 100 \} &= \{ 10\bar{1}1 \} = R \\ n \{ 31\bar{1} \} &= \{ 22\bar{4}3 \} = \frac{4}{3}P2 \\ a \{ 10\bar{1} \} &= \{ 11\bar{2}0 \} = \infty P2 \end{aligned}$$

Ezeket kívül jól kifejlett lapokkal csak a következő hármat találtam, melyek közül az első kettő szintén igen gyakori forma :

$$\begin{aligned} w \{ 41\bar{2} \} &= \{ 11\bar{2}1 \} = 2P2 \\ v \{ 51\bar{3} \} &= \{ 44\bar{8}3 \} = \frac{8}{3}P2 \\ \{ 4\bar{1}1 \} &= \{ 50\bar{5}2 \} = \frac{5}{2}R^{**} \end{aligned}$$

nevezetesen az elsőt mint uralkodó formát egy kristályon (17. rajz), az utóbbi kettőt egy-egy kristályon, mindegyiket csak egy, de jó lappal.

* I. m. 206. l.

** A $\{ 4\bar{1}1 \} = \{ 50\bar{5}2 \}$ forma sem DANA kézikönyvében, sem GOLDSCHMIDT indexében és szögtabelláiban, valamint az újabb irodalomban nincsen meg és STRÜVER is csak a hamatitról említi (Hamatite di Traversella, Torino 1872, p. 12), tehát a korundra nézve új formának tekintendő.

Gyakori forma tehát csak c , r , n és a . Azonban a milyen egyszerűek e kristályok formák tekintetében, oly változatos a habitusuk. Az erre vonatkozó típusokat és átmeneteket az 1—17. rajzban szerkesztettem meg 20° -nyi elforgatási és 10° -nyi buktatási szöggel. Mint látható, meg lehet különböztetni táblás, rövid oszlopos, hosszabb oszlopos, oktaéderszerű (a c és r egyforma nagy mértékben való kifejlődésétől), rhomboéderes, tonnaszerű és bipiramisos formájuakat. Ezek közül leggyakoribb a 7., 9., 11., legritkább a 15., 16. és 17. combinatio. (A feltüntetett típusok egy része BAUER értekezésében is le van rajzolva (I. m. VII. tábla), de — mint szabad szemmel is látni és szerkesztéssel meg lehet győződni — hibás tengelykeresztel.)

Nagyon gyakoriak két vagy négy rhomboéderlap szerint vagy két prisma szerint táblásan, illetve oszloposan elnyult kristályok.

★

A korund tengelyaránya MILLER értékeiből¹ (nevezetesen a cr , rr és cn értékekből) számolva $1 : 1.3630$. Ezt a tengelyarányt a legtöbb vizsgáló, úgymint KOKSCHAROW,² KLEIN,³ DES CLOIZEAUX,⁴ BAUER,⁵ BUSZ⁶ elfogadta. JEREMJEV szerint az ő turkesztani korund-kristályokon végzett mérései⁷ alapján $a : c = 1 : 1.3636$ és az utóbbi tengelyarányt közli GOLDSCHMIDT is az ő szögtabléláiban. Sajnos, nincs tudomásom róla, hogy JEREMJEV hány és milyen kristály mérése alapján állította föl ezt a tengelyarányt, mert dolgozatának csak a referatuma állott rendelkezésemre, de szögtablélájából következtetve kristályai aligha voltak oly tökéletes kifejlődésűek, mint ezek a birmaiak. Ennek következtében és mivel azok a szögadatok, a melyeket a többi említett vizsgáló közölt, csak formahatározó értékkel bírnak, indokoltnak tartottam a tengelyarány új megállapítását, a mit a rendelkezésemre álló bő és szép

¹ Mineralogy (1852) p. 243.

² Mat. Min. Russl. I. 23. és VI. 223.

³ N. Jahrb. f. Min. 1871. 486.

⁴ Comptes rend. 1888. I. 567.

⁵ I. m. 212. l.

⁶ Ztschr. f. Kryst. 15. 622.

⁷ Ref. Ztschr. f. Kr. 4, 642.

birmai anyagon egész pontosan végezhettem. E célra első sorban a cr , másodsorban az ar és rr szögletek szolgáltak, belőlük a tengelyarány: $1:1.3652$ -nek adódik vagy Miller szerint: $\alpha = 85^\circ 42'_{3'}$. A lapok kitűnő tükrözésénél fogva a megegyezés a mért és számolt szögértékek közt igen jó. (A táblázatban a kr , a mért kristályok, n pedig a mért élek számát jelenti. $\pm d$ az egyes méréseknek a belőlük alkotott középtől való középeltérése, azaz az eltérések számtani közepe. Az így számolt középeltérés alkalmasabb annak a megítélésére, hogy a mért érték mennyire biztos, mint a mérés határértékeinek tekintetbe vétele.)

| | mérve | kr. | n | $\pm d$ | számolva |
|---|-------|-----|----------------|---------------------|----------|
| $cr = (111):(100) = (0001):(10\bar{1}1) = 57^\circ 36'_{1/3'}$ | 16 | 50 | $\frac{3}{4}$ | $57^\circ 36' 38''$ | |
| $ar = (10\bar{1}):(100) = (11\bar{2}0):(10\bar{1}1) = 42^\circ 59'_{1/2}$ | 8 | 21 | $\frac{3}{4}$ | 43 | 0 17 |
| $rr = (010):(100) = (10\bar{1}1):(\bar{1}101) = 94^\circ 0'_{1/2}$ | 6 | 9 | $1\frac{1}{2}$ | 93 | 59 25 |
| $cn = (111):(31\bar{1}) = (0001):(22\bar{4}3) = 61^\circ 12'_{1/4}$ | 5 | 7 | $1\frac{1}{2}$ | 61 | 13 1 |
| $rn = (100):(31\bar{1}) = (10\bar{1}1):(22\bar{4}3) = 25^\circ 59'_{3/4}$ | 3 | 8 | $\frac{1}{2}$ | 25 | 59 26 |
| $cw = (111):(41\bar{2}) = (0001):(11\bar{2}1) = 69^\circ 52'_{3/4}$ | 1 | 4 | $1\frac{1}{4}$ | 69 | 53 6 |
| $cv = (111):(51\bar{3}) = (0001):(44\bar{8}3) = 74^\circ 39'_{1/2}$ | 1 | 1 | — | 74 | 38 26 |
| $(111):(4\bar{1}\bar{1}) = (0001):(50\bar{5}2) = 75^\circ 46'_{1/4}$ | 1 | 1 | — | 75 | 45 44 |

Itt közlöm továbbá egy szép *ceyloni* kék kristályon és a FRÉMY-féle mesterséges kristályokon tett méréseimet.

Ez a *ceyloni* kristály (a müncheni egyet. ásványtani intézet tulajdona) uralkodó formája az $n\{31\bar{1}\} = \{22\bar{4}3\}$. Egyik fele van kifejlődve. Az említett formát az $r\{100\} = \{10\bar{1}1\}$ keskeny lapjai tompítják. A rajta mért szögek a fenti tengelyarányból számoltakkal összehasonlítva:

| | mérve | n | $\pm d$ | számolva |
|---|-------|----------------|---------|--------------------|
| $cn^* = (111):(31\bar{1}) = (0001):(22\bar{4}3) = 61^\circ 12'_{1/2}$ | 2 | 0 | | $61^\circ 13' 1''$ |
| $rn = (100):(31\bar{1}) = (10\bar{1}1):(22\bar{4}3) = 25^\circ 59'_{1/2}$ | 6 | $1\frac{3}{4}$ | | 25 59 26 |

A FRÉMY-féle kristályok, néhány nagyobb táblácska kivételével, 1—2 mm² nagyságuk és a 2. rajzban feltüntetett formájuk, de rendszeren még valamivel vékonyabbak és a bazison és az alaphomboëderen kívül gyakran megvannak rajtok az $n\{31\bar{1}\} = \{22\bar{4}3\}$

* Resp. $\frac{nm}{2}$.

igen apró lapjai is. Egy táblácskán (22. rajz) azonkívül megvan az $\gamma \{22\bar{1}\} = \{01\bar{1}1\}$ egy lapja is. Színök világos vörös, de sötétebbek, mint az említett birmai kristályok és erősebb ibolyaszín árnyaltak. A FRÉMY-féle mesterséges rubinkristályokat DES CLOIZEAUX már leírta röviden,¹ de mérései a tengelyarány megállapítására nem tarthatók megbízhatóknak, mert maga mondja, hogy kristályai csak látszólag tökéletes kifejlődésűek és nem adnak jó reflexeket. Én ezt a tölem megvizsgált kristályokról, a melyeket — mint említettem — LACROIX tanár úr bocsátott rendelkezésemre, épen nem mondhatom; ezek közt bőven vannak olyanok, a melyek ideális szép reflexeket adnak. A mért szögek: ²

| | mérve | kr. | <i>n</i> | $\pm d$ | számolva |
|--|-------|-----|----------------|---------------------|----------|
| $cr = (111) : (100) = (0001) : (10\bar{1}1) = 57^{\circ}36\frac{2}{3}$ | 11 | 44 | $\frac{1}{2}$ | $57^{\circ}36'39''$ | |
| $cn = (111) : (31\bar{1}) = (0001) : (22\bar{4}3) = 61\ 13\frac{1}{3}$ | 3 | 14 | $1\frac{1}{2}$ | 61 13 1 | |
| $rn = (100) : (31\bar{1}) = (10\bar{1}1) : (22\bar{4}3) = 25\ 59\frac{1}{4}$ | 1 | 1 | — | 25 59 26 | |
| $c\gamma = (100) : (22\bar{1}) = (0001) : (01\bar{1}1) = 57\ 39\frac{1}{3}$ | 1 | 1 | — | 57 36 39 | |

Mindezekből világos, hogy a korundnak ez a megállapított tengelyaránya: **1:1.3652**, a mely, mint a közölt mérésekből kiszámolható, 0.0001-ig biztos, *a korundra nézve általában érvényes.*³

*

Egyéb formák. A birmai kristályok a felsorolt formák lapjai közt, tehát a $[cna]$, $[nrn]$, $[cr]$, $[ar]$ övekben, valamint a negatív rhomboéderek tájékán többé-kevésbbé gömbölyödöttek. E gömbölyödött részletek valószínűleg *nem* utólagos oldás következményei, mert a főformák lapjai majdnem mindig simák, kitűnően tükrö-

¹ I. m.

² Nem mulaszthatom el ez alkalommal annak a megemlítését, hogy a legkisebb fajta FRÉMY-féle kristályok mérése alkalmával használtam a GOLDSCHMIDT-féle kis *jusztáló* készüléket (Ztschr. f. Kryst. 20. (1892.) 344. l.) és meggyőződtem annak stabilitásáról és hasznavehetőségéről.

³ Utóbb tettem még méréseket a GOLDSCHMIDT-féle eljárással előállított mesterséges rubinkristályokon is, a melyeket WARTHA V. műegy. tanár úr volt szíves rendelkezésemre bocsátani. E kristályok (*r* és *c* kombinációi vagy tiszta rhomboéderek) nem tükröztek jól, úgy hogy a tengelyarány megállapítása szempontjából nem volt érdemes mérni.

zők, és mert étetési idomok ritkák; a hol vannak is, elszórtan fordulnak elő, kicsinyek és határozottak. E gömbölyödöttség inkább eredetinek tekinthető és arra vezethető vissza, hogy e kristályok — mint már említettem — valószínűleg contactmetamorphosis útján keletkeztek mészkőben, úgy mint a BAUER leirta birmai kristályok.

A goniometeren e gömbölyödött részletek egész reflexsorozatokat adnak, a melyek azonban nem oly folytonosak, hogy fényinterferentiának tulajdoníthatók, hanem bennök a reflexek ritkábbak s egyesek köztük kiválnak, nekik megfelelő határozott laprészleteket azonban az esetek túlnyomó többségében nem vehettem észre. E reflexeket nyolcz kristályon beállítottam, egyeseken különböző incidentiával is (a beállítás pontossága e reflexekre vonatkozólag 2–10' volt) és ezzel a másodrendű piramisok egész sorozata adódott, továbbá (részben ezen, részben más kristályokon) több pozitív rhomboéder és skalenoéder és egy dihexagonális prisma, a melyek az alábbi táblázatban foglaltatnak. A negatív sextansokban csak két rhomboédert találtam: $\{110\} = \{01\bar{1}2\}$ és $s\{11\bar{1}\} = \{02\bar{2}1\}$, a melyek a rubinról már ismeretesek. Ezeken kívül több skalenoéder alkotja a negatív gömbölyödött részleteket, de ez utóbbiakat, mert nem esnek a főövekbe, nem határoztam meg, mert ez egykörü méréssel úgyszólván lehetetlen.

Negatív rhomboéderek:

| | mérve | kr. $n \pm d$ | számolva |
|--|------------------------|------------------------|----------------------|
| $cs = (111) : (11\bar{1}) = (0001) : (02\bar{2}1)$ | $= 72^\circ 23'$ | $5 \ 7 \ 4'$ | $72^\circ 24' \ 7''$ |
| $as = (10\bar{1}) : (11\bar{1}) = (11\bar{2}0) : (02\bar{2}1)$ | $= 34 \ 23\frac{3}{4}$ | $1 \ 2 \ 1\frac{1}{2}$ | $34 \ 21 \ 40$ |
| $(111) : (110) = (0001) : (01\bar{1}2)$ | $= 38 \ 24\frac{1}{2}$ | $1 \ 2 \ 1\frac{1}{4}$ | $38 \ 14 \ 42$ |

Positív rhomboéderek:

| | | | | |
|--|------------|--------------------|------------------------|--------------------------------------|
| $(111) : (16.13.13) = (0001) : (1.0.\bar{1}.14)$ | $= 6 \ 30$ | $1 \ 1$ | $—$ | $6 \ 25 \ 28$ |
| $— : (433)$ | $—$ | $(1.0.\bar{1}.10)$ | $= 8 \ 55$ | $1 \ 2 \ 1 \ 8 \ 57 \ 30$ |
| $— : (755)$ | $—$ | $(2.0.\bar{2}.17)$ | $= 10 \ 31\frac{1}{4}$ | $1 \ 1 \ — \ 10 \ 30 \ 24$ |
| $— : (10.7.7)$ | $—$ | $(10\bar{1}8)$ | $= 10 \ 58$ | $1 \ 1 \ — \ 11 \ 8 \ 50$ |
| $— : (22.13.13)$ | $—$ | $(3.0.\bar{3}.16)$ | $= 16 \ 22$ | $1 \ 1 \ — \ 16 \ 27 \ 59$ |
| $— : (13.1.1)$ | $—$ | $(40\bar{4}5)$ | $= 51 \ 32$ | $1 \ 1 \ — \ 51 \ 35 \ 15$ |
| $— : (16.1.1)$ | $—$ | $(50\bar{5}6)$ | $= 52 \ 31$ | $1 \ 1 \ — \ 52 \ 43 \ 14$ |
| $— : (22.1.1)$ | $—$ | $(70\bar{7}8)$ | $= 53 \ 58\frac{1}{2}$ | $1 \ 2 \ 1\frac{1}{2} \ 54 \ 3 \ 31$ |

| | | mérve | kr. $n \pm d$ | számolva |
|----------------------------------|------------------------------------|------------------------|---------------------|---------------|
| — : (38. $\bar{1}$. $\bar{1}$) | — : (13. 0. $\bar{1}\bar{3}$. 12) | = 59° 42 $\frac{1}{4}$ | 1 1 | — 59° 38' 54" |
| — : (43. $\bar{2}$. $\bar{2}$) | — : (15. 0. $\bar{1}\bar{5}$. 13) | = 61 12 $\frac{1}{2}$ | 1 1 | — 61 11 56 |
| — : (17. $\bar{1}$. $\bar{1}$) | — : (60 $\bar{6}$ 5) | = 62 3 $\frac{1}{2}$ | 1 1 | — 62 4 59 |
| — : (43. $\bar{5}$. $\bar{5}$) | — : (16. 0. $\bar{1}\bar{6}$. 11) | = 66 23 $\frac{1}{2}$ | 1 1 | — 66 26 13 |
| — : (13. $\bar{2}$. $\bar{2}$) | — : (50 $\bar{5}$ 3) | = 68 53 | 1 1 | — 69 4 28 |
| — : (7 $\bar{2}\bar{2}$) | — : (30 $\bar{3}$ 1) | = 78 16 $\frac{3}{4}$ | 1 2 1 $\frac{1}{2}$ | 78 3 38 |

Másodrendű piramisok:

| | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------------|-----------------------|---------------------|------------|
| (111):(22. 7. $\bar{8}$) | = (0001):(5. 5. $\bar{1}\bar{0}$. 7) | = 62 47 $\frac{1}{4}$ | 3 3 5 | 62 51 13 |
| — : (38. 11. $\bar{1}\bar{6}$) | — : (9. 9. $\bar{1}\bar{8}$. 11) | = 65 54 | 2 2 3 | 65 53 6 |
| — : (11. 3. $\bar{5}$) | — : (8. 8. $\bar{1}\bar{6}$. 9) | = 67 31 | 2 5 4 | 67 36 25 |
| — : (15. 4. $\bar{7}$) | — : (11. 11. $\bar{2}\bar{2}$. 12) | = 68 6 $\frac{1}{2}$ | 2 2 3 | 68 13 16 |
| — : (17. 4. $\bar{9}$) | — : (13. 13. $\bar{2}\bar{6}$. 12) | = 71 16 | 1 1 | — 71 19 15 |
| — : (43. 10. $\bar{2}\bar{3}$) | — : (11. 11. $\bar{2}\bar{2}$. 10) | = 71 32 $\frac{1}{2}$ | 1 2 7 | 71 35 5 |
| — : (92 $\bar{5}$) | — : (7. 7. $\bar{1}\bar{4}$. 6) | = 72 25 | 2 3 15 | 72 34 18 |
| — : (19. 4. $\bar{1}\bar{1}$) | — : (5. 5. $\bar{1}\bar{0}$. 4) | = 73 33 $\frac{1}{2}$ | 3 3 3 | 73 40 10 |
| — : (26. 5. $\bar{1}\bar{6}$) | — : (7. 7. $\bar{1}\bar{4}$. 5) | = 75 30 | 2 3 18 | 75 20 23 |
| — : (11. 2. $\bar{7}$) | — : (33 $\bar{6}$ 2) | = 76 21 | 1 3 14 | 76 16 44 |
| — : (61 $\bar{4}$) | — : (5. 5. $\bar{1}\bar{0}$. 3) | = 77 36 $\frac{1}{2}$ | 2 2 2 | 77 36 23 |
| — : (67. 10. $\bar{4}\bar{7}$) | — : (19. 19. $\bar{3}\bar{8}$. 10) | = 79 15 $\frac{1}{2}$ | 1 2 6 | 79 5 22 |
| — : (52. 7. $\bar{3}\bar{8}$) | — : (15. 15. $\bar{3}\bar{0}$. 7) | = 80 19 $\frac{1}{2}$ | 2 2 2 | 80 18 4 |
| — : (17. 2. $\bar{1}\bar{3}$) | — : (5. 5. $\bar{1}\bar{0}$. 2) | = 81 31 | 2 2 9 | 81 39 56 |
| — : (91 $\bar{7}$) | — : (8. 8. $\bar{1}\bar{6}$. 3) | = 82 11 $\frac{1}{4}$ | 2 2 $\frac{1}{2}$ | 82 10 47 |
| — : (10. 1. $\bar{8}$) | — : (33 $\bar{6}$ 1) | = 82 55 $\frac{1}{2}$ | 4 4 2 $\frac{1}{2}$ | 83 2 23 |
| — : (23. 2. $\bar{1}\bar{9}$) | — : (7. 7. $\bar{1}\bar{4}$. 2) | = 83 57 $\frac{3}{4}$ | 2 5 5 | 84 1 34 |
| — : (13. 1. $\bar{1}\bar{1}$) | — : (44 $\bar{8}$ 1) | = 84 42 | 2 3 5 | 84 46 7 |
| — : (29. 2. $\bar{2}\bar{5}$) | — : (9. 9. $\bar{1}\bar{8}$. 2) | = 85 13 | 2 3 6 | 85 20 50 |
| — : (15. 1. $\bar{1}\bar{3}$) | — : (14. 14. $\bar{2}\bar{8}$. 3) | = 85 30 $\frac{1}{2}$ | 1 1 | — 85 30 45 |
| — : (35. 2. $\bar{3}\bar{1}$) | — : (11. 11. $\bar{2}\bar{2}$. 2) | = 86 10 $\frac{1}{2}$ | 2 2 3 | 86 11 25 |

Skalenoöderek: [11 $\bar{2}$ 0:10 $\bar{1}$ 1] öv.

| | | | | |
|-------------------------------------|--|-----------------------|-----|------------|
| (10 $\bar{1}$):(11. 0. $\bar{2}$) | = (11 $\bar{2}$ 0):(11. 2. $\bar{1}\bar{3}$. 9) | = 26 59 $\frac{1}{4}$ | 1 1 | — 26 58 24 |
|-------------------------------------|--|-----------------------|-----|------------|

[$\bar{1}$ 2 $\bar{1}$ 0:10 $\bar{1}$ 1] öv.

| | | | | |
|-------------------------------------|---|-----------------------|-----|------------|
| (01 $\bar{1}$):(13. 6. $\bar{6}$) | = ($\bar{1}$ 2 $\bar{1}$ 0):(7. 12. $\bar{1}\bar{9}$. 13) | = 55 52 $\frac{1}{2}$ | 1 1 | — 55 58 44 |
| — : (10. 3. $\bar{3}$) | — : (7. 6. $\bar{1}\bar{3}$. 10) | = 66 25 | 1 1 | — 66 18 33 |

| | | mérve | kr. $n \pm d$ | számolva |
|--------------------------|-------------------------------------|----------------------------|-----------------------|---------------------|
| -- : (18. 5. $\bar{5}$) | — : (13. 10. $\bar{2}\bar{3}$. 18) | $= 67^\circ 52\frac{1}{4}$ | 3 3 5' | $67^\circ 53' 21''$ |
| — : (51 $\bar{1}$) | — : (42 $\bar{6}$ 5) | $= 73$ | 50 1 2 $\frac{1}{2}$ | 73 41 41 |
| — : (17. 3. $\bar{3}$) | — : (14. 6. $\bar{2}\bar{0}$. 17) | $= 75$ | $33\frac{3}{4}$ 1 1 — | 75 31 39 |
| — : (91 $\bar{1}$) | — : (8. 2. $\bar{1}\bar{0}$. 9) | $= 80$ | 52 1 1 — | 80 46 10 |

Dihexagonális prisma :

$$(10\bar{1}) : (4\bar{1}\bar{3}) = (11\bar{2}0) : (52\bar{7}0) = 13 \ 59\frac{1}{2} \ 1 \ 1 \text{ — } 13 \ 53 \ 52$$

E formák természetesen nem tekinthetők e rubinkristályokra nézve biztosan megállapítottaknak. Van azonban köztük több olyan, a mely a korundról már ismeretes, nevezetesen :

$$\begin{array}{lll} s \{11\bar{1}\} & = \{02\bar{2}1\} & = \text{---}2R \\ & \{110\} & = \{01\bar{1}2\} = \text{---}\frac{1}{2}R \\ k \{92\bar{5}\} & = \{7.7.\bar{1}\bar{4}.6\} & = \frac{7}{3}P2 \\ & \{19.4.\bar{1}\bar{1}\} & = \{5.5.\bar{1}\bar{0}.4\} = \frac{5}{2}P2^* \\ \theta \{91\bar{7}\} & = \{8.8.\bar{1}\bar{6}.3\} & = \frac{16}{3}P2 \\ \nu \{13.1.\bar{1}\bar{1}\} & = \{44\bar{8}1\} & = 8P2 \\ \omega \{15.1.\bar{1}\bar{3}\} & = \{14.14.\bar{2}\bar{8}.3\} & = \frac{28}{3}P2 \\ i \{51\bar{1}\} & = \{42\bar{6}5\} & = \frac{2}{5}R3 \end{array}$$

Ezek tehát a valószínűség bizonyos fokával bírnak. Ép úgy valamennyire valószínűeknek tekinthetők egyszerű indexeik és a között szögadatok alapján a következők :

$$\begin{array}{lll} \{433\} & = \{1.0.\bar{1}.10\} & = \frac{1}{10}R \\ \{13.1.1\} & = \{40\bar{4}5\} & = \frac{4}{5}R \\ \{22.1.1\} & = \{70\bar{7}8\} & = \frac{7}{8}R \\ \{17.\bar{1}.\bar{1}\} & = \{60\bar{6}5\} & = \frac{6}{5}R \\ \{22.7.8\} & = \{5.5.\bar{1}\bar{0}.7\} & = \frac{10}{7}P2 \\ \{61\bar{4}\} & = \{5.5.\bar{1}\bar{0}.3\} & = \frac{10}{3}P2 \\ \{10.1.8\} & = \{33\bar{6}1\} & = 6P2 \\ \{23.2.\bar{1}\bar{9}\} & = \{7.7.\bar{1}\bar{4}.2\} & = 7P2 \\ \{35.2.3\bar{1}\} & = \{11.11.22.2\} & = 11P2 \\ \{91\bar{1}\} & = \{8.2.\bar{1}\bar{0}.9\} & = \frac{2}{3}R\frac{5}{3} \\ \{4\bar{1}\bar{3}\} & = \{52\bar{7}0\} & = \infty P\frac{7}{5} \end{array}$$

* BARVIR, Ref. Ztschr. f. Kryst. 25. (1896.) 431. l.

A többiek kevésbé valószínűek és részben vicinális formák, nevezetesen :

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \{13.0.\bar{1}\bar{3}.12\} \\ \{15.0.\bar{1}\bar{5}.13\} \end{aligned} \right\} & \text{vicinálisa az } \{10\bar{1}1\}\text{-nek} \\ \{16.0.\bar{1}\bar{6}.11\} & \text{vicinálisa a } \{30\bar{3}2\}\text{-nek} \\ \left. \begin{aligned} \{8.8.\bar{1}\bar{6}.9\} \\ \{11.11.\bar{2}\bar{2}.12\} \\ \{13.13.\bar{2}\bar{6}.12\} \\ \{11.11.\bar{2}\bar{2}.10\} \end{aligned} \right\} & \text{vicinálisa az } \{11\bar{2}1\}\text{-nek} \\ \left. \begin{aligned} \{19.19.\bar{3}\bar{8}.10\} \\ \{15.15.\bar{3}\bar{0}.7\} \end{aligned} \right\} & \text{vicinálisa a } \{22\bar{4}1\}\text{-nek} \\ \{7.12.\bar{1}\bar{9}.13\} & \text{vicinálisa az } \{12\bar{3}2\}\text{-nek} \end{aligned}$$

Általában véve tehát e birmai rubinkristályok *gömbölyödött részleteire* azt lehet mondani, hogy *részben egyszerű indexű és valószínű formák lapocskái alkotják.*

A FRÉMY-féle kristályokon a főformák (c, r, n) lapjai közt gömbölyödött részletek nincsenek. Több kristályon úgy látszik, mintha a cr élek igen keskeny lapoktól volnának letompítva. A goniometer mutatja, hogy e keskeny lapocskák nem egységesek, hanem több rossz csikból vannak összetéve; csupán *egy* kristályon kaptam ily csikról jó reflexet, a mely a $\{11.5.5\} = \{20\bar{2}7\}$ formára vezetett, továbbá egy másik kristályon a $\{13.13.8\} = \{07\bar{7}6\}$ rhomboëder van jelen szintén csak egy, de jó lappal:

| | mérve | kr. | n | számolva |
|---|-------|-----|-------------|----------|
| $(111) : (11.5.5) = (0001) : (20\bar{2}7) = 24^\circ 14'$ | 1 | 1 | 24° 14' 48" | |
| $— : (13.13.8) = — : (07\bar{7}6) = 61\ 28\frac{1}{2}$ | 1 | 1 | 61 27 56 | |

E két formát egyszerű indexénél és a közölt szögértékeknél fogva biztosnak veszem. DES CLOIZEAUX a FRÉMY-féle kristályokról említi a $\{210\} = \{11\bar{2}3\}$ formát is; ezt a tőlem megvizsgált anyagon nem konstatálhattam.

Mint biztosan megállapított új korund-formák tehát a DANA kézikönyvében és az ahhoz való Appendix-ben foglalt formasorozathoz jönnek :

$$\begin{aligned}\{4\bar{1}\bar{1}\} &= \{50\bar{5}2\} = \frac{5}{3}R \\ \{11.5.5\} &= \{20\bar{2}7\} = \frac{2}{7}R \\ \{13.13.8\} &= \{07\bar{7}6\} = -\frac{7}{6}R\end{aligned}$$

Ikrek.

Ikerlemezek az alaphomboéder szerint — mint már említettem — a birmai rubinkristályokban elég gyakran vannak, juxtaposíciós ikreket e törvény szerint azonban nem láttam. Ilyet leír és rajzol pl. LASAULX.¹

Sokkal ritkább a korundon a bázis, mint ikersík. Ez az ikertörvény tudvalevőleg így is fejezhető ki: ikersík az elsőrendű prisma $\{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$. JEREMJEV említ ilyen ikreket orosz korundról,² BAUER is említ és rajzol egy birmai kristályt,³ a melyben a bázis szerint vékony ikerlemez van. A rendelkezésemre állott anyagban csak egyetlen kristály képviseli ezt az ikertörvényt, de az az egyik sextansában rendes kifejlődésű juxtaposíciós iker. Kiegészítve a 4. rajzban szerkesztettem meg. E kristályon az ikertörvény igazolására méretett:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \text{mérve} & n & \text{számolva} & \\ \tau\tau = (100) : (100) = (10\bar{1}1) : (10\bar{1}1) = & 64^{\circ}48' & 1 & 64^{\circ}46'43''\end{array}$$

A FRÉMY-féle rubinok közül a kicsiny kristályokon (2. rajz) — mint már említettem — semmiféle ikerképződést nem lehet észrevenni. A táblácskák azonban, a melyek közül a legnagyobbak 1 cm² nagyságúak, ikrek ugyanezen második ikertörvény szerint, mint az említett egyedüli birmai kristály, csak hogy itt az összenövés módja más (22., 23. és 24. rajz). E táblácskákat DES CLOIZEAUX⁴ egyszerű kristályoknak tekintette, $\tau\{2\bar{2}\bar{1}\} = \{01\bar{1}1\}$ -nek nyilvánítván rajtuk az egyik fajta rhomboéderlapokat. Hogy itt nem egyszerű kristályokról, hanem ikrekről van szó, arról tanuskodik a bázison látható finom rostozottság, a mely, mint a birmai rubinokon, a $\tau\tau$ élekkel párhuzamos. Az összenövés egyébként oly benső, hogy a bázison ikerhatárt csak gyengén s csak itt-ott látni.

¹ I. m.

² Ref. Ztschr. f. Kryst. 3. 438.

³ I. m. 211. l. Fig. A).

⁴ I. m.

Törésmutatók.

Módszer. A birmai kristályok közt vannak szépen fejlődött prizmás kristályok, a melyek mintegy kínálkoztak törésmutató meghatározásokra s a ceyloni és a FRÉMY-féle kristályok is alkalmasnak mutatkoztak erre. Én az alkalmat fölhasználtam, annyival is inkább, mivel az irodalomban a korund törésmutatóit illetőleg vajmi kevés adat van, nevezetesen Des CLOIZEAUX két halaványkék korundkristályon a minimális deviatióval vörös fényben a következő értékeket kapta :¹

$$\begin{aligned}\omega &= 1.7676 - 1.7682 \\ \varepsilon &= 1.7594 - 1.7598\end{aligned}$$

egy szép vörös rubinon pedig

$$\begin{aligned}\omega &= 1.7675 \\ \varepsilon &= 1.7592\end{aligned}$$

Ezen kívül még egy adat ismeretes OSANN-tól,² a mely ceyloni korundra, Na-fényre vonatkozik :

$$\begin{aligned}\omega &= 1.7690 \\ \varepsilon &= 1.7598\end{aligned}$$

Azonfelül a kristályok többféle szineződésénél fogva alkalom kínálkozott a szineződés és a törési viszonyok közt való összefüggés kutatására is. Hogy e tekintetben eredményt érjek el, szükséges volt előbb kideríteni azt, hogy a fénytörési viszonyok mennyire egyezők a látszólag egyforma szineződésű kristályokon, ezért a meghatározásokat nem egynéhány, hanem nagyobb számú kristályon végeztem.

Módszerűl a minimalis deviatio mérése szolgált. Azoknál a kristályoknál, a melyeknél a törő prizmát egy bázislap és egy szembenfekvő rhomboöderlap alkotta (4. sz., 2. sz. és a FRÉMY kristályok), az ε kiszámítására a LIEBISCH közölte³ következő formulákat használtam :

¹ Ann. des mines 1858. (XIV.) 354. l.

² ROSENBUSCH. Mikr. Phys. 1892. 385. l.

³ Physik. Krystallographie 389. l.

$$\begin{aligned}
 A_0 c^4 + 2A_1 c^3 + A_2 &= 0 \\
 A_0 &= \sin^2 \tau \\
 2A_1 &= \left(0^2 + \frac{\sin^2 \varrho}{C^2} + \frac{\cos^2 \varrho}{S^2}\right) \cos^2 \tau - \frac{1}{C^2} - \frac{1}{S^2} \\
 A_2 &= -0^2 \left(\frac{\sin^2 \varrho}{C^2} + \frac{\cos^2 \varrho}{S^2}\right) \cos^2 \tau + \frac{1}{C^2 S^2} \\
 C &= \frac{\cos \frac{A}{2}}{\cos \frac{A+\varrho}{2}}, \quad S = \frac{\sin \frac{A}{2}}{\sin \frac{A+\varrho}{2}},
 \end{aligned}$$

a melyekben a jelen esetben

$$\begin{aligned}
 \varrho &= 90^\circ - \frac{A}{2} \\
 \tau &= 0.
 \end{aligned}$$

Refractometerül Münchenben egy Fuess-féle nagy goniometer, Budapesten egy ugyanettől a cégtől való 2. sz. goniometer szolgáltat. Mindkét készüléket használat előtt a szokott módon rectificáltam.* Hogy a meghatározásokat lehetőleg több és egyuttal intensív

* Nem mulaszthatom el ez alkalommal, hogy néhány szóban véleményemet nyilvánítsam e két készüléknek refractometer gyanánt használatáról. Tapasztalataim szerint egyik sem felel meg tökéletesen e czélnek. A nagy goniometer előnye mindenestre a nagy limbus, annak pontos beosztása, a pontos s egyuttal kényelmes leolvasás (10" leolvasás és 1" becslés), de hátránya, hogy a két távcső (e készülék speciális czéljának megfelelően) messze áll el egymástól, úgy hogy sok fény vesz el. A 2. sz. goniometernél ellenkezőleg a leolvasás pontossága nem kielégítő, mert csak 30"-et lehet vele biztosan leolvasni, a 15" becslésének pedig csak úgy van értelme, ha mindkét noniust használjuk, a mi kényelmetlen, vagy a mérést a limbus más részével ismétljük, pedig törésmutatómeghatározásoknál tudvalevőleg sok esetben 10" már sokat határoz. Jelen vizsgálataimnál — nagy törő szögű prizmákról lévén szó — a leolvasás ugyan teljesen kielégítő volt (minden mérés a limbus 2—3 részével történt), de kívánatos volna, hogy e készülék, melyet mint goniometert előbb-utóbb úgy is háttérbe szorítanak a kétkörű goniometerek, valamivel nagyobb és pontosabb beosztású limbussal legyen ellátva, hogy oly czélra jól legyen használható, a melyre viszont a kétkörű goniometerek, czéljuknak megfelelően, nem oly alkalmasak, t. i. spectrometeres vizsgálatokra és egyes pontosabb goniometeres mérésekre (vicinális lapok, a rendes

monochrom fényben végezhessem, KRENNER tanár szíves volt meghozatni a WÜLFING-féle kisebb *spectrál-készüléket*, a mely tudvalevőleg a 2. sz. goniometerek attributumát képezi és a melynek hasznavehetősége magának a szerzőnek a vascillámon és a turmalinon végzett vizsgálataiból eléggé ismeretes. A kedvezőtlen évszak miatt azonban nem használhattam e készüléket napfény-nyel, a mire első sorban szerkesztetett, hanem csak mesterséges fényforrásokkal s azok közt is csak AUER-fény állott könnyen rendelkezésemre. Feladatom volt tehát mindenekelőtt annak a kiderítése, hogy mily pontosság érhető el e készülékkel ily körülmények között. AUER-fény használata esetében természetesen a készülék collimator-rését valamivel jobban ki kell nyitni, semmint a képződő spectrum tisztasága tekintetéből kívánatos, továbbá a rés tág voltánál fogva a beállítás sem oly pontos (beállításul *Na*-, *Tl*-fényt és *H*-vonalakat használtam), mint napfényben. Egy harmadik hátrány, hogy még a WEBSKY-rést is valamivel tágabbra kell hagyni ($1\frac{1}{2}$ —2'-nyire), mint közönségesen, úgy hogy a tőle kihasított spectrumrész még kevésbé monochrom, mint napfényben.

A fentiekből világos, hogy AUER-fény használatakor e készülékkel korántsem dolgozhatunk oly pontosan, mint napfényben, nevezetesen egy quarzkristályon és több rubinkristályon végzett méréseim szerint átlag ± 0.0005 pontossággal. Ha ezzel beérjük, akkor e készülék AUER-fénnyel is igen jó szolgálatot tesz és meg vagyok győződve, hogy ZIRKON-fénnyel vagy erős villamos-fénnyel épen úgy elérhető vele a szokásos ± 0.0002 pontosság, mint napfény-nyel, ha beállításul nem a végtelen csavaron levő beosztást használjuk, hanem *Na*-, *Tl*-fényt és *H*-vonalakat.

E tapasztalatok után célomnak megfelelően visszatértem a *Na*-fényhez és a GEISLER-csővekhez. Hogy lehetőleg intensív fényre tegyek szert (a mire a kristályok absorptiójánál fogva szükség volt) a Na_2SO_4 -ot *NaCl*-dal kevertem* és a LASPEYRES-

fölépítéstől való finomabb eltérések stb.). Optikája e cél-nak eléggé megfelelő, de kívánatos volna még, hogy a Websky-féle rés, a mely spectrometes vizsgálatoknál oly jól bevált, az egyenes spectrometes rések módjára legyen tágítható és szűkíthető, hogy mindig bisymmetriás képe legyen.

* E keverék igen jól bevált. *NaBr* még fényerősebb, de használata esetében jól húzó szellőző kamarára van szükség.

féle lámpát a cső hosszában állítottam fel,* a GEISSLER-csővekből pedig a RIEDEL-féle derékszögben meghajlitottakat használtam,** a melyek igen fényerőseknek bizonyultak. Csupán két sötétvörös birmai kristálynál (2. és 4. számúak) nem értem velök jól czélt, a mennyiben az erős absorptio miatt a kék fényre vonatkozó reflexek már nem voltak beállíthatók.

Mérés alkalmával nem a 2δ -t, hanem δ -t olvastam le, úgy hogy mindegyik sugarat legalább háromszor állítottam be az eltérítés minimumára és a távcsövet legalább kétszer egyenesen a collimator részére. A legutolsó \parallel beállításakor a kristályt elvettem. Ez az egyenes beállítás a WEBSKY-résre semmi nehézségbe nem ütközik, ha a távcsövekben a rés, illetve a fonálkereszt pontosan a lencsék gyújtótávolságába esnek és ha a fényforrás erejét alkalmas módon csökkentjük, pl. úgy, hogy a Na -láng elé sárga és a GEISSLER-cső elé (közvetlen a cső elébe) vörös selyempapirost teszünk.

Mérésre természetes kristálylapok szolgáltak (csupán egy — a 2. sz. — kristályon kellett az egyik felületet csiszolással és polírozással javítani) és így különös gondot fordítottam arra, hogy a törő szög és a deviatio egy és ugyanazon laprészletre vonatkozzék.

Mérési eredmények. A mért törőszögeket, eltérítéseket és a belőlük számolt törésmutatókat a következőkben közlöm. Mind-egyik törőszögre vonatkozó adat legalább hat és mindegyik eltérítésre vonatkozó adat legalább öt beállítás eredménye, nem tekintvén azt, hogy mindegyik beállítás a limbus excentricitásának kiküszöbölésére annak legalább két részével történt. Azokra a kristályokra nézve, a melyek törőszögét egy bázislap és egy szemben fekvő rhomboöderlap képezte, vagyis a 2. és 4. sz. birmai kristályokra és az összes FRÉMY-félékre a törésmutatókat kérésemre barátom, Dr. ANDERKÓ AURÉL meteor. int. adjunctus úr is szíves volt kiszámítani. Ezen az ϵ törésmutatókra vonatkozólag hosszadalmas kontrolszámításokért e helyen is őszinte köszönetet mondok neki.

* Ezen, fizikusok előtt jól ismeretes fogás a fényerősség fokozására nézetem szerint a kristálytani kézikönyvekben nincs eléggé kiemelve.

** C. Zeiss-féle Specialkatalog für Spektrometer u. Refractometer 1899. 5. lap.

| | Na (I) | Na (II) | H_{α} | H_{β} | Na (I) | Na (II) | H_{α} | H_{β} |
|------|-----------------------------------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------|--------------|-------------|
| | \wedge 60° $0'$ $15''$ | 60° $0'$ $0''$ | | 60° $0'$ $5''$ | | | | |
| 1 a) | δ_e 63 19 0 | 63 19 0 | 62° $56'$ $40''$ | 64° $13'$ $15''$ | ε 1·7601(9) | 1·7602(7) | 1·7571(5) | 1·7676(8) |
| | δ_o 64 18 40 | 64 18 20 | 63 55 25 | 65 13 55 | ω 1·7683(6) | 1·7683(9) | 1·7652(5) | 1·7758(6) |

| | Na | | Na (I) | Na (II) | Na (I) | Na (II) |
|------|----------------------------------|-------------------------|------------------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------|
| | \wedge 60° $0'$ $5''$ | | \wedge 59° $59'$ $15''$ | 59° $59'$ $10''$ | | |
| 1 b) | δ_e 63 17 15 | ε 1·7600(0) | δ_e 63 15 40 | 63 13 55 | ε 1·7600(3) | 1·7598(2) |
| | δ_o 64 16 50 | ω 1·7681(7) | δ_o 64 15 15 | 64 14 0 | ω 1·7682(1) | 1·7680(6) |

| | Na (I) | Na (II) | Na (III) | Na (I) | Na (II) | Na (III) |
|----|-----------------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|-----------|------------|
| | \wedge 60° $2'$ $45''$ | 60° $2'$ $30''$ | 60° $2'$ $20''$ | | | |
| s. | δ_e 63 28 30 | 63 29 25 | 63 28 30 | ε 1·7607(3) | 1·7609(4) | 1·7608(6) |
| | δ_o 64 29 0 | 64 29 45 | 64 28 50 | ω 1·7689(9) | 1·7691(7) | 1·7691(0) |

| | Na | Na |
|---------------------------------|----------------------------------|-------------------------|
| Szintelen tábla Ceylonból | \wedge 60° $0'$ $0''$ | |
| | δ_e 63 19 50 | ε 1·7603(8) |
| | δ_o 64 19 10 | ω 1·7685(1) |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|------------------|------------|-----|----------|------------------|---------|---------------|-------------------|-----------|--------------|-------------|---------------|-----------|------------------|-------------------|--------------|-------------|
| XIX | 5. | Na (I) | | | Na (II) | | | H_{α} | | H_{β} | | Na (I) | Na (II) | H_{α} | H_{β} | | |
| | | \wedge | 60° | 0' 20" | 60° | 0' 35" | \wedge | 60° | 0' 45" | | | ε | 1·7609(5) | 1·7609(4) | 1·7576(6) | 1·7680(8) | |
| | | δ_e | 63 | 24 45 | 63 | 25 10 | 63° | 1' 50" | 64° | 17' 45" | ω | 1·7691(6) | 1·7691(6) | 1·7657(8) | 1·7764(0) | | |
| | | δ_o | 64 | 24 45 | 64 | 25 20 | 64 | 0 50 | 65 | 19 30 | | | | | | | |
| 6. | Két más lapon át | Na | | | H_{α} (I) | | | H_{α} (II) | | | H_{β} | | Na | H_{α} (I) | H_{α} (II) | H_{β} | |
| | | \wedge | 60° | 0' 20" | 60° | 0' 25" | \wedge | 60° | 0' 40" | | | ε | 1·7606(6) | 1·7575(1) | 1·7574(1) | 1·7678(3) | |
| | | δ_e | 63 | 22 35 | 63 | 0 0 | 62° | 59' 50" | 64° | 15' 40" | ω | 1·7688(2) | 1·7656(1) | 1·7654(6) | 1·7760(7) | | |
| | | δ_o | 64 | 22 15 | 63 | 58 50 | 63 | 58 20 | 65 | 16 50 | | | | | | | |
| | | Na | | | H_{α} | | | Na | | H_{α} | | | | | | | |
| | | \wedge | 59° | 59' 10" | | | | | | | | | | | | | |
| | | δ_e | 63° | 21' 50" | 62° | 58' 40" | ε | 1·7609(1) | 1·7577(1) | | | | | | | | |
| | | δ_o | 64 | 21 45 | 63 | 58 0 | ω | 1·7691(1) | 1·7658(8) | | | | | | | | |
| | | 34 | 7. | Na (I) | | | Na (II) | | | H_{α} | | H_{β} | | Na (I) | Na (II) | H_{α} | H_{β} |
| | | | | \wedge | 59° | 59' 40" | 59° | 59' 15" | \wedge | 59° | 59' 20" | | | ε | 1·7598(5) | 1·7599(6) | 1·7567(3) |
| δ_e | 63 | | | 15 10 | 63 | 15 10 | 62° | 52' 0" | 64° | 9' 5" | ω | 1·7679(7) | 1·7681(0) | 1·7648(0) | 1·7755(9) | | |
| δ_o | 64 | | | 14 27 | 64 | 14 30 | 63 | 50 30 | 65 | 10 10 | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----------------------------------|-------------|--------|---------------------------------|------------|-------------|----------------------------------|-------------------------|------------|---------------------------------|-----------|---------------|---------------|----------------|---------------------------------|--------------------------------|--|
| 11. | <i>Na</i> (I) | | | <i>Na</i> (II) | | | <i>Hα</i> (I) | | | <i>Hβ</i> (I) | | | <i>Na</i> (I) | <i>Na</i> (II) | <i>Hα</i> (I) | <i>Hβ</i> (I) | |
| | \wedge | 60° | 0' 10" | 60° | 0' 20" | 59° 59' 55" | | | | | | | | | | | |
| | δ_e | 63 | 14 0 | 63 | 13 20 | 62° 50' 30" | | | 64° 6' 45" | | | ε | 1·7595(2) | 1·7593(8) | 1·7563(4) | 1·7668(4) | |
| | δ_o | 64 | 12 45 | 64 | 12 15 | 63 48 40 | | | 65 7 30 | | | ω | 1·7675(8) | 1·7674(6) | 1·7643(3) | 1·7750(5) | |
| | <i>Hα</i> (II) | | | <i>Hβ</i> (II) | | | <i>Hα</i> (II) | | | <i>Hβ</i> (II) | | | | | | | |
| | \wedge | 59° 59' 55" | | | | | | | | | | | | | | | |
| | δ_e | 62° 50' 15" | | | 64° 6' 50" | | | ε 1·7563(0) | | | 1·7668(5) | | | | | | |
| | δ_o | 63 48 15 | | | 65 7 40 | | | ω 1·7643(1) | | | 1·7750(8) | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----|----------------------|----|----|----|-----------------------------|-----|------|----------------------------|-----|------|---------------|-----------|-----------|-----------------------------|--|--|----------------------------|--|--|
| 12. | <i>Na</i> | | | | <i>Hα</i> | | | <i>Hβ</i> | | | <i>Na</i> | | | <i>Hα</i> | | | <i>Hβ</i> | | |
| | \wedge 60° 0' 15'' | | | | \wedge 60° 0' 10'' | | | | | | | | | | | | | | |
| | δ_e | 63 | 21 | 10 | 62° | 57' | 50'' | 64° | 15' | 0'' | ε | 1·7604(9) | 1·7572(8) | 1·7678(9) | | | | | |
| | δ_o | 64 | 21 | 0 | 63 | 56 | 30 | 65 | 16 | 25 | ω | 1·7686(8) | 1·7653(7) | 1·7761(7) | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <i>Na</i> | | | | <i>Hα</i> | | | <i>Hβ</i> | | | <i>Na</i> | | | <i>Hα</i> | | | <i>Hβ</i> | | |
| | \wedge 60° 0' 40'' | | | | \wedge 60° 0' 30'' | | | | | | | | | | | | | | |
| | δ_e | 63 | 21 | 30 | 62° | 58' | 0'' | 64° | 15' | 50'' | ε | 1·7604(1) | 1·7572(0) | 1·7679(0) | | | | | |
| | δ_o | 64 | 21 | 5 | 63 | 56 | 35 | 65 | 18 | 0 | ω | 1·7685(6) | 1·7652(7) | 1·7762(8) | | | | | |

| | Na (I) | Na (II) | H _α | Na (I) | Na (II) | H _α |
|----|----------------------|------------|----------------|--------------------|-----------|----------------|
| 4. | \wedge 57° 35' 45" | 57° 36' 0" | 57° 36' 10" | | | |
| | δ_e 59 23 30 | 59 20 30 | 59 2 0 | ε | 1.7632 | 1.7594 |
| | δ_o 59 33 35 | 59 34 20 | 59 15 40 | ω 1.7714(6) | 1.7715(0) | 1.7685(0) |

| | Na (I) | H _α (I) | Na (II) | H _α (II) | Na (I) | Na (II) | H _α (I) | H _α (II) |
|----|------------------------|--------------------|----------------------|---------------------|--------------------|-----------|--------------------|---------------------|
| 2. | \wedge 57° 25' 35" | | \wedge 57° 25' 25" | | | | | |
| | δ_e 58° 59' 50" | 58° 43' 40" | 58° 59' 35" | 58° 43' 40" | ε | 1.7614 | | 1.7602 |
| | δ_o 59 15 10 | 58 55 50 | 59 14 20 | 58 56 5 | ω 1.7717(1) | 1.7716(3) | 1.7686(3) | 1.7687(2) |

| | Na (I) | Na (II) | Na (I és II) |
|-------------|-----------------------|-------------|----------------------|
| 1. (Fr.) | \wedge 57° 38' 45" | | |
| | δ_e 59° 43' 0" | 59° 42' 45" | ε 1.7658 |
| | δ_o 59 54 50 | 59 54 55 | ω 1.7738(6) |

| | Na | H α | H β | Na | H α | H β |
|-------|------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------|------------|-----------|
| 2. | $\wedge 57^\circ 35' 40''$ | | | | | |
| (Fr.) | $\delta_e 59^\circ 41' 25''$ | $59^\circ 20' 35''$ | $60^\circ 26' 25''$ | $\varepsilon 1.7667$ | 1.7628 | 1.7731 |
| | $\delta_o 59 53 5$ | 59 33 25 | 60 39 30 | $\omega 1.7745(4)$ | 1.7714(5) | 1.7817(7) |

| | Na (I) | Na (II) | H α (I) | H β (I) | H α (II) | H β (II) | Na (I és II) | H α (I és II) | H β (I és II) |
|-------|-----------------------------|---------------------|----------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| 3. | $\wedge 57^\circ 35' 10''$ | | $\wedge 57^\circ 34' 50''$ | | | | | | |
| (Fr.) | $\delta_e 59^\circ 32' 0''$ | $59^\circ 31' 25''$ | $59^\circ 10' 40''$ | $60^\circ 16' 15''$ | $59^\circ 10' 20''$ | $60^\circ 16' 40''$ | $\varepsilon 1.7648$ | 1.7617 | 1.7721 |
| | $\delta_o 59 45 0$ | 59 43 40 | 59 23 15 | 60 29 0 | 59 22 20 | 60 29 0 | $\omega 1.7733(3)$ | 1.7700(6) | 1.7804(1) |

| | Na (I) | Na (II) | H α (I) | H β (I) | H α (II) | H β (II) | Na (I és II) | H α (I és II) | H β (I és II) |
|-------|------------------------------|---------------------|----------------------------|--------------------|----------------------------|--------------------|----------------------|----------------------|---------------------|
| 4. | $\wedge 57^\circ 39' 0''$ | | $\wedge 57^\circ 39' 30''$ | | $\wedge 57^\circ 39' 30''$ | | | | |
| (Fr.) | $\delta_e 59^\circ 42' 40''$ | $59^\circ 42' 20''$ | $59^\circ 21' 20''$ | $60^\circ 31' 5''$ | $59^\circ 21' 35''$ | $60^\circ 31' 0''$ | $\varepsilon 1.7655$ | 1.7619 | 1.7726 |
| | $\delta_o 59 55 20$ | 59 55 0 | 59 33 55 | 60 43 55 | 59 34 40 | 60 44 15 | $\omega 1.7738(3)$ | 1.7703(8) | 1.7812(7) |

| | | | | | | | | |
|-------------|------------|------------------------------|-----------------------|------------------------------|-----------------------|--------------------------|-------------------------|---|
| 5. (Fr.) | | Na (I) | Na (II) | H_{α} (I) | H_{β} (I) | Na (I és II) | H_{α} (I) | H_{β} (I) |
| | | $\wedge 57^{\circ} 36' 45''$ | | | | | | |
| | δ_e | $59^{\circ} 22' 50''$ | $59^{\circ} 23' 10''$ | $59^{\circ} 2' 40''$ | $60^{\circ} 11' 10''$ | ε 1.7630 | 1.7598 | 1.7706 |
| | δ_o | 59 35 20 | 59 36 10 | 59 15 10 | 60 23 50 | ω 1.7714(6) | 1.7682(4) | 1.7790(0) |
| 6. (Fr.) | | H_{α} (II) | H_{β} (II) | H_{α} (III) | H_{β} (III) | H_{α} (II és III) | H_{β} (II és III) | |
| | | $\wedge 57^{\circ} 36' 55''$ | | | | | | |
| | δ_e | $59^{\circ} 1' 45''$ | $60^{\circ} 10' 35''$ | $59^{\circ} 1' 40''$ | $60^{\circ} 10' 45''$ | ε 1.7596 | 1.7706 | |
| | δ_o | 59 14 20 | 60 22 40 | 59 14 0 | 60 23 10 | ω 1.7680(3) | 1.7788(1) | |
| 6. (Fr.) | | Na (I) | Na (II) | H_{α} (I) | H_{β} (I) | H_{α} (II) | H_{β} (II) | Na (I és II) H_{α} (I és II) H_{β} (I és II) |
| | | $\wedge 57^{\circ} 36' 35''$ | | $\wedge 57^{\circ} 36' 30''$ | | | | |
| | δ_e | $59^{\circ} 25' 40''$ | $59^{\circ} 25' 30''$ | $59^{\circ} 4' 40''$ | $60^{\circ} 13' 30''$ | $59^{\circ} 4' 15''$ | $60^{\circ} 13' 10''$ | ε 1.7636 1.7599 1.7710 |
| | δ_o | 59 38 0 | 59 38 5 | 59 17 20 | 60 25 50 | 59 17 0 | 60 25 25 | ω 1.7719(0) 1.7686(1) 1.7793(4) |

A mérési eredményeknek összeállításakor (l. a következő táblázatot) kiderült, hogy a vörös szineződés intenzitása és a fénytörés közt határozott összefüggés van. A megvizsgált rubinok közül ugyanis a 11. számú kristály föltűnően világos színű, utána következik e tekintetben a 7. sz., viszont a 4. és 2. számúak, mint már említve is volt, a legsötétebbek, igazi rubinvörös színűek. Ezek fénytörése eléri a FRÉMY-féle mesterséges kristályokét, a melyek sötétebbek, mint a birmai kristályok. A többiek közel egyforma vörös színűek, de figyelmes megtekintéskor látható, hogy a 6., 8. és 5. számú valamivel sötétebbek, mint a 12. 1a) és b) és 24. sz. kristály. A szintelen kristályok és a kék kristály nem foglalnak el a sorozatban szélső helyet — mint talán várná az ember —, hanem közbül vannak.

A táblázatban a törésmutatók, valamint a dispersióra és a kettős törésre vonatkozó belőlük számolt adatok foglaltatnak, valamennyien négy decimálisra vannak lekerekítve. Azok a kristályok, a melyekről csak egy fényre (N_a) vonatkozó adat van, nem adtak kifogástalan reflexeket s azért nem mértem több fényben. Az ezekre vonatkozó adatok, valamint a 4. és 2. kristályokra és a 2. sz. FRÉMY-kristályra vonatkozók csak ± 0.0003 — 0.0004 -ig, a többieké ± 0.0001 — 0.0002 -ig biztosak. Egészen hibás csak a 2. sz. kristályra vonatkozó ε_D ; a hiba — mint meggyőződtem — nem a számolásban rejlik.

A táblázatból látható, hogy a fénytörésben való nagy eltérések daczára, a dispersio mind az o , mind az e sugárra nézve közel ugyanaz (ω_{D-F} és ε_{D-F} , a világosabbaknál valamivel nagyobb, mint a sötétebbeknél, ε_{C-D} fordítva). A kettős törésben nincsenek nagy különbségek a természetes kristályok közt, de van különbség e tekintetben a természetes és a mesterséges kristályok közt, nevezetesen az utóbbiaknál $\omega_C - \varepsilon_C$ és $\omega_D - \varepsilon_D$, nagyobb, mint a természeteseknél és $\omega_C - \varepsilon_C > \omega_F - \varepsilon_F$, míg a természetes kristályokra nézve $\omega_F - \varepsilon_F > \omega_C - \varepsilon_C$.

Mint a táblázatból kitűnik, petrográfiai célra, az $\omega - \varepsilon$ eddigi 0.009 értéke helyett* 0.008 veendő.

* ROSEBUSCH, Mikr. Phys. 1892. I. 166. és Michel LÉVY et LACROIX, Les Min. des roches, 67. l.

| Kr. szám | ω_C | ω_C-D | ω_D | ω_D-F | ω_F | ω_C-F | ε_C | ε_C-D | ε_D | ε_D-F | ε_F | ε_C-F | $\omega_C-\varepsilon_C$ | $\omega_D-\varepsilon_D$ | $\omega_F-\varepsilon_F$ |
|---------------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 11 | 1-7643 | 0-0032 | 1-7675 | 0-00075 | 1-7731 | 0-0107 | 1-7563 | 0-0031 | 1-7594 | 0-0074 | 1-7668 | 0-0105 | 0-0080 | 0-0081 | 0-0082 |
| 7 | 1-7648 | 33 | 1-7681 | 75 | 1-7736 | 108 | 1-7567 | 32 | 1-7599 | 74 | 1-7673 | 106 | 81 | 81 | 82 |
| 24 | | | 1-7682 | | | | | 1-7599 | | | | | | 81 | |
| 1 b) | | | 1-7684 | 75 | 1-7739 | 106 | 1-7571 | 31 | 1-7602 | 75 | 1-7677 | 105 | 81 | 81 | 82 |
| 1 a) | 1-7652 | 31 | 1-7685 | | | | | 1-7604 | | | | | | 81 | |
| Szintelen tábla | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 1-7653 | 33 | 1-7686 | 76 | 1-7762 | 109 | 1-7572 | 32 | 1-7605 | 74 | 1-7679 | 106 | 81 | 82 | 83 |
| Kék kr. | 1-7655 | 32 | 1-7687 | 74 | 1-7761 | 106 | 1-7574 | 31 | 1-7605 | 71 | 1-7676 | 102 | 82 | 82 | 85 |
| 6 | 1-7656 | 33 | 1-7689 | 72 | 1-7761 | 105 | 1-7575 | 32 | 1-7607 | 71 | 1-7678 | 103 | 81 | 82 | 82 |
| 8 | | | 1-7691 | | | | | 1-7609 | | | | | | 82 | |
| 5 | 1-7658 | 34 | 1-7692 | 72 | 1-7764 | 106 | 1-7577 | 33 | 1-7609 | 71 | 1-7681 | 104 | 81 | 82 | 83 |
| Szintelen krist. | 1-7661 | 33 | 1-7695 | 69 | 1-7764 | 103 | 1-7581 | 33 | 1-7613 | 68 | 1-7682 | 101 | 81 | 81 | 82 |
| 4 | 1-7685 | 30 | 1-7715 | | | | 1-7594 | 38 | 1-7632 | | | | 90 | 82 | |
| 2 | 1-7687 | 30 | 1-7717 | | | | 1-7602 | | 1-7614? | | | | 85 | | |
| 5 | 1-7681 | 33 | 1-7715 | 74 | 1-7789 | 108 | 1-7597 | 33 | 1-7630 | 76 | 1-7706 | 109 | 84 | 85 | 83 |
| 6 | 1-7686 | 33 | 1-7719 | 74 | 1-7793 | 107 | 1-7599 | 37 | 1-7636 | 75 | 1-7711 | 111 | 87 | 83 | 83 |
| 3 | 1-7701 | 33 | 1-7733 | 71 | 1-7804 | 104 | 1-7617 | 32 | 1-7648 | 73 | 1-7721 | 104 | 84 | 85 | 83 |
| 4 | 1-7704 | 34 | 1-7738 | 74 | 1-7813 | 109 | 1-7619 | 36 | 1-7655 | 72 | 1-7726 | 107 | 85 | 84 | 86 |
| 1 | | | 1-7739 | | | | | 1-7658 | | | | | | 80 | |
| 2 | 1-7714 | 31 | 1-7745 | 72 | 1-7818 | 103 | 1-7628 | 30 | 1-7667 | 64 | 1-7731 | 103 | 86 | 78 | 87 |

Frémy-féle kristályok.

Birmai és ceyloni kristályok.

Annak az eldöntésére, vajjon a fénytörésbeli nagy eltérést csupán dilut festőanyag relativ mennyiségének kell-e tulajdonítani, vagy pedig mindkettőt a chemiai összetételben való eltérésnek: először újból külön megmértem a két legvilágosabb és két legsötétebb kristályt arra nézve, hogy a tengelyarány tekintetében van-e közöttük különbség, másrészt kérésemre Loczka J. vegyész múzeumi őr úr szíves volt néhány fajsúlymeghatározást végezni.

A mérési eredmények:

| | | n | $\pm d$ |
|-------------|--------------------------|-----|---------|
| 11. sz. kr. | $cr = 57^{\circ}36'50''$ | 6 | 25'' |
| (világos) | $rr = 93\ 59\ 20$ | 2 | 10 |
| 7. sz. kr. | $cr = 57\ 36\ 45$ | 3 | 1'20'' |
| (világos) | $rr = 93\ 59\ 10$ | 2 | 10 |
| | $ar = 43\ 0\ 35$ | 6 | 30 |
| 4. sz. kr. | $cr = 57\ 36\ 20$ | 6 | 30 |
| (sötét) | $rr = 93\ 59\ 5$ | 4 | 40 |
| 2. sz. kr. | $cr = 57\ 36\ 40$ | 4 | 1'50'' |
| (sötét) | $rr = 93\ 58\ 10$ | 2 | 20 |

Tengelyarány tekintetében tehát a sötét és a világos kristályok között különbség nincsen, tekintettel a $\pm d$ nagy értékeire és arra, hogy a sötét színeződésű *Frémy*-kristályokon is $cr = 57^{\circ}37'40''$.

A fajsúly meghatározására szolgált egyrészt a 2. számú sötétvörös birmai kristály, a melyre nézve $\omega_{Na} = 1.7717$ (l. 493. oldal), másrészt egy világos színeződésű kristály, a melyen mértem *Na*-fényben:

$$\wedge 57^{\circ}32'15'' \pm 10''$$

$$\delta_O 59\ 5\ 40 \pm 20'', \text{ tehát}$$

$$\omega_{Na} = 1.7681, \text{ vagyis fénytörése akkora volt, mint}$$

a 7. sz. igen világos kristályé.

Az eredmény Loczka J. úr szíves közlése szerint:

| | <i>Fs.</i> | | <i>Fs.</i> |
|-------------------|------------|-----------------------|------------|
| Világos kristály | 4.016 (2) | 2. sz. sötét kristály | 4.068 (9) |
| (súly 0.3166 gr.) | 4.043 (5) | (súly 0.2157 gr.) | 4.058 (3) |
| | 4.006 (3) | | 4.079 (3) |
| | <hr/> | | <hr/> |
| közép | 4.022 | közép | 4.069 |

Mivel ez a két kristály átlátszó volt és zárványnak vagy egyéb inhomogenitásnak nyomát sem lehetett bennök fölfedezni, a fajsúlybeli ezen különbséget a chemiai összetételben való mennyileges eltérésnek kell tulajdonítani, a mely tehát valószínűleg oka a fénytörésben észlelt különbségeknek is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901 október 21.-én tartott üléséből.)

BESZÁMOLÓ AZ EMBERI IRIS HÁTSÓ RÉTEGEI- NEK ANATOMIÁJA ÉS FEJLŐDÉSE KÖRÜL TETT VIZSGÁLATOK EREDMÉNYEIRŐL.*

SZILI AURÉL-tól.

I. A pars epiblastica iridis fejlődése.

1. Az *iris hámla*, mely a szemkehely széléből fejlődik, eleitől fogva két lemezből áll; belőle fejlődik nemcsak az *iris epitheliuma*, az u. n. *irispigment*, hanem az *iris összes sima izomzata is*.

2. A 10 cm. hosszú embryón a külső, vagy pigmentes lemez az *ora serrata*-tól kezdve tetemesen megvastagodott; magas, hengeralakú, egy sorban elrendezett sejtekből áll, melyek ovális, különböző magasságban fekvő sejtmagvakkal birnak. A belső, vagy *retinalis* lemez ellenben ilyenkor sokkal vékonyabb, s egy rétegben, helyenkint látszólag két rétegben, meglehetősen szabályos módon, kövezetszerűen elrendezett alacsony hámsejtekből van összetéve. Az epitheliális iris tehát ez időtájt teljesen eltérő viszonyokat mutat, mint a felnőttben, s a végleges viszonyok megalakulásáig két irányban is kell átalakulást elszenvednie. Először is a magasságbeli különbség, mely a pigmentlemeznek a fejlődő sphincter alatt s az inkább peripherikusan fekvő sejtjei között fennáll, s mely egy időben oly tetemes volt, mindinkább kiegyenlítődik, miáltal végezetül egy a ciliáris szélről a pupilláris áthajlásig közel egyforma széles pigmentcsík jő létre; másodszer pedig az eredetileg jóval vékonyabb belső, *retinalis* lemez mindinkább vastagabb lesz, míg ellenben a külső lemez, a pigmentréteg meg-

* Közlemény a kir. m. tudomány-egyetem 1. számú anatómiai és fejlődéstani intézetéből.

vékonyul. Ezen átalakulás a születéskor még nem teljesen befejezett.

3. A 7. hónap végéig az áthajlásnál a másodlagos szemhólyag két lemeze közt egy állandóan feltalálható üreget fedeztem fel. Én ezen üreget az *embryonalis iris canalis circularis*ának nevezem, s létrejöttét úgy magyarázom, hogy az áthajlást egyedül eszközlő belső, retinális lemez az átfordulási helyen túl kevésbé a külső lemez területére is kiterjed. Csak itt következik be aztán hirtelen az átmenet a külső, magasabb hámrétegbe. A *canalis circularis* eltűnésével az elülső epithel, s szintűgy a sphincternek vele összefüggő gyökeri része az áthajlási hely homorulatába süllyed.

4. A *ciliáris nyulványok képződése* nem szorítkozik az embryóban egyedül a corpus ciliare tájékára, hanem *kiterjed a kezdetleges iris területére is*. Az 5. hónap végével azonban már e nyulványok az iris területéből visszahúzódtak, úgy hogy ennek epitheliális bélést már csak az áthajláshoz közelebb fekvő egyes rész szolgáltatja. A ciliáris nyulványok visszavonulása minden valószínűség szerint összefügg az ora serratanak vele egyidejű visszahúzóásával.

5. A *mi a pars epiblastica iridis pigmentálódását illeti*, a 10 cm. hosszú ébrénynél az elülső vagy külső lemez csak a *canalis circularis* peripherikus szélének megfelelőleg sötétebben színezett. Innen kezdve mindinkább fogy a pigment, s csak egynehány szemcsével folytatódik az áthajlás helyén túl, a belső lemez területére; ez utóbbi ezen kívül a pigmentnek teljesen hiányával van. Sőt későbbben is, ha a sphincter nyulvány már tetemesen kifejlődött, az elszórt pigmentálódás a sphincter gyökeri részét nem haladja meg. A fejlődés további menetén a belső lemez a pupillaris szélről kezdve fokozatosan megtelik pigmenttel; az 5. hónap közepén ennek körülbelül felét már betölti. A méhenbelüli élet utolsó idejében már elérte a ciliáris nyulványok tájékát. Ez utóbbiakig azonban teljesen még az ujszülöttnél sem terjed, mikor a mellőnél már kétszerte szélesebb hátsó lemez színezése sem érte el még korántsem a felnőttön észlelhető intenzitását.

II. A musculus sphincter pupillæ fejlődése.

1. *Az emberi szem musculus sphincter pupillae-je hámeredetű izom; körülbelül a 4. hónap elején fejlődik a másodlagos szemhólyag áthajlási helyének hámséjtjeiből.*

2. A sphincter első nyomát az áthajlás csúcán az epithelen belül alig szembeötlő, szabálytalanul elrendezett magfelhalmozódás jelzi (10 cm.-es embryo). Ezen sejtek nem sokára *lemezalakú nyulvány* képeben a corpus ciliare irányában kinőnek (10·2 cm.-es embryo). A rákövetkező időben ezen nyulvány hosszában és szélességében megnő, minek következtében *átmetszelben inkább bun-kós kinézésű* lesz (19 cm.-es embryo).

3. A *sphinctert alkotó sejtek hosszirányában való meghosszabbodása* már a 10·2 cm. hosszú embryón észlelhető volt. A 14 cm.-es embryonál VAN-GIESON szerint festve már *felvették a sima izomzatra jellemző sárga színeződést*. Minthogy a sphincter-nyulvány a másodlagos szemhólyag áthajlási helyén oly időben keletkezik, mikor a külső lemez diffus pigmentálódása még az áthajlás előtt tetemes fokban megfogy, úgy ez már kezdettől fogva nem valami pigmentdús. Később, mikor aztán a sejtek széli részében a rostképződés megindul, csak a centrálisan fekvő mag körül, a sejtek protoplasmatikus részében marad meg néhány pigment-szemese. Később ezek is jobbára eltűntek.

4. A musc. sphincter pupillæ az *újszülöttnél* a pupillaris szélen még benső összefüggésben találjuk az epithellel, sőt a felnőttél is ezen, a sphincter gyökerei táját képviselő részlet a közbeeső szövet csökkentésével, az ephitelesúctól csak néhány kötőszöveti kötegecske által van elválasztva.

5. A *kötőszövet epithel s sphincter között*, mely aztán a későbbi fejlődés menetén az izmot az öt képző hámtól végre teljesen leválasztja, egyéni ingadozásoktól eltekintve az 5. hó végével köszönt be. Az izomnak 2—3 concentrikus csomóba való osztása a kötőszövetnek csapszerű átfurakodása útján a 6. hónap elején történik.

III. A musculus dilatator pupillae fejlődése.

1. Az emberi szem *musculus dilatator pupillae*je hármere-detű izom; a 7. hónapban fejlődik az iris elülső hámszejtrétegének átalakulása útján.

2. Az elülső sejttréteg magvai a 6. hónap végén többnyire egyenlő magasságban, az epithellemez közepén vannak elhelyezve. A 7. hónapból való fœtusoknál azonban már kevésbé a belsô lemez felé visszavonultak. A magok ez idôtájt csaknem kivétel nélkül kereknek, helylyel-közzel a sejtek magasságának irányában oválisak.

Ezen első változást nyomon követi az eredetileg basalis, elülsô, magot nem tartalmazó sejtpolusokban egy másik jelenség, mely a Bruch-féle hártya keletkezésével áll összefüggésben. Itt a sejthatárok bizonytalanokká váltak, úgy hogy a magot nem tartalmazó sejtrészek egész sora egy összefüggô lemezzé alakult át, melyben már nemsokára fibrilláris differenciálódás lép fel; ezalatt a magot nem tartalmazó sejtrészek mind alacsonyabbak lesznek, s míg ôk maguk sugárirányban meghosszabbodnak, magvaik is mindinkább ellapulnak.

Az újszülöttnél a dilatator már jól ki van fejlődve.

3. A felnôtt u. n. «küllôrostjai» a dilatatorral egyidejûleg fejlődnek ugyanazon talajból: t. i. az epithellemez «pigmentnyúlványok»-nak nevezett már régebben ismert kiszögelléseibôl. A leg-erôsebb s legállandóbban elôforduló rostok, az ú. n. «tapadórostok» ezen nyúlványok legnagyobbikából fejlődnek, melyet MICHEL pigment sarkantyúnak (*Figmentsporn*) nevezett el.

IV. A sphincter jelentôsége az «epithelialis» izmok kérdésére nézve.

Az, hogy sikerült bebizonyítanom, miszerint az ember sphincter pupillæje tényleg az epithelbôl ered, új világot vet a sima izomelemek fejlődésére általában. A sphincter ugyanis minden tekintetben elût az eddig ismert epitheliális izmok szerkezetétôl, ellenben teljesen megegyezô a közönséges, eddig ú. n. mesoder-mális sima izmokkal.

Elsôsorban tehát el kell ismernünk, hogy a szöveti szerke-

zet alapján — bár eddig úgy hitték --- a megkülönböztetés epithelialis és mesodermális sima izomsejtek között keresztül nem vihető, illetőleg a genetikai hozzátartozás el nem dönthető. A sphinctert azonban mint az epithelből fejlődő izmok egy másik típusát kell az eddig ismertekkel szembe állítanunk.

V. A felnőtt hátsó iris rétegei.

1. A felnőtt irisének hátsó burkolatát egy meglehetősen magas sejtekből álló hámréteg alkotja, melynek magvai a szem belseje felé fekszenek, s mely depigmentált hæmatoxylinos készítményeken *cuticularis hártýától* látszik szegélyezettnek. Ezen epithelréteg az ébrényi iris retinális lemezének felel meg.

2. Ezen belső hámréteg a pupilláris szélen a külső lemeznek megfelelő sejtsorba fordul át, mely ezen helyen az egész életen át primitív epitheliális jellegét teljesen megőrzi.

Körülbelül a sphincter közepe tájának megfelelőleg az áthajlástól kezdve magasság tekintetében fokozatosan csökkenő elülső epithelsejtek úgy a második epithelrétegnek, mint a BRUCH-HENLE-féle határhártýának ismert rétegekbe folytatódnak. A fejlődéstan arról tesz bizonyosságot, hogy ezen két réteg együvé tartozik, s együtt adja az epithelialis dilatator pupillæt. Egyrészt egy magot tartalmazó epithelialis sejtrészlet, másrészt egy contractilis rost összefüggve adja a dilatator egy-egy epithelialis sima izomsejtjét. A contractilis, rostos elemei ezen sejteknek mind mellfelé, az irisstroma felé fekve, a BRUCH-féle hártýának nevezett réteget adják; ellenben a hátrafelé néző epithelialis, protoplasmatikus sejtrészletek az iris hátsó epithelburkolatához járulnak hozzá.

3. A dilatator egy az irisstroma s hátsó epithel közt fekvő egyszerű, meg nem szakított izomrétegnek kell tekintenünk. Elvértve úgy sugárirányú, mint tangentialis metszeteken dilatator s hátsó epithel között egyes *sokszögű, nagyobb sejtekből álló sejtcsoportokat* találunk; ezek az elülső réteg elemei, melyek az átalakulásban nem vettek részt, illetve összehúzódásra képes rosttal nem lépnek érintkezésbe. A dilatator folytonossága általuk nem szenved el megszakítást, mert ezen szétszórtan előforduló sejtfészkek mindenütt az izom által fedettek.

4. *A dilatatornak úgy pupilláris, mint ciliáris végződésénél* tulajdonkép ugyanazon elv érvényesül. Itt, mint amott az epithelialis sejtrészlet lassankint magasabb lesz, s direkt az elülső epithelréteg sejtjeibe folytatódik. A sejtek magot tartalmazó részének megnagyobbodásával karöltve jár a Bruch-féle hártya keskenyebbé válása. Végleges megszűnése előtt ezen hártya mindkét tapadási helyen több gyenge rostkötegre oszlik. A pupilláris végen ezek a már régebben ismert küllőrostok, melyek részben közvetlenül, részben kötőszövet közvetítésével a sphincterben inserálnak. A ciliáris szélén szintén találunk ily tapadórostokat és pedig legjobban kifejlődve a ciliáris redők völgyeinek megfelelő metszeten. Itt egy darabig tömött kötegekbe egyesítve a ciliáris test kötőszövetében futnak, azután egyes rostokra oszolva legyezőszerűleg kisugároznak, s részben a lig. pectinatumhoz, részben a ciliáris izomhoz vonulnak. Itt leginkább a Müller-féle körkörös rostokkal lépnek érintkezésbe.

★

Végül kedves kötelességet teljesítek, midőn mesteremnek, LENHOSSÉK MIHÁLY egyetemi professor úrnak őszinte köszönetet mondok a buzdításért s támogatásért, melyben munkám bevégzéseig részesített.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901. nov. 18.-án tartott üléséből.)

ÚJ GASTEROMYCETA FAJOK MAGYARORSZÁGBÓL.

HOLLÓS LÁSZLÓ-tól.

A természet lényeit, ép úgy mint összes tárgyainkat, fogalmainkat el kell neveznünk, hogy alkalomadtán, midőn akár élőszóval, akár írásban szó esik rólok, nevökkel jelölhessük őket.

Ezen kényszerűség vitt engem is az alább leírt gombák elnevezésére, mert ezen fajok hosszú időn át névtelenül heverték gyűjteményemben, azon reményben, hogy valahol megtalálom leírásukat s nevöket. Mivel azonban sem a rendelkezésemre álló bő irodalomban nem voltam képes reájok akadni, sem a budapesti, bécsi, berlini múzeumokban nem láttam, sem számos külföldi csereösszeköttetésem révén nem kaptam, kénytelen vagyok névvel ellátni őket.

Az elnevezés egyszerűen kényszerűség, melyre az a nem ritkán téves hit vezet, hogy ezen termék még nem bir névvel. Hogy mily gyakran neveznek új névvel egy, néha már nem is egy, hanem több néven leírt gombát, az nagyon is ismeretes. Különösen gyakori jelenség ez a Gasteromyceteknél, mert e gombáknak nemcsak alakjuk nagyon változékony, hanem java részök kosmopolita, megterem mind az öt világrészben s így nem csoda, ha más és más lelőhelyről más és más néven írják le. Így több Magyarországon termő Gasteromyceta egy északamerikai folyóiratban, a Journal of the Cincinnati Society of Natural History-ben van leírva, mert e gombák Amerikában is megteremnek s ott ismerték fel először. Már most ha ezt a cincinnati-i folyóiratot nem ismerjük, gombáinkat nyugodt lélekkel írhatjuk le új fajok gyanánt, holott csak nekünk újak, a tudománynak már a fönt említett folyóirat révén ismereteseek.

Nem lehetetlen, hogy az itt leírt fajok is figyelmemet elkerülte folyóiratok egyes számaiban már le vannak írva s így csak nekem újak, a tudománynak nem. Ezen nem remélt esetben szolgáljon mentségemül, hogy mindent elkövettem, miszerint leírásukat megtaláljam s csak hosszas, sikertelen keresés után, kénytelenségből neveztem el őket. Megvallom őszintén, hogy nem szívesen tettem, mert a valóban gombamódra szaporodó új gombafajok közt tuezatszámra találjuk a régen leírt, ismeretes fajokat s így a nov. sp.-t magam is gyanakvólag fogadom, nem örömet publikálom.

Az alább közölt új Gasteromyceta fajok a következők:

- | | |
|----------------------------|----------------------------------|
| 1. Geaster pseudostriatus, | 5. Calvatia hungarica, |
| 2. Geaster hungaricus, | 6. Lycoperdon hungaricum, |
| 3. Geaster pseudolimbatus, | 7. Lycoperdon pseudocephaeforme, |
| 4. Calvatia Tatrensis, | 8. Bovista hungarica. |

1. Geaster pseudostriatus nov. sp.

Exoperidio 7—8 fido, crasso, rigido, intus laevi, brunneo, rimoso; basi integra subfornicata. Laciniis acuminatis explanatis, non hygrometricis. Endoperidio subgloboso, depresso, griseo-brunneo, dense verrucoso, scabro, flavo-pedicellato, subtus apophysato. Peristomio orbiculo marginato, sulcato plicato.

Columella parva, subglobosa, ultra medium exoperidium non excurrente. Gleba brunnea.

Capillitio flavo-brunneo, floccoso, e filis simplicibus 6 μ crassis, versus apicem attenuatis; sporis globosis, brunneis, 5—6 μ diam., episporio dense verrucoso.

Endoperidium 1—1.5 cm. latum; diametrum exoperidii expansi usque ad 5—6 cm.

★

Exoperidium 7—8 lebenyre hasadt, kemény, vastag, rideg, kívül törmelékkal fedett, belül sima, barna repedéses, alján boltozott. Lebenyei kiterültek, nem hygrometrikusak. Endoperidium lenyomottan gömbölyded, szürke vagy barna, erősen érdes, rövid, vastag, sárgás, kirívó színű nyéllel, alján gyenge apophysisselel, csúcsán kiemelkedő, fésűsen fogas peristommal, mely alján kör-

körösen bemélyed. Columellája rövid, gömbölyded, üstöke aközépbe nyulik. Spóratömege barna. Capillitiuma sárgás-barna, sima, elvékonyodó, nem ágas, legvastagabb részein $6\ \mu$ átm. Spórái gömbölydedek, barnák, durván szemölcsösek, $5\text{--}6\ \mu$ átmérővel, 1000-szeres nagyításnál tűskéseknek látszanak.

Terem homokos erdőkben a lehullott lomb-törmelék közt, főleg akáczásban, ritkábban nyárfa-erdőben. Endoperidiuma $1\text{--}1.5$ cm. átm. Exoperidiuma, lebenyeit kiterítve, $5\text{--}6$ cm. átm.

Régebben *G. striatus* DC.-nek tartottam. Nagyon hasonló a *G. campestris* Morg.-hoz, de termete sokkal nagyobb s ezért egy időben azt hittem, hogy *G. campestris* Morg., s csak a jobb hely, az árnyas erdő idézte elő a nagyobb termetet. Legközelebb áll a *G. Berkeleyi* Mass.-hez.

Bőven szedtem Kecskemét mellett a Kis-Fái akáczásában s Félegyháza alatt a Sz.-Kuton nyárfa-erdőben, többször találtam Czeglédnél a budai uti erdőben.

Friss példányokat szedtem július közepén és augusztus elején. Ekkor a gomba husos exoperidiuma belül törött siller borszinű.

2. *Geaster hungaricus* nov. sp.

Exoperidio $5\text{--}10$, plerumque 7 laciniis acutis ad basin partito, hygrometrico, siccitate arcte involutis; extus niveo, intus ochraceo, mox brunneo. Endoperidio subgloboso, cinereo vel castaneo, sessili, lævi, subfurfuraceo; peristomio plano-conico, ciliato-fimbriato, rima circulari marginali circumspecto. Columella longa, sed exemplaribus parvis obsoleta. Gleba cinerea. Capillitio flavidulo, subhyalino, e filis simplicibus $2\text{--}4\ \mu$ crassis; sporis globosis, flavo-brunneis, uniguttulatis, verruculosis, $4\text{--}6\ \mu$ diam., plerumque breviter pedicellatis.

Endoperidio $2\text{--}5$ mm. lato; exoperidio explanato cca 10 mm. metiente. Nonnunquam fungus siccus involute non amplius, ac $2\text{--}3$ mm. est.

Geasterum minimus est.

Exoperidiuma 5—10, rendszeren 7 hegyes lebenyre hasadt mintegy a közepéig vagy azon is túl; hygrometrikus, megnedvesítve kiterül, szárazon becsukódik; kívül hófehér, belül ockersárga, aztán halvány-barna. *Endoperidiuma* gömbölyded, szürke vagy barna, nyéltelen, ülő, sima, kissé lisztes, tetején élesen határolt discussal, melyen a sugaras szálakból összetapadt, igen kicsiny peristom van. *Columellája* magas, karcsú, az igen apró példányokból teljesen hiányzik. Spóra és *capillitium* tömege szürke. *Capillitiuma* sárgás, majdnem hyalin, nem ágas, sima, elvékonyodó, vékonyabb mint spórája, 2, legföljebb $4\ \mu$ átmérővel. Spórái gömbölyűek, sárgás-barnák, átsillámló cseppel, szemölcsösek, gyakran kis nyéllel, 4—6 μ átmérővel.

Körkörös mélyedéssel élesen határolt, pillás szálakból összetapadt peristomja, nyéltelen ülő *endoperidiuma*, hygrometrikus *exoperidiuma* jól megkülönböztetik más fajoktól. *Exoperidiuma*, lebenyeit kiterítve, átlag 10 mm., *endoperidiuma* 2—5 mm. átmérőjű. Néha az egész gomba szárazon csak 2—3 mm. átmérővel bír. Igen csinos, az eddig észlelt legkisebb *Geaster*, mely sivar homokbuczkás erdőtisztásokon, leginkább *Cladonia* vagy moha közt terem, többnyire ott, a hol legeltetnek. Nagy-Körösön a Csókásban és Nagy-erdőben gyakran szedtem, úgy hogy innen több mint száz példányom van. Ritka Kecske-mét mellett a Nyír-erdőben.

Küldtem belőle dr. BURT tanárnak, ki azt írja, hogy a *G. mammosus* Chev.-nek kis formája. Hasonlít ugyan hozzá, de körkörös mélyedéssel élesen határolt peristomja miatt annak nem tarthatom.

3. *Geaster pseudolimbatus* nov. sp.

Exoperidio in 6—8 lacinias inæquales acutas ad basin partito, rigido, coriaceo, subforicato, intus atrobrunneo-purpurascense, mox griseo, pedicellato, subtus apophysato. *Peristomio* ciliato-sericeo, circulis pallescentibus cincto, vel indeterminato. *Columella* basi latiuscula, usque ad medium *endoperidium* excurrente. *Gleba* umbrino-purpurea. *Capillitio* brunneo e filis simplicibus brunneis 6—7 μ crassis; sporis globosis, atro-brunneis, episporio dense verrucoso, 5—6 μ diam.

Endoperidium 1—2 cm. latum; exoperidii expansi diametrum usque ad 3—4 cm., raro — 7 cm.

★

Exoperidiuma 6—8, egyenlőtlen lebenyre hasadt, körülbelül a közepéig, vastag, rideg, bőrnemű, alján vájt, boltozott. Lebenyei hegyesek, kívül homokosak, megkopva sárgásak, belül sötétbarnák, hygrometrikusak. Endoperidiuma gömbölyded, síma, barna, purpurba hajló, később szürke, nyeles, alján apophysissal, csúcsán selymes peristommal, körkörös udvarral, vagy a nélkül. Columellája alján kiszélesedő, az endoperidium közepéig emelkedik. Spóra és capillitium tömege purpurbarna. Capillitiuma halvány-barna, síma, elvékonyodó, nem ágas, legvastagabb részein 6—7 μ . Spórái gömbölyűek, sötétek, sárgás-barnák, sűrűn durva szemölcsökkel, 5—6 μ átmérővel, 1000-szeres nagyításnál tompa tüskékkel fedetteknek látszanak.

Terem csoportosan, homokpuszták nyárfaligeteiben, akáczásaiban, vagy néha a nyílt mezőn is. Endoperidiuma 1—2 cm., átlag 1.5 cm. átmérővel bir, exoperidiuma kiterítve 3—4 cm., ritkán a 7 cm.-t is eléri.

Lebenyei szárazon becsukódnak, de rendszeren csak az exoperidiumra borulnak, úgy hogy a nyeles endoperidium teljesen kilátszik s csak igen ritkán fedik ennek egy részét. Nyele rendszeren lapított.

Nagyon hasonló a *G. limbatus* Fr.-hez, azonban hygrometrikus lebenyei révén élesen elüt tőle.

Kecskemét mellett a Nyír-erdő tisztásain, Ballószögön, Szikrában a Tiszánál, Kis-Fái mellett, továbbá Hajdu-Hadházán, Móriczáton, Jász-Sz.-Lászlón, Szeged-Csengelén szedtem. Rengeteg mennyiségben találtam Bugacson.

4. *Calvatia Tatrensis* nov. sp.

Peridio globoso, tenuo, molli, collabescente, primo pallide — mox sordide — ohraceo, dilute umbrino; aculeis parvis convergentibus obsesso; stipite brevi, subtus plicato. Peridium maturum calvescens, partim leve et nitidum fit, partim autem aculeos par-

vos servat. Margine oris magni serrato. Basi sterili molli, cellulari, purpurascense et communiter parva. Gleba olivacea, mox umbrina. Capillitio cylindrico, septato, rigido, fragilissimo, in extrema parte subito in conum transiente, 5—6 μ diam. Sporis sphaeroideis, flavobrunneis, astipitatis, vel brevissime pedunculatis, 1-grosse guttulis, episporio dense verrucoso, 5—6 μ diam.

Peridium 3—5 cm. latum.

★

Peridiuma gömbölyded, vékony, hajlékony, petyhüdt, eleinte halvány-, aztán piszkos ockerszinű, világos umbrabarna; igen apró összehajló tüskécskékkal fedett; tompa, rövid, alján ránczos nyéllel. Érett korában részben megkopaszodván, sima és fénylő lesz, helyenkint azonban finoman tüskés marad, tetején igen tág behasadozott, csipkészelű nyilást nyer.

Meddő része rendszerint csekély, alig $\frac{1}{5}$ -ét, néha azonban $\frac{1}{3}$ -át foglalja el a peridiumnak, homorú vagy domborodó, puha, sejtcs, purpurszinű. Termő része olivszinű, később umbrabarna.

Capillitiuma hengerded, gyertyához hasonló, oly vastag mint spórája, 5—6 μ átm., septált s így igen éles elválású, nagyon merev, könnyen eltöredezik, végén hirtelen, átmenet nélkül kihegyesedik; néha elágazó. Spórái sárgás-barnák, gömbölyűek, nyeletlenek, vagy kis, fénylő nyéllel bírnak, belsejökben fényes cseppel, sűrűn varangyosak, 5—6 μ átmérővel.

A gomba átmérője 3—5 cm. Gyűjtötte dr. FILARSZKY N. a Magas-Tátrában (Sirokán s annak csúcsán is 2226 méter magasan félérett s érett példányokban 1899 aug. 4.-én). Ugyancsak a Magas-Tátrában, a felkai tó környékén szedte BREUER F. vezető, július és augusztus hónapokban.

Különösen jellemzi capillitiumának feltűnő egyenes elválása s végén hirtelen, minden átmenet nélkül való kihegyesedése. A félérett példányok spórái halványak, igen gyengén varangyosak, felette változó nagyságúak, 4—8 μ átmérővel s gyakran a spóránál 2—3-szor hosszabb, színes, bunkós nyéllel bírnak.

5. *Calvatia hungarica* nov. sp.

Peridio globoso depresso, ovoideo, astipitato, sessili, subtiliter furfuraceo, dilute umbrino, cum maculis rufis, basi plicata; apice fragilissimo, in lacinulas erupto, demumque ex toto evanido. Basi sterili parva convexa, cellulari. Gleba flavida, olivacea. Capillitio pallide lutescente, ramoso, in loco ramificationis triangulum crassum formante. Sporis sphaeroideis, levibus, dilute luteis, brevissime pedunculatis, 1-grosse guttulatis, 4—6 μ diam.

Peridium 9 cm. latum, 6.5 cm. altum, aliquomodo Solani tuberosi simile est.

*

Peridiuma lenyomottan gömbölyded, szélességében ovális, nyéltelen, ülő, finoman korpás, halvány umbrabarna, vörös foltokkal, alján ránczos; tetején igen törekeny s érett korában össze-repedezik és lehull. Meddő része kicsiny, domború, sejtes, veresbarna. Termő része sárgás, olivszinű.

Capillitiuma halvány-sárga, elágazó, az elágazás helyén háromszöletesen megvastagodó, főszála 8—10 μ . Valószínűleg ez a sajátosságos megvastagodás oka azon feltűnő tüneténynek, hogy ha gleba-tömegét a tárgylemezen vízzel megnedvesítjük, pattogzik s a spórákat messze szétszórja. Spórái gömbölyűek, halvány-sárgák, többnyire kis, szemölcszerű nyéllel birnak, közepükön egy fényes cseppel; még 1000-szeres nagyításnál is simák, 4—6 μ átmérővel.

A gomba 9 cm. átmérőjű, 6.5 cm. magas, némileg a krumplihoz hasonló. Egyetlen, szép, éréfélben lévő példányban küldte GÁSPÁR BÉLA erdőmester Breznóbányáról (Zólyom m.), hol késő ősszel találta.

6. *Lycoperdon hungaricum* nov. sp.

Peridio subgloboso, vel depresso, flavo-brunneo, rufidulo, granulis pallidis parvulis tecto, astipitato, subtus plicato.

Basi sterili parum distincta, parva; gleba olivaceo-viridi. Capillitio non ramoso, simplici, fragilissimo, flavido, sporarum diametro æquali, vel magis tenui. Sporis globosis, verrucosis, flavidulis, uniguttulatis, breviter pedicellatis, 4—5 μ diametris.

A *Lycoperdo colorato* sporis capillitiisque præcipue distinctum.

★

Peridiuma gömbölyded vagy lenyomott, sárgás-barnás, verhenyes árnyalattal, igen apró, halvány szemecékkel fedett, nyéltelen, alján ránczos.

Meddő része majdnem elenyésző csekély; glebatömege olivzöld. *Capillitiuma* nem ágas, igen törékeny, sárgás, oly vastag mint a spóra vagy vékonyabb. Spórái gömbölyűek, varangyosak, sárgásak, átesillámló cseppel, kis nyéllel, 4—5 μ átmérővel.

A gomba átmérője 2—3 cm.

Hasonló a *L. coloratum* Peck-hez, melytől spórái és *capillitiuma* jól megkülönböztetik.

Friss példányokat szedtem Máramarosmegyében a Kőhát legelőjén, augusztusban.

7. *Lycoperdon pseudocephæforme* nov. sp.

Peridio late ovoideo, subgloboso, subtus plicato, breve stipitato, molli, ochraceo, rufidulo, atris squamis. Basi sterili obsoleta, columella centrali.

Sporis globosis, interdum complanatis, 4—8 μ diam., flavis, pedicellatis vel astipitatis, plerumque nimis longis, deformatis, flavis pedicellis. *Capillitio* ramoso, flavo, 4 μ diam.

A *Lycoperdo* cepæformi sporis precipue distinctum. Fungus 1.5 cm. latus.

★

Szélesen ovális, gömbölyded *peridiuma* alján ránczos, kis nyéllel bir; lágy, hajlékony, ockerszinű, kissé verhenyes, sötétebb pikkelyekkel. Meddő része nincs, termő részében üstököt lehet megkülönböztetni.

Spórái gömbölyűek, néha laposak, sárgák, nyelesek vagy nyéltelenek, gyakran rendkívül hosszú, sárga torznyéllel; a legkisebb spórák 4 μ , a legnagyobbak 7—8 μ , átlag 6 μ átmérővel bírnak. *Capillitiuma* elágazó, olyan színű mint a spóra, 4 μ átmérővel.

Külsőleg egyezik a *L. cepæforme* Bull.-al, de spóráinál fogva eltér tőle, átmérője 1.5 cm.

Gyűjtötte GRESCHIK V. Lőcse mellett, mohos, árnyas réten, a Mária-hegyen, friss példányokban, augusztusban.

8. *Bovista hungarica* nov. sp.

Peridio sessili, compresso vel depresso, cavernoso, cinereo, nitido, levi, papyraceo, superne irregulariter ostiolato-perforato. Gleba castanea-purpurea, tota fertili, absque basi sterili. Capillitio laevi, ramuloso, atrobrunneo, 16—20 μ diam. Sporis globosis, umbrinis, laevibus, 5—6 μ diam., pedicellatis, episporio crassiuscule, excentrice 1-grosse guttulado. Pedicello sporarum longo, hyalino, inflexo.

Peridium 3—4.5 cm. diam. metiens.

*

Nyéltelen, oldalvást lapított, vagy tetején lenyomott peridiuma síma, gödörkés, szürke, fémfényű, igen vékony, rugalmas, tetején szabálytalanul nyíló.

Meddő része nincsen. Termő része gesztenye-barna, purpur árnyalattal.

Capillitiuma síma, elágazó, sötét-barna, főszála 16—20 μ átm. Spórái gömbölyűek, símák, umbrabarnák, vastag episporiummal, áttetsző cseppel, tompán végződő, hosszú, meggörbült, hyalinnyéllel, 5—6 μ átmérővel.

Fő jellegét képezik gömbölyű, hosszú, meggörbült, hyalinnyéllel bíró spórái.

A gomba átmérője 3—4.5 cm.

Szedtem Hradek mellett a horkai határban, Kern-Kopaniczán, szántó föld tarlóján.

A BUDAPESTI PASTEUR-INTÉZET 1900. ÉVI MŰKÖDÉSE.

HÖGYES ENDRE r. tagtól.

A intézetet veszettségellenes védoltásokért ez évben 2490 veszett és veszettségregyanús állat marta egyén kereste fel, 2093 Magyarországból, 397 a szomszéd országokból. Ezek közül 322 egyén vissza lett utasítva, mert a marás előadott körülményei kizárták azt, hogy az illetők veszettséggel fertőzve lennének és így 2168 egyén maradt a védőoltásokra. Ezek közül 32 a védoltások befejezte előtt hagyta el az intézetet részint önként, részint azért, mert az oltások folyamán kiderült, hogy a maró állat nem volt veszett és így a tovább oltásra szükség nem volt. Teljes 12—20 napig tartó védoltást kapott 2136, kik közül 1739 (80 %) magyarországi, 397 (20 %) a szomszéd országokból való volt.

A védoltottak 65 %-a férfi, 35 %-a női nemű volt, korukra nézve legtöbben (59 %) 20 év alattiak és ezek között túlnyomóan 6—15 évesek; foglalkozásra nézve pedig leginkább (49 %) földmívesek, iparosok, cselédek; tehát ez évben is, úgy mint az előbbieken, a földmívesek, iparosok 6—15 éves fiú gyermekei voltak leginkább kitéve a fertőzésnek.

A veszettséggel való fertőzés főforrása ez évben is, úgy mint más években, ebmarás volt, 91·73 %-ot közöttük veszett eb mart meg, 5·94 %-ot veszett macska, a többi 2·33 % egyéb veszett állattól (farkas, ló, sertés, majom stb.) és embertől kapta a fertőzést.

A védoltásokon való jelentkezés legszaporább volt május, június, július, augusztus hónapokban, a midőn a havi létszám 200 körül, a napi védoltások létszáma 100 körül ingadozott.

A 2168 védoltott közül 1721 megmart egyén 531 kísérvével

a Sz. István-kórházban volt elhelyezve és ápolási napjaik száma az egész év alatt 29.632 volt. A többi megmárt magánlakásról járt be az intézetbe.

A védoltások az intézetben ez évben is az előadó *saját ú. n. fix virus diluáló módszere* szerint történtek és az egyes egyének védőoltása 14—21 napot vett igénybe.

A mi a védoltásoknak egész évi *egyetemes* eredményét illeti, a végleg megállapított statistika arra nézve a következő: A teljesen végrehajtott védoltást nyert 2136 egyén közül 21 kapta meg a veszettséget, 2115 pedig életben maradt. A halálozás százalékaránya tehát 0.98 %, a gyógyulás aránya pedig 99.02 % volt. Magyarországon — mint azt előadó egy korábbi jelentése szerint öt évi scrupulosus pontossággal 855 egyénen gyűjtött statistikai adatokból megállapította — az oly veszett állatmarta egyének között, kik magokat a védoltásoknak nem vetették alá, hanem csak az eddigi módszerekkel kezeltettek vagy egyáltalában nem kaptak semmi orvoslást, a halálozás aránya 13.91 %, ennek megfelelőleg a gyógyulás 86.09 %. Az 1900-dik évi védoltások tehát a halálozási százalékot 13.91 %-ról leszállították 0.98 %-ra és a gyógyulási százalékot 86.09 %-ról felemelték 99.02 %-ra.

Még kedvezőbbnek tűnik fel az eredmény, ha ama 21 esetet, a melyben a veszettség a védoltások daczára kitört, közelebbről vesszük szemügyre. 7 azok közül a védoltás folyamán, 8 pedig a védoltások befejezése után 15 napon belül kapta meg a veszettséget, és csak 6 volt olyan, a melynél 15 napon túl tört ki a veszettség. E háromféle categoriájából az elhaltaknak a két első categoriát — már más alkalommal többször kifejtett okoknál fogva — joggal nem lehet a védoltó módszer gyógyító értékének terhére felróni, és így csak 6 haláleset számít 2121 védoltott esetre: a mi 0.28 % halálozási és 99.72 % gyógyulási százalékot ad. Tulajdonképen tehát a védoltások a középhalálozás arányát 13.91 %-ról 0.28 %-ra szállították le, illetőleg a gyógyulás középárányát 86.09 %-ról 99.72 %-ra emelték fel.

Az intézet megnyitása óta (1890 ápril 15) a védoltások eredményét tisztán a magyarországi esetekre vonatkozólag a következő statistika tünteti fel.

| | Védoltottak | Halálozás | | Védoltottak | Halálozás |
|------|-------------|-----------|------|-------------|-----------|
| 1890 | 1084 | 1·01 ‰ | 1896 | 1468 | 0·13 ‰ |
| 1891 | | | 1897 | 1482 | 0·47 ‰ |
| 1892 | 506 | 1·18 ‰ | 1898 | 1596 | 0·18 ‰ |
| 1893 | 623 | 0·64 ‰ | 1899 | 1673 | 0·17 ‰ |
| 1894 | 1120 | 2·76 ‰ | 1900 | 1730 | 0·28 ‰ |
| 1895 | 1192 | 0·25 ‰ | | | |

Ezekon kívül a 11 év alatt 1972 idegen veszett ebmarott jött az intézetbe, összesen tehát a védoltottak száma circa tizennégyezeröttszázra emelkedett.

Érdekes, bár szomorú adatok derülnek ki 1900-ból a *magyarországi veszettség-cselek részletesebb elemzéséből*.

Magyarországban 1900-ban — a hivatalos állatorvosi évkönyv adatai szerint 59 megyének 805 községében 1258 veszett állat (1159 kutya, 10 ló, 27 szarvasmarha, 10 juh, 50 sertés) fordult elő, melyek közül a kutyák 4176 más állatot (2389 más kutyát, 88 macskát, 92 lovat, 254 szarvasmarhát, 664 juhot, 458 sertést és 231 egyéb apró marhát) martak meg. Ember, a Pasteur-intézet adatai szerint, 1771 esetben volt részint egész biztosan, részint a legnagyobb valószínűséggel inficiálva. Így mondható, hogy ez évben is, úgy mint az előző 10 évben, majdnem az egész ország fertőzve volt veszettséggel. Maga a fertőzöttség nem egyformán volt elterjedve a különböző megyékben. A fertőzöttség súlyossága szempontjából az előbbi évek statisztikai átlaga szerint három fokozatot lehet felvenni. *Gyenge fertőzöttségnek* vehető az, ha az illető megyében az év folyamán 1—9 veszett kutya fordul elő és 1—8 egyént küld a Pasteur-intézetbe; *közép fertőzöttségű* a megye 10—24 veszett kutyával és 9—24 védoltandóval; *igen erősen fertőzött* pedig az, melyben 24-nél több veszett kutya és 24-nél több veszettkutya marta egyén fordul elő. 1900-ban a veszett kutyák létszáma szerint gyengén fertőzött volt 24, középszerűen 20, igen erősen 13 megye, az intézetbe feljött veszett ebmarottak létszáma szerint gyengén volt fertőzve 10, közép mértékben 23, igen erősen 26 megye. Az összes 63 megye közül csak 6 volt olyan, a melyben veszett kutya előfordulása nincs jelezve és 4, a melyből senki sem jött fel a védoltásokra. Legfertőzöttebbek voltak 1900-ban az erdélyi megyék, a Tisza-Maros köze, Duna-Tisza köze és a

Duna jobb partja. Árva, Turócz, Szepes megyékben nem fordult elő ez évben sem veszett kutya, sem veszettmarott. Vajjon a kutya-hiány vagy az állatorvosi rendészet szabályainak szigorú keresztülvitele avagy a hivatalos bejelentések elhanyagolása az oka a látszólagos mentességnek, e kérdés eldöntésre vár. Zólyomban fordult elő veszett kutya, de embert nem mart. Ugocsából nem jelentettek veszett állatot, 9 egyén mégis jött, talán a szomszéd megyéből oda kóborolt veszett ebtől megmaratva.

Magyarországon a veszettségnek e nagy mértékben való elterjedése nem egy évre szóló jelenség, hanem úgyszólván állandó. Mióta ez irányban pontosabb statisztikai adatokkal rendelkezünk, tehát körülbelül 10 éve, a jelenség állandónak mutatkozik, sőt némi súlyosbodás a fertőzőtségben évről-évre tapasztalható. Összevetve a külföldi veszettségi statisztikával a miénket, az határozottan a legrosszabb. Oka e körülménynek kétségen kívül első sorban az, hogy agricultur állam levén, a gazdaságokban igen nagy a kutyaszám, de másfelől ok gyanánt kell felállítani azt is, hogy az állatorvosi rendészet rosszabb lábon áll nálunk, mint egyebütt, különben nem lehetne érteni, miért áll e tekintetben jobban a dolog Ausztriában, Németországban, hol az állatorvosi törvények és szabályzatok a mieinkkel majdnem teljesen azonosak. Pedig hogy ott, a hol e szabályzatokat szigorúan végrehajtják, mennyire lehet leszállítani a veszett kutyák számát és a vesztetteb marások eseteket, például szolgál Anglia, a hol pár évvel ezelőtt szigorúan rendezték az ebtartási ügyet és kérlelhetetlenül hajtották végre annak szabályait, minek következtében 1900-ban már oda jutottak, hogy emberen egyetlen egy veszettkutyamarás eset sem fordult elő.

Az 1900-dik évben tisztán magyarországi védoltott 1739 volt. Ezek közül veszettséget kapott 14. A halálozás tehát 0.88 %. 9 eset ezekből a fennebbi okok miatt levonandó és csak 5 eset veendő be a statisztikába. Ennélfogva 1730 védoltottra a redukált halálozási arány 0.28 %.

Magyarország szomszédos országai, Horvát-Szlavonország, Bosznia, Szerbia szintén sok vesztettebmarta egyént szolgáltatott az intézetnek. A 397 nem magyarországi védoltott egyén következőleg oszlott meg: horvát-szlavon volt 232; bosznyák volt 44; szerbiai 122; galicziai 8; romániai 1.

A szomszédos országokból való 397 egyén közül 7 halt meg. Ez 1.76 % halálozás; a 7 halott közül hat szintén nem számít be a therapeutikus statistikába, mivel ezek is vagy az oltás alatt, vagy annak befejezése után 15 napon belül kapták meg a bajt. Az egy beszámító eset pedig 0.25 % halálozási arányt.

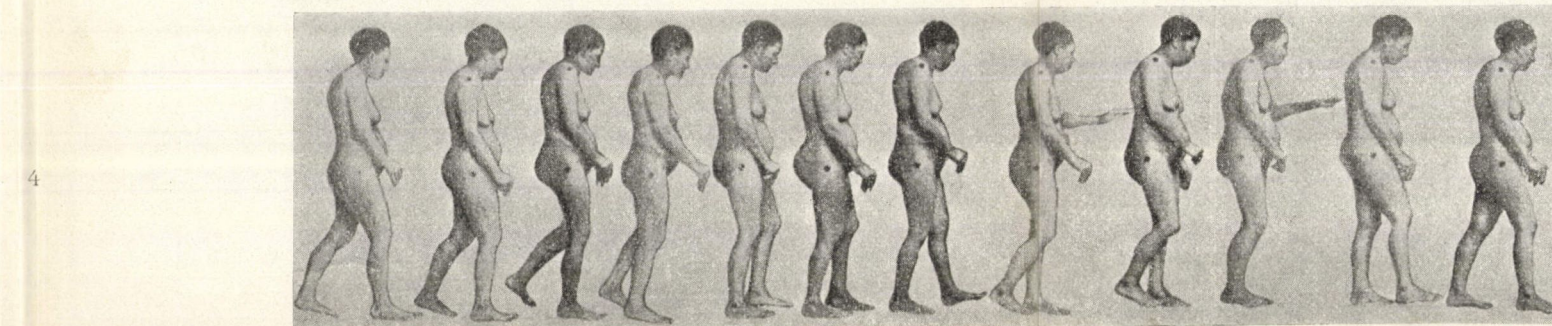
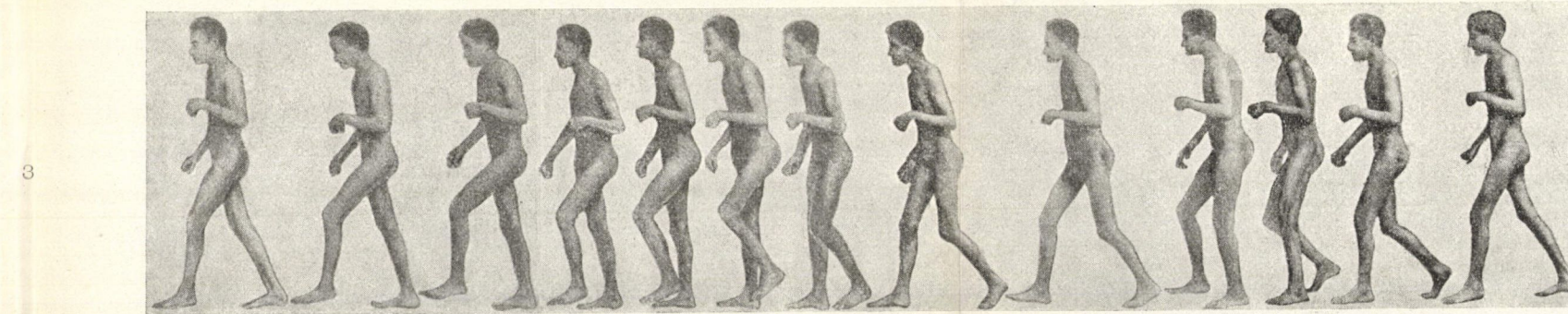
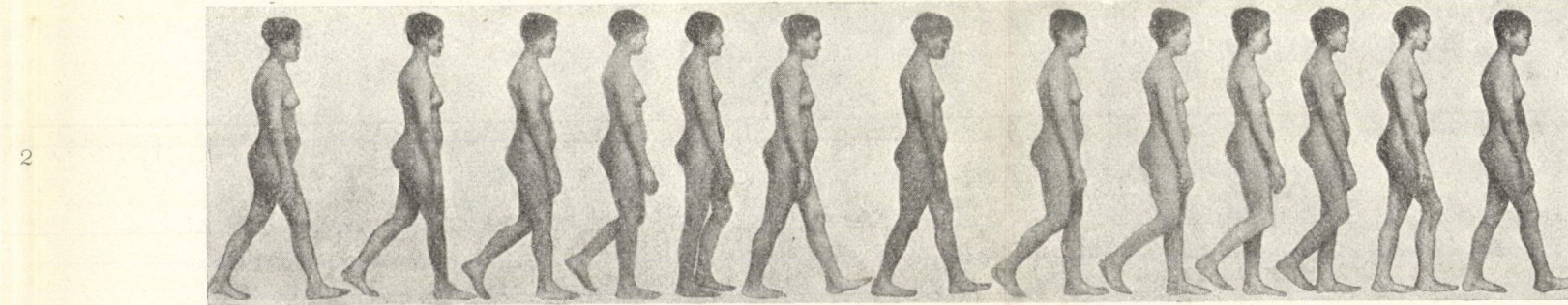
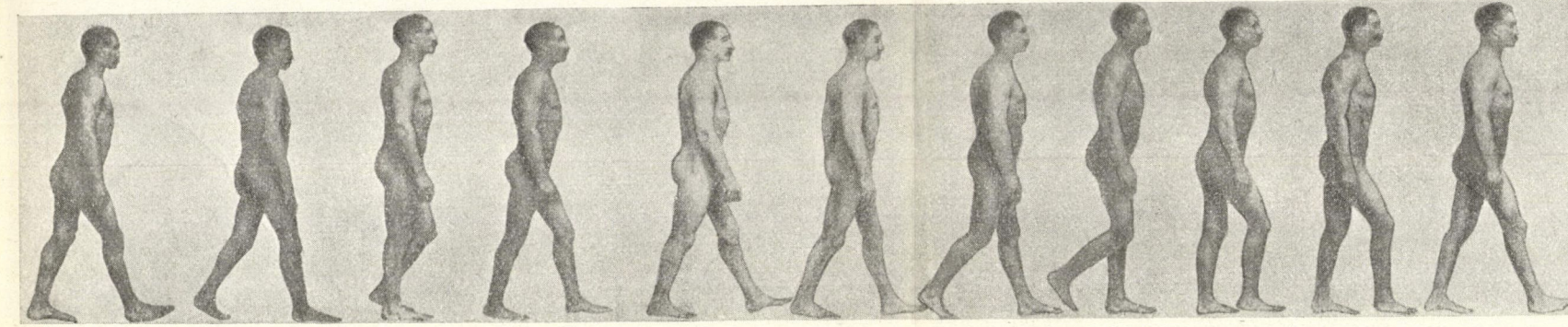
Magyarországon 1900-ban a fennebbieken kívül 8 olyan egyén halt meg veszettségben, a kik nem jöttek fel az intézetbe. Ez évről az otthon maradt nem védoltottak száma ismeretlen, így a halálozási arány ezek között ezen évre concrete ki nem számítható. Nincs azonban semmi ok sem annak a felvételére, hogy a fennebbi átlagos 13.91 %-tól tetemesen eltért volna.

Az intézetnek a védoltott és nem védoltott magyarországi és az idejött külföldi veszettségmarottak közül összesen 29 halálesetről van tudomása. Ezek közül 13 volt az arczán megmarva, ezeknél a veszettség 16—48 nap múlva tört ki a marás után, az átlagos incubatio tehát ezeknél 25—26 nap volt; 11 esetnek kézsebe volt, ezeknél az incubatio 39—54 napot tett ki; a 4 lábsebes halottnál átlag 56 nap volt az incubatio. Egy kézsebes védoltott egyén kivételesen hosszú incubatióval, 263 nap múlva kapta meg a veszettséget. A kitört veszettség a 29 esetből egynél 1 napig, 13—13 esetben 2, illetőleg 3 napig, 1-nél 4 napig, 1-nél 8 napig tartott. Tehát a 2 és 3 napig tartó esetek voltak a túlnyomóak.

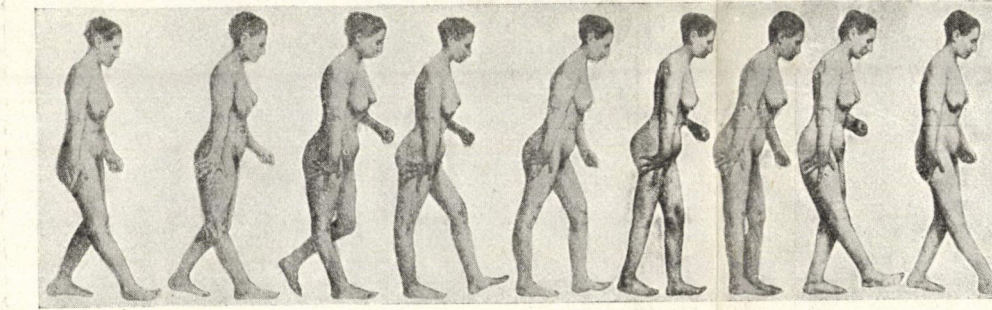
Az intézet 1900-dik évi történetéből felemlítendő, hogy az részt vett a párisi világkiállításon és aranyérmet nyert. Az intézet ez évben több külföldi tudós látogatta meg. Szerbiában Nisben az itteni intézet mintájára és módszereivel egy antarabikus intézetet állítottak fel. Végre legfontosabb haladás az intézet életében az, hogy az oktatási kormányzat 1900-ban elhatározta, hogy ez intézet számára az Általános kór- és gyógytani intézettel kapcsolatban egy modern épületet emel, a melyben egyéb betegségekre nézve is lehet majd *kísérleti kór- és gyógytani* tanulmányokat tenni. Előadónak ezzel egy régi indítványa ment teljesedésbe, melyet a veszettségre vonatkozó vizsgálatainak itt az Akadémiában történt első bemutatásainál jelzett nyilvánosan. A veszettségellenes védőoltások nagymestere, Pasteur 1885-ben jelezte a francia Akadémiában védoltásainak első sikerét. Pár év alatt az egész francia társadalom, az állam, a hatóságok hozzájárulásával ha-

talmas intézet emelkedett a veszettség gyógyítására és egyéb fertőző betegségek tanulmányozására. Itt Budapesten 1885-ben kezdtük el a vizsgálatokat e baj gyógyítására Pasteur után; 1890-ben jutottunk nagynehezen pár kis szobához és kicsiny átalányhoz a védoltások végezésére. A tapasztalat kimutatta, hogy ez intézetre az országban szükség van, nem csak tudományos, hanem gyakorlati szempontból is. Ime most 15 esztendő telt el, hogy amaz indítvány a létesülés stadiumába juthatott. Nem panasz gyanánt kíván szólni e megjegyzés, inkább tanuságul arra, hogy nálunk azoknak, kiknek fontosabb culturalis eszmék hazai érvényesítése a hivatásuk, makacsabbul, nagyobb energiával, kitartóbban kell dolgozniok, mint nyugaton, hol úgy a társadalom, mint a kormányzati körök, valamint a sajtó fejlettebb és élénkebb érzékkel birnak a közegészségügy nagy kérdései és a tudományos felfedezések befogadása és felkarolása iránt.

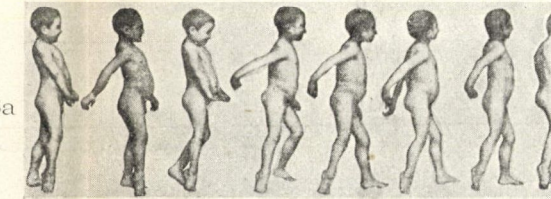
(A M. T. Akadémia III. osztályának 1901. deczember 16.-án tartott üléséből.)



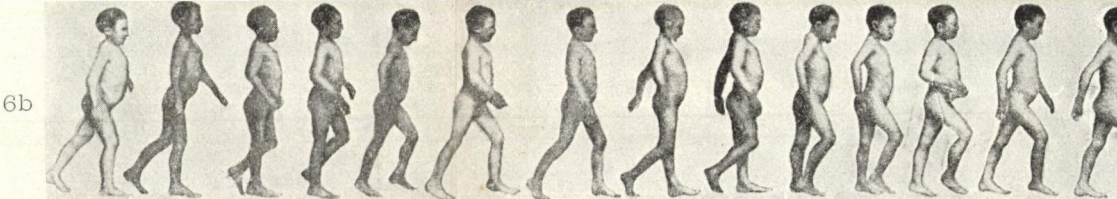
5



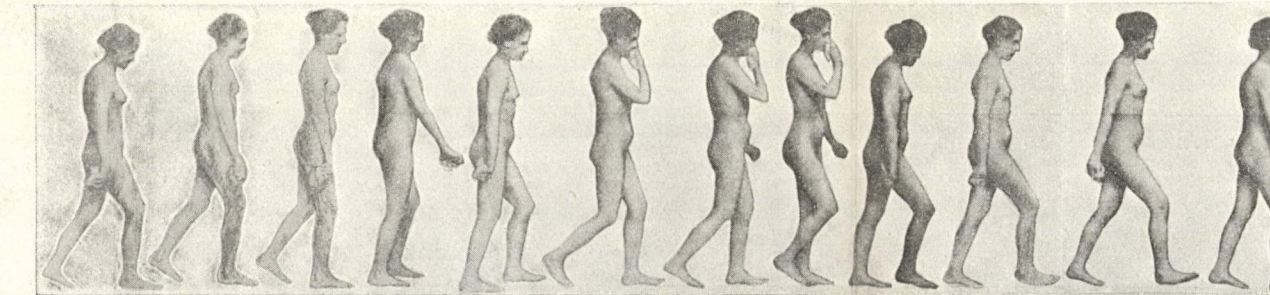
6a



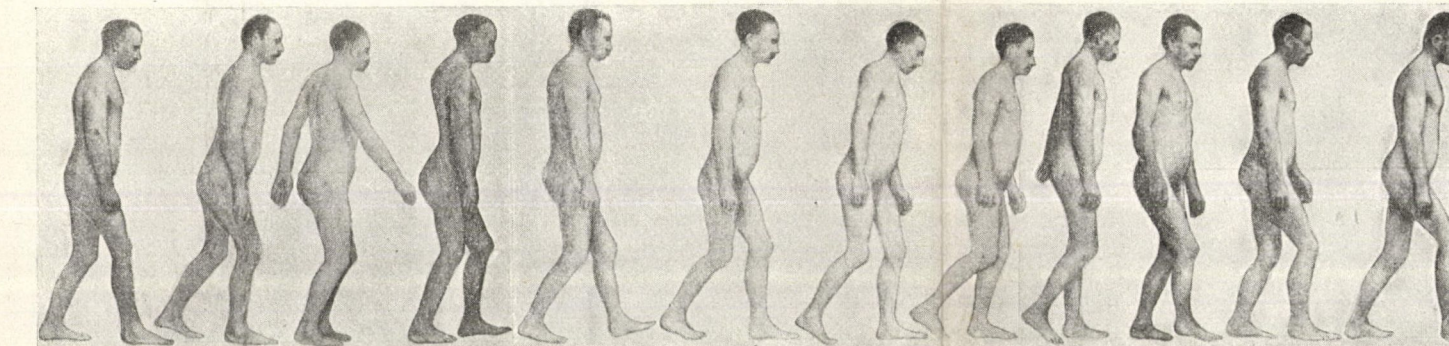
6b



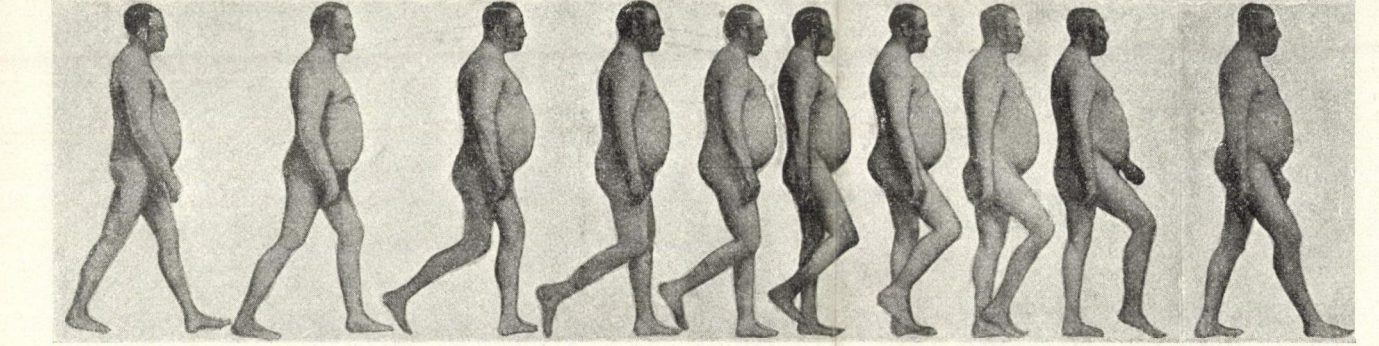
7



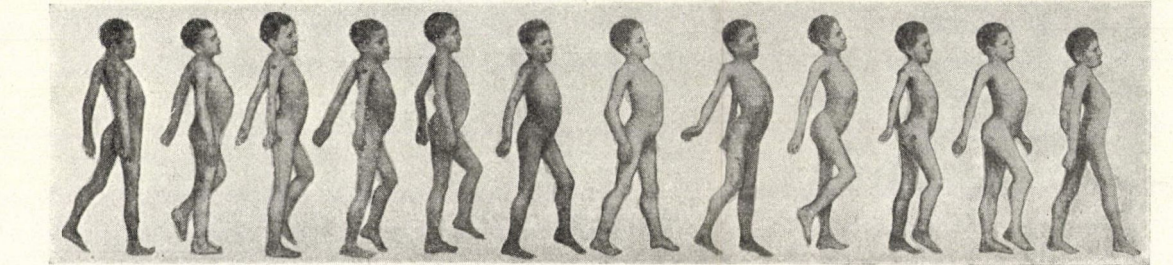
8



9

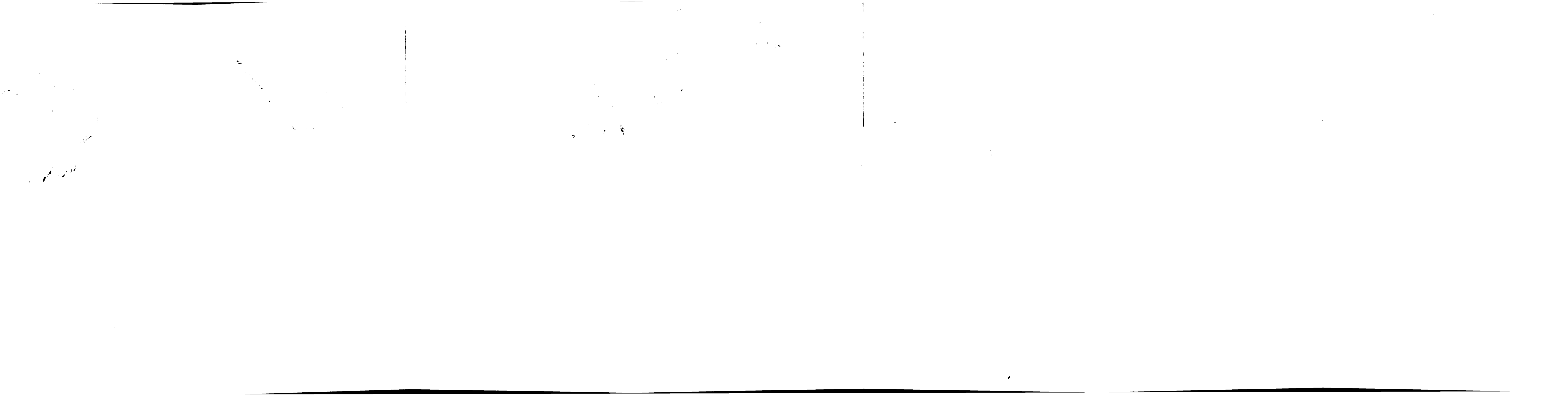


10

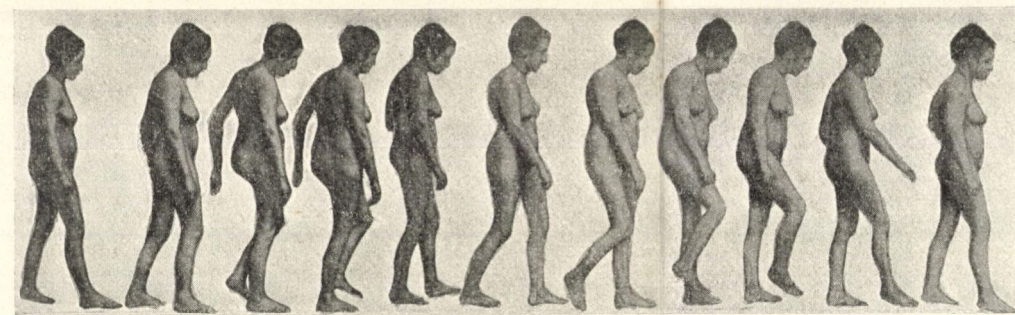


11





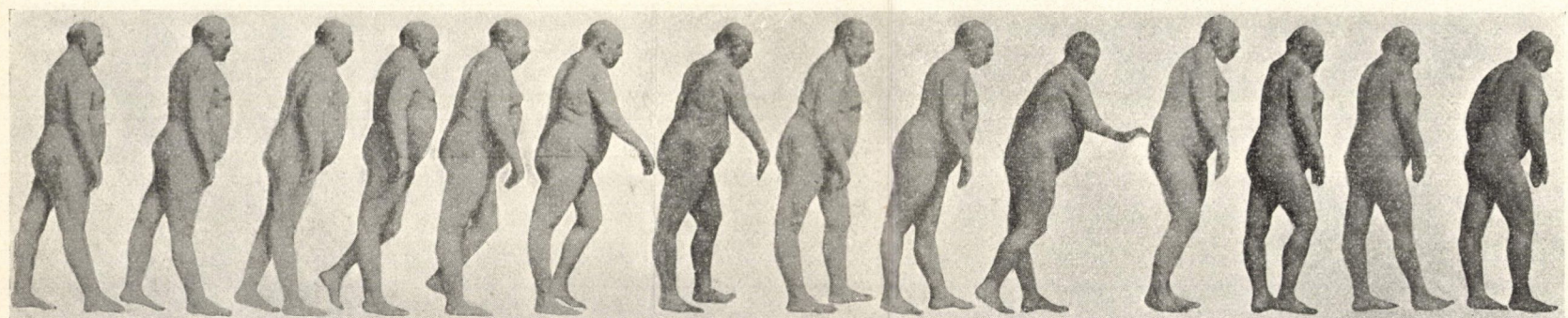
12



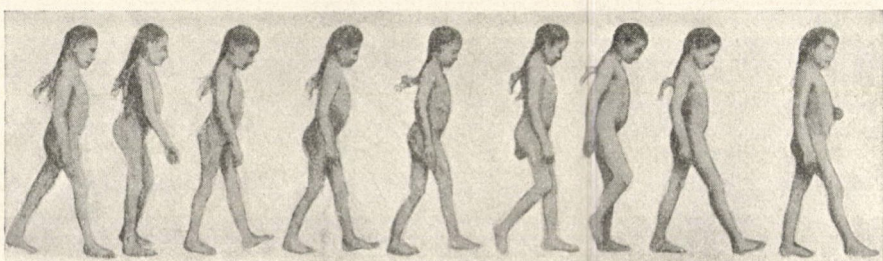
13



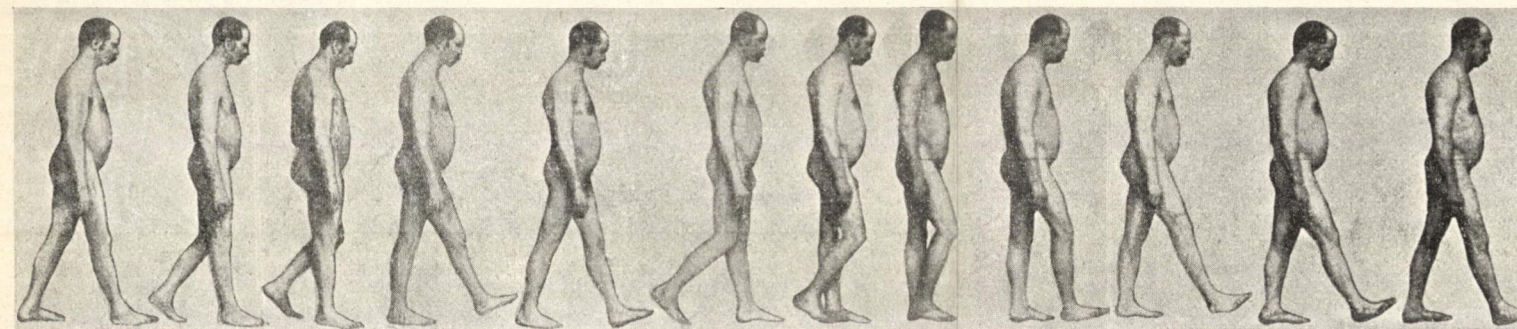
14



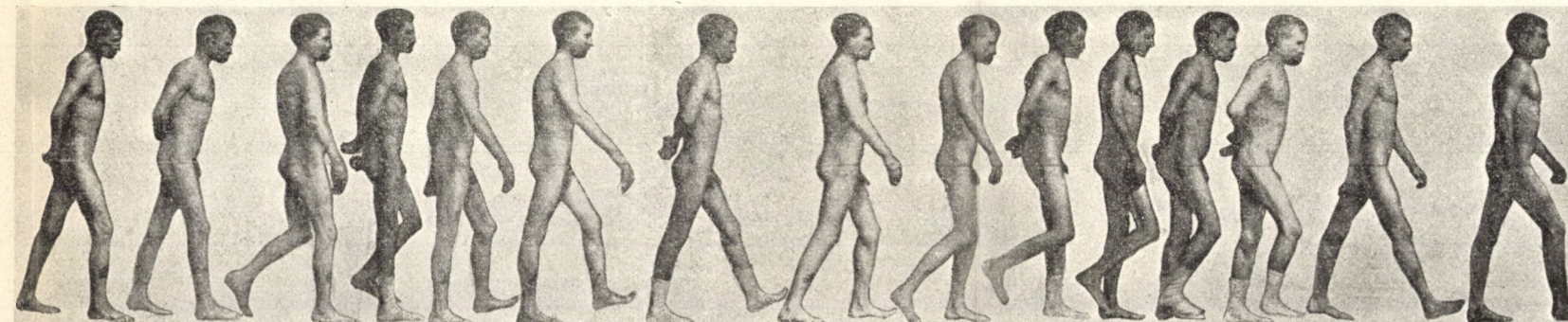
15



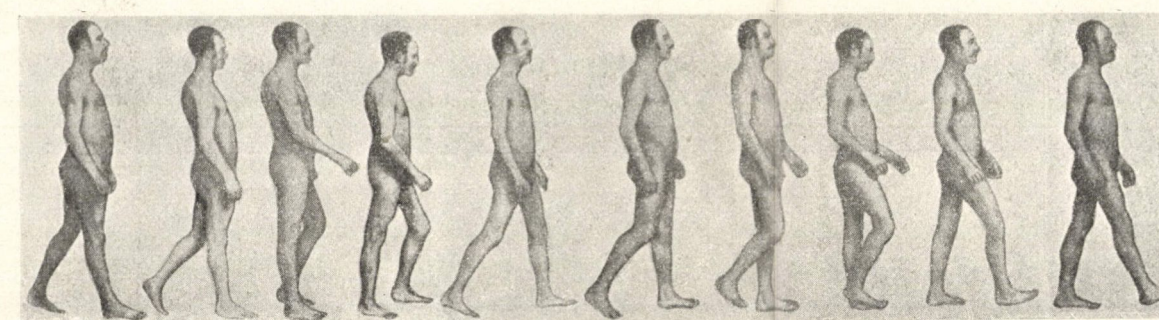
16



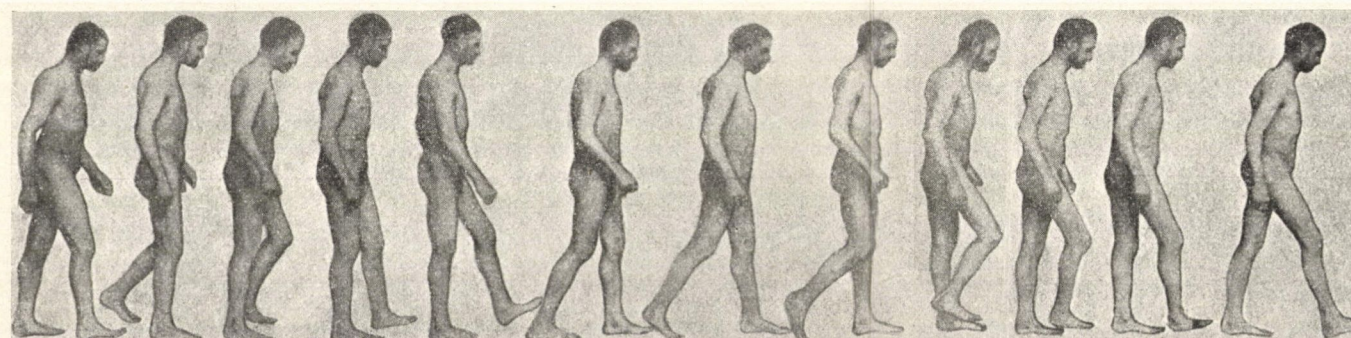
17



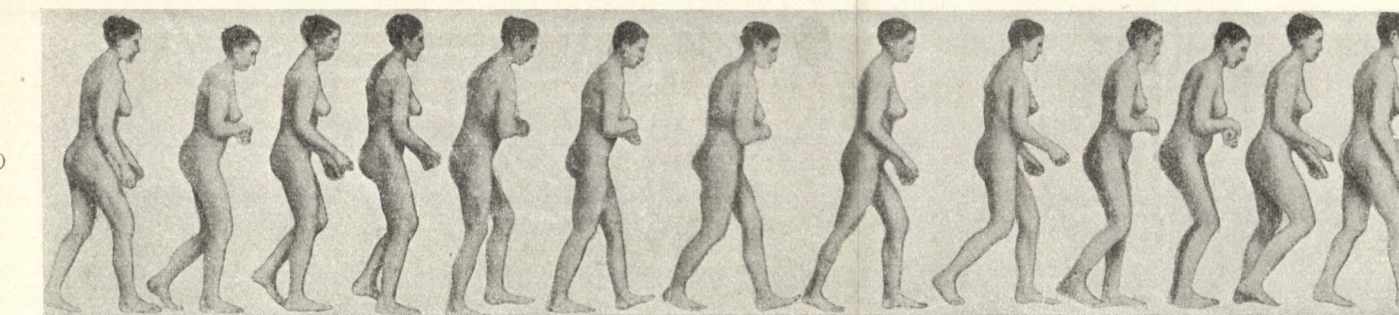
18



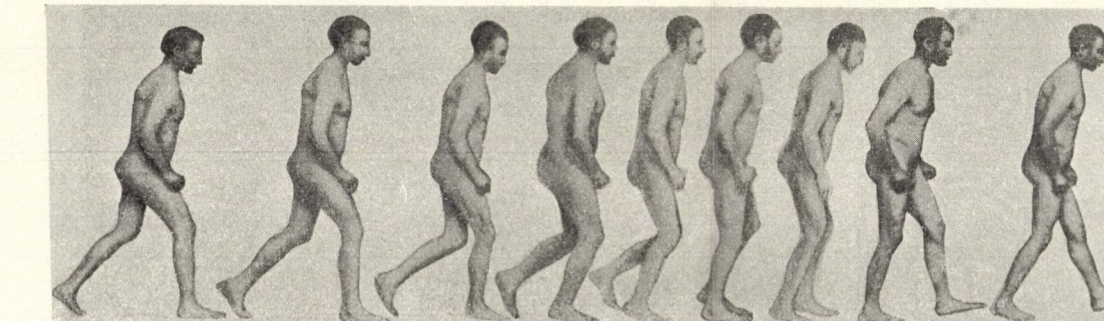
19



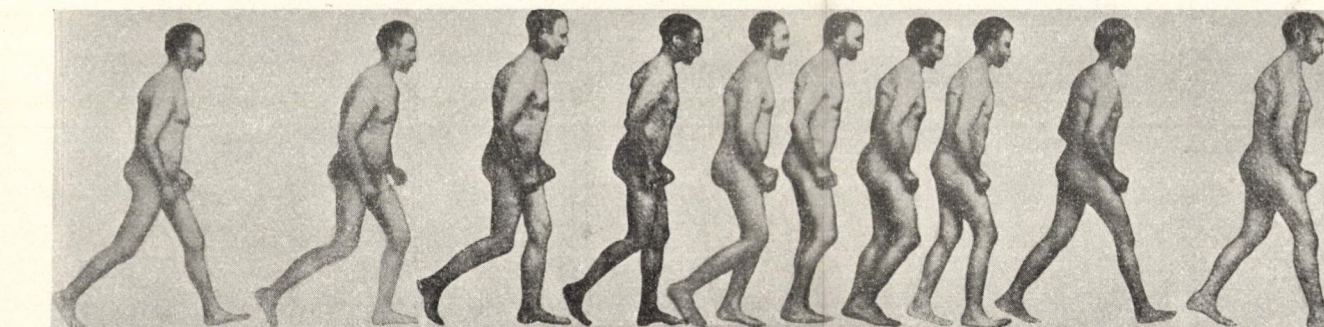
20



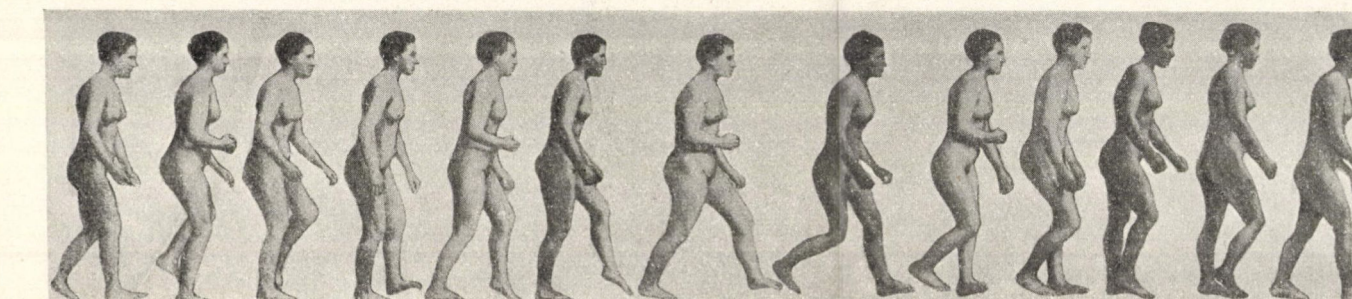
21

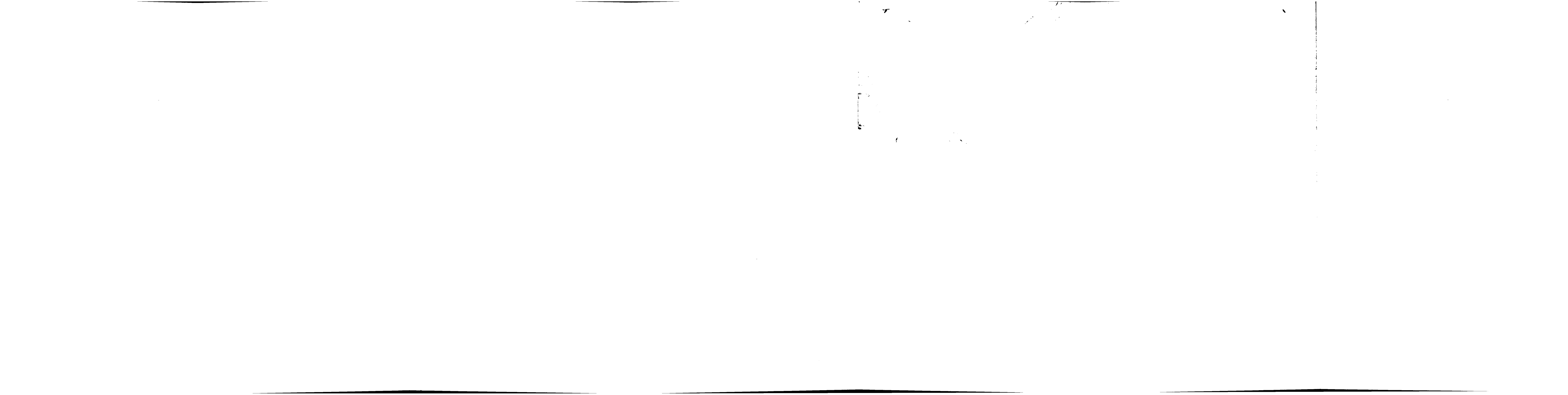


22



23





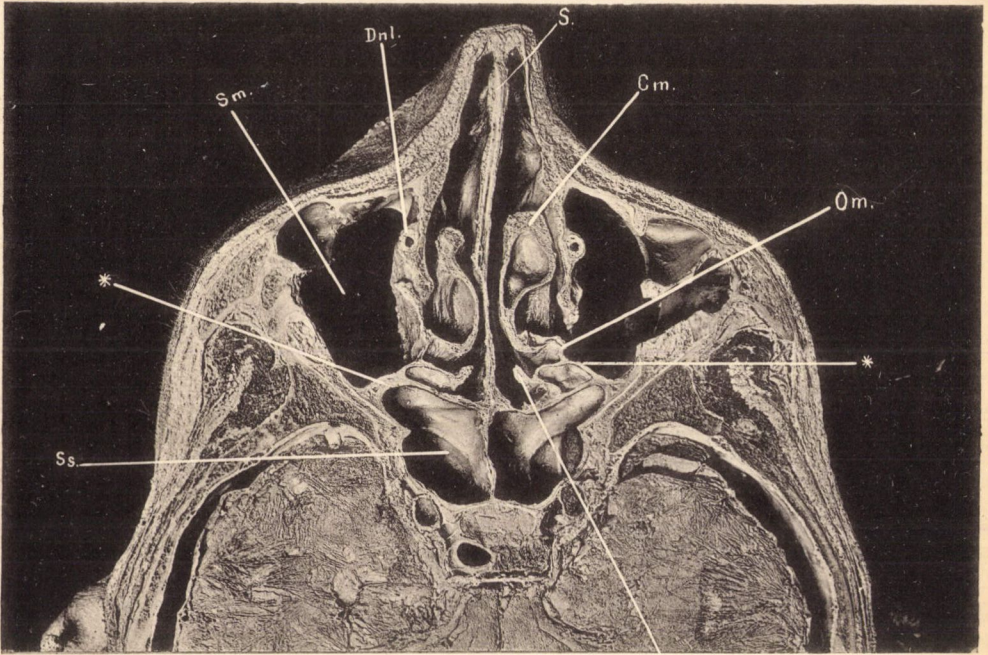
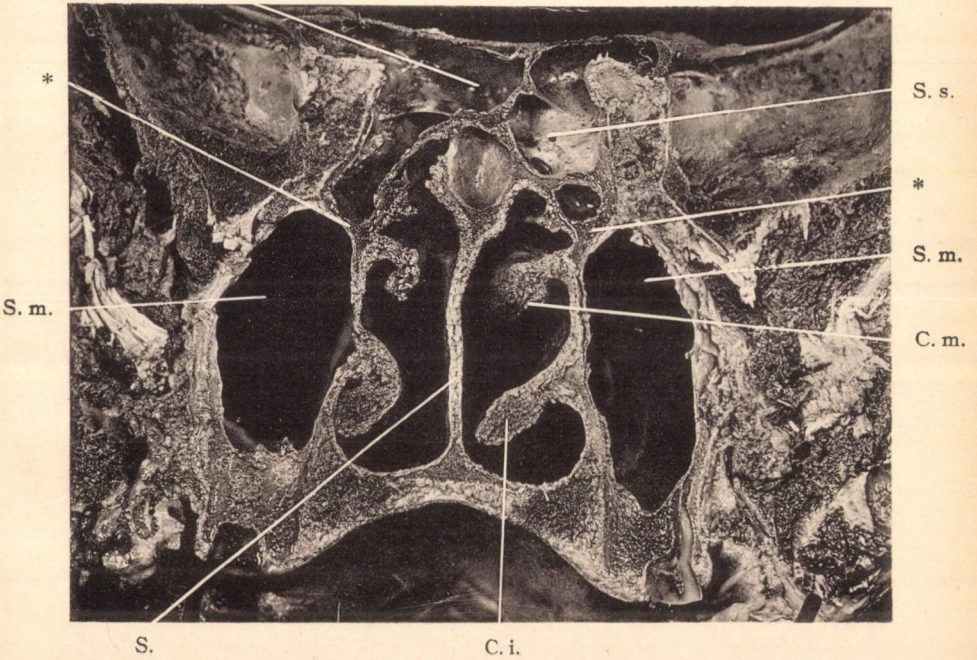


Fig. 1.

C. s.

G. 2. S. s.



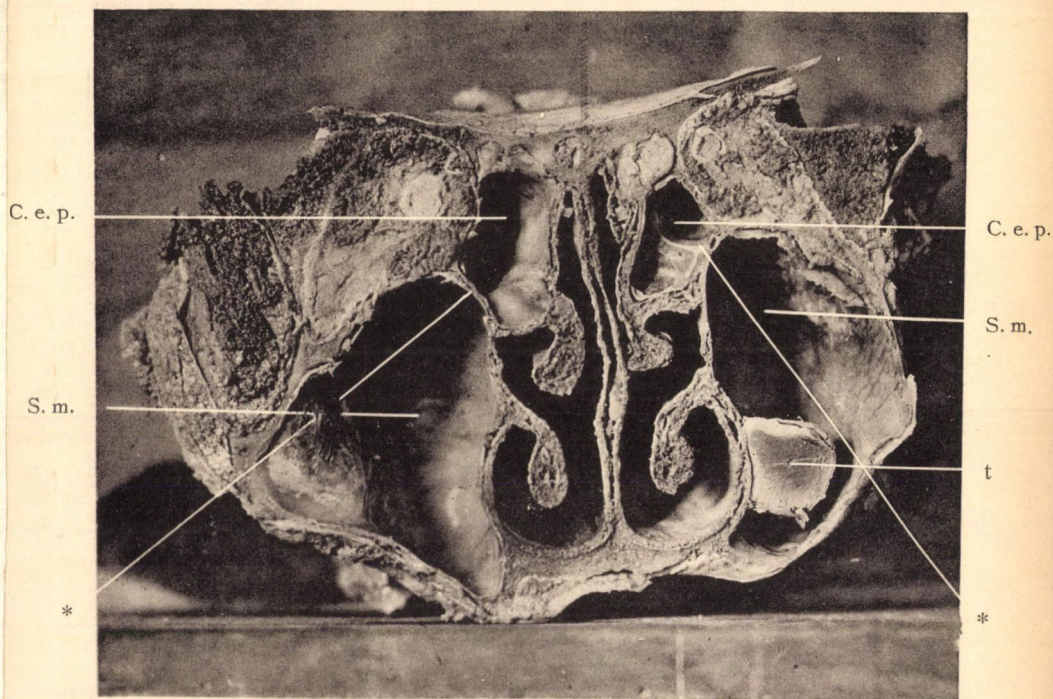


Fig. 3.

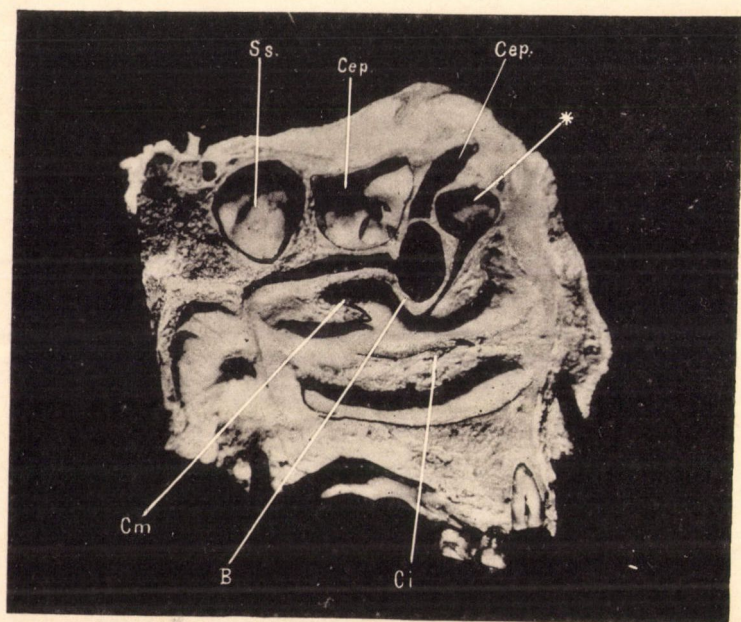
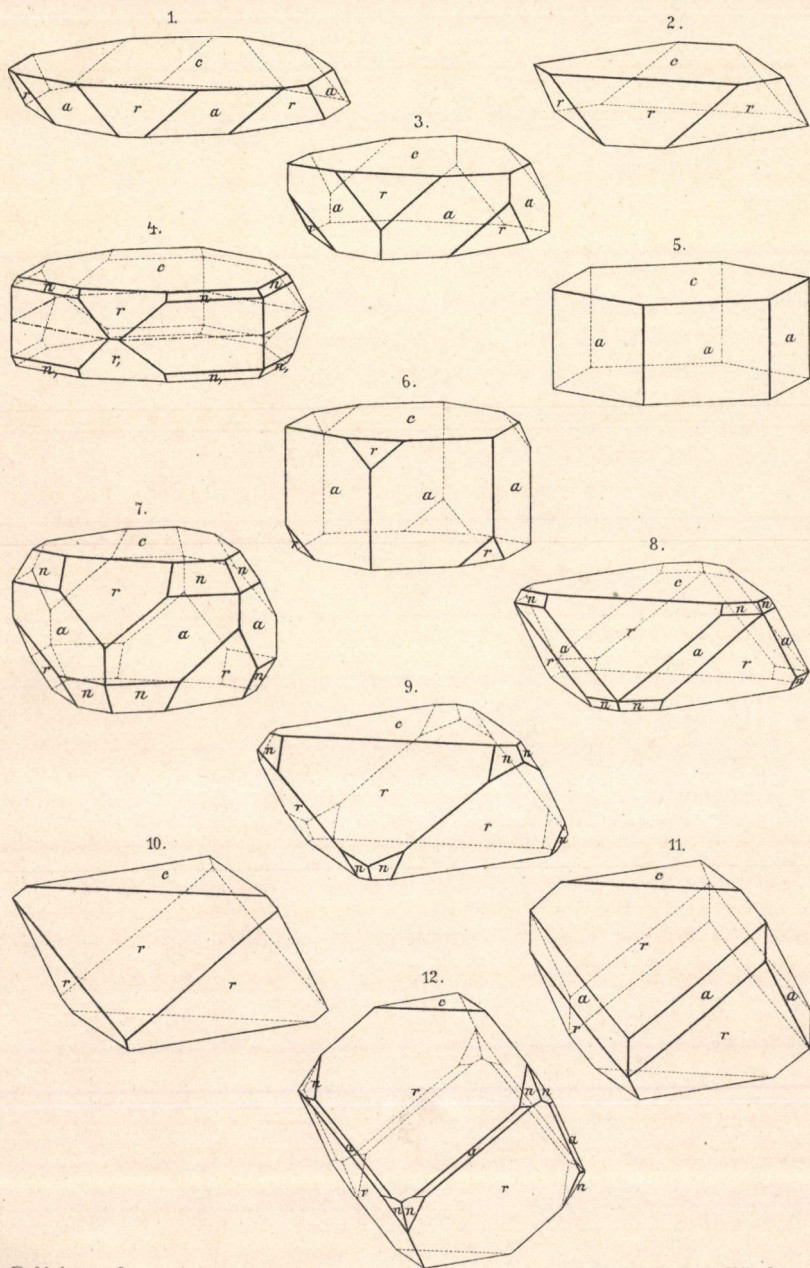
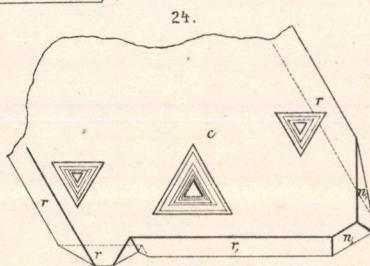
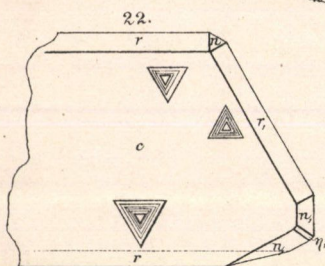
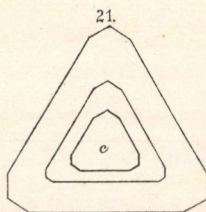
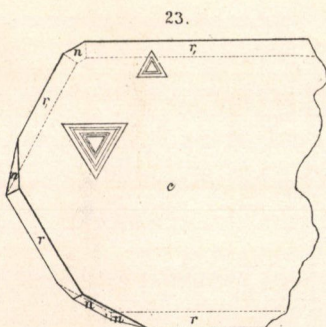
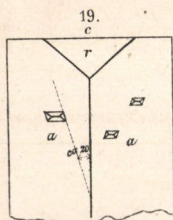
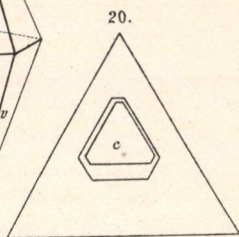
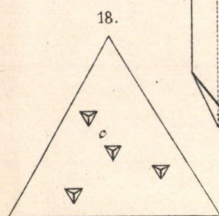
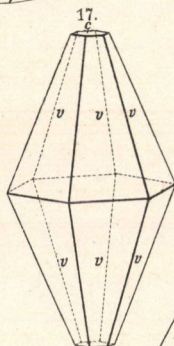
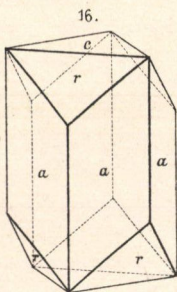
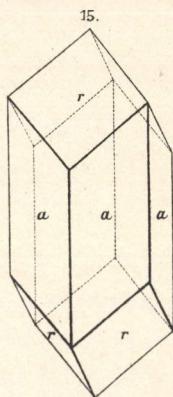
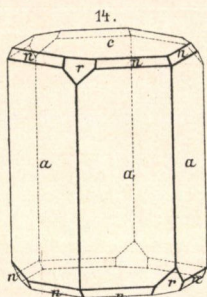
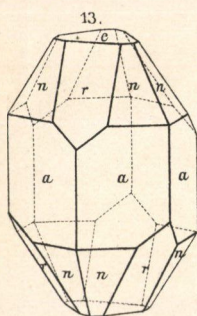


Fig. 4.





R. Melczer G.

Ny. Köhler Hubert, München.



